III－6　　弾性体の3次元的圧密について(2)

前田建設工業㈱技術研究所　正員　河原井　敏男

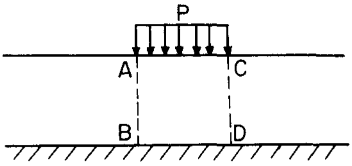
1. まえがき

さきに弾性体の圧密理論につき発表したもの[1)]の内容を、本稿において一部修正する。

2. 荷重分散が生じる場合の圧密

図－1に示すような2次元的（帯状荷重的）な場合を考える。

図－1



この場合の過剰水圧の初期分布は、荷重直下の領域ＡＢＣＤでｐ，その両側の領域で０とすることができると考えられる。何故ならば、はじめ全面に圧力ｐが作用していたものとし、ある時点でＡＣ上の荷重以外の圧力が突然取り払われたものとすれば、上載荷重のない両側の領域では、ただちに膨張による応力開放（大半の）が生じ、過剰水圧はほぼ０になるとみなされるからである。そして次の段階としてただちに領域ＡＢＣＤの体積圧縮にともなう排除水がその両側の領域に圧入され、そこの体積膨張を誘起すると考えられる。しかし荷重位置から十分離れたところでは、ほぼ原状態（過剰水圧も有効応力も０の状態）にとどまっており、荷重位置付近の体積圧縮領域およびその両側の体積膨張領域は次第に遠方へと波及してゆくことになる。最終的には全領域とも体積圧縮状態に移行し、荷重は遠方の各点に分散された形で平衡するが、その途中の段階では上記考察のような過程をたどると考えられる。

荷重分散が生じる場合の圧密についてはこのように状態の変化が複雑なため、流量連続の条件の表式化が難解で、圧密状態の時間経過にともなう変化を解析的に追跡することは困難である。

また土の場合には体積膨張過程で亀裂が生じることが考えられるので、上記解析が応用され得るのは過剰水圧相当以上の上載荷重がある場合（表層に砂層が分布している場合）などに限定される。このような場合についても応力分散（体積圧縮領域の経時的拡大）を無視することにすれば困難度は減少し、過剰被圧水の逸散のみを取り上げることにすれば、２次元的な取扱いが近似的に可能となる。[2)]

3. 荷重分散が生じない場合の圧密－ビオ方程式の検討

３軸圧密試験の場合のように荷重分散が生じない場合の圧密に関しては、全対象領域が圧密開始時から体積圧縮過程をたどると考えられるので、連続条件の表式化は１次元圧密の場合と異ならず、多次元問題の特殊性は応力－ひずみ関係にのみ影響するとみられる。

ビオが導いた圧密方程式は、そこに用いられている連続条件式から荷重分散が生じない場合に適用されるべきものとみなされ、テルツァギーレンダリック系の方程式と同じく熱伝導型となっているが、圧密係数相当部分を弾性定数を用いて表示したところに特徴があるとみられる。

ここではこれについて検討を加えることにする。

ビオによれば、体積変化量が間隙水の排除量に等しいとする場合は、次のようになる。[3)]

直交座標をｘ，ｙ，ｚとし、はじめ垂直応力σ_x，σ_y，σ_z、せん断応力τ_x，τ_y，τ_zが存在するところに、間隙水圧σが導入されたものとする。

垂直ひずみをe_x，e_y，e_z、体積ひずみをｅ、垂直変位をｕ，ｖ，ｗ、せん断ひずみをγ_x，γ_y，γ_z、ヤング率をE、剛性率をG、ポアソン比をν、ラメの定数をλ（$=2\nu G/(1-2\nu)=\nu E/(1+\nu)(1-2\nu)$）、透水係数をｋ、水の単位体積重量を$\gamma_w$とする。

間隙水圧は等方的に作用しせん断ひずみを生ずる作用を有しないので、応力－ひずみ関係式として(1)式が

成立する。

$$e_x=\frac{1}{E}\{\sigma_x-\nu(\sigma_y+\sigma_z)\}+\frac{1-2\nu}{E}\sigma,\quad \gamma_x=\frac{\tau_x}{G},\quad \text{etc.} \tag{1}$$

応力のつり合いから(2)式が、ひずみ－変位関係式として(3)式が成立する。

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_z}{\partial y}+\frac{\partial\tau_y}{\partial z}=0,\quad \text{etc.} \tag{2}$$

$$e_x=\frac{\partial u}{\partial x},\qquad \gamma_x=\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z},\quad \text{etc.} \tag{3}$$

(1)式から(4)式が得られ、それを(2)式に代入して(5)式が得られる。

$$\sigma_x=2Ge_x+\lambda e-\sigma,\quad \tau_x=G\gamma_x,\quad \text{etc.} \tag{4}$$

$$G\nabla^2u+(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial x}-\frac{\partial\sigma}{\partial x}=0,\quad G\nabla^2v+(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial y}-\frac{\partial\sigma}{\partial y}=0,\quad G\nabla^2w+(\lambda+G)\frac{\partial e}{\partial z}-\frac{\partial\sigma}{\partial z}=0 \tag{5}$$

(5)の各式をｘ，ｙ，ｚで偏微分して加え合わせると(6)式が得られ、それと連続方程式(7)とを組み合わせて圧密進行を規定する(8)式が得られる。

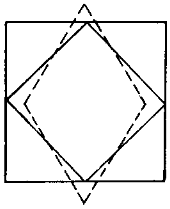
$$(\lambda+2G)\nabla^2e=\nabla^2\sigma \tag{6}$$

$$\frac{\partial e}{\partial t}=\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2\sigma \tag{7}$$

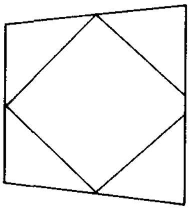
$$\frac{\partial e}{\partial t}=\frac{k}{\gamma_w}(\lambda+2G)\nabla^2e \tag{8}$$

ビオの理論は以上のとおりであると理解されるが、(1)，(2)式ともにその成立根拠に、疑問があるようにおもわれる。「すなわち間隙水圧はせん断ひずみに関係しないとして(1)の第２式の関係を与えているが、変位は明らかに間隙水圧に影響され、(3)の第２式には間隙水圧の影響が含まれ得る。」また位置によって間隙水圧が異なっているときの角変形（図－３）は、通常のせん断変形（図－２）と異なっている。ただしこの場合も拘束応力が発生していることは認められる。

図－２



図－３



参考文献

1） 河原井：弾性体の３次元的圧密について、土木学会年次学術講演会，Ⅲ，１９８０

2） 河原井：圧密における水平方向排水の影響の程度，第１４回土質工学研究発表会，１９７９

3） Biot ：General Theory of Three－Dimensional Consolidation, J.Appl. Phys., Vol. 12, Feb. 1941, 155－164