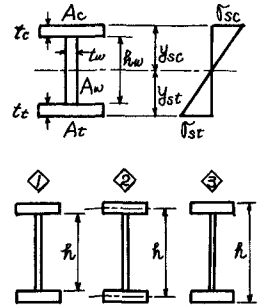


群馬大学 正員 平田 恭久  
東京都立大学 正員 伊藤 文人

## 1. はじめに

1) 最適設計では探索する設計変数及び制約条件はなるべく主要なものに限っておく方が探索の能率が良い。また最適設計だけですべての断面寸法を決めることには若干無理がある。このため、①設計変数がある等号条件上に乗っている方が有利であることが明らかの場合にはこの等号条件を用いて設計変数を消去する。②目的関数への影響が極めて小さい設計変数で最適設計では決めにくい設計変数は他の設計上の要件から値を定める。ことを考えるとより実用性の高い最適解の探索アルゴリズムを作ることができる。鋼橋での部材断面は鋼板で構成されているが、1板の板は板幅と板厚の2個の設計変数から成り立っている。若し板厚を等号条件で置き換えることができれば、1個の設計変数とこれに付随した制約条件式を消去することができる。このような目的からここでは板厚の制約条件(主要な制約条件は最小寸法と規定する最小板厚または最大幅厚比)に関連して部材断面では板厚は薄い方が有利かどうかを調べてみた。若し有利であることが明らかならば他の制約条件に抵触しない限り板厚は最小寸法とすれば良い。

2) 主として断面積が問題となるトラスの引張枝やせん断力に対するけたの腹板断面では板厚は断面としての有利・不利に無関係であるが、曲げモーメントによるけた断面の応力度  $\sigma = \frac{M}{I}$  には断面二次モーメント  $I$  と中立軸から圧縮縁または引張縁までの距離  $y$  が関係しており、この  $I$  と  $y$  に板厚が影響を与えている。ここでは板厚を薄くした方が有利かどうか判定しにくいI型断面のフランジ厚を中心にして最も簡単な上下対称のプレートガーダーについて調べてみた。けた高  $h$  のヒリ方により板厚の影響が異なるので、図に示す通りのケースを考えた。ここでは有利かどうかの判定として、①断面積一定の条件では応力度が低下する。②応力度一定の条件では断面積が減少する。を用いている。



## 2. 式及び判定

1) けた高  $h$  一定のとき、けた断面積一定の条件での板厚の変化による  $d\sigma_{sc} = \frac{M_y}{I_x} [y_{sc}(-dI_x) + I_x dy_{sc}]$  (1)

応力度の変化量を(1)式に、応力度一定の条件でのフランジ断面積の変化  $d\sigma_{sr} = \frac{M_y}{I_x} [y_{sr}(-dI_x) + I_x dy_{sr}]$  (2)

量と(2)式に全微分の形で表わす(板厚が増加する方向を正)。(2)式はフランジ厚を無視した式なので近似式である。板厚の変化による  $\sigma_{sc} + \sigma_{sr}$  の変化量に着目して(1)式より(2)式を得る。(2)と  $\sigma_{sc} = \sigma_{sr}$  (上下対称なので)より(4)式を得る。(3)式で

$d\sigma_{sc} + d\sigma_{sr} > 0$  ならば板厚が増加するとき  $\sigma_{sc} + \sigma_{sr}$  が増加することを意味しているので、板厚の増加による応力度の増減は(3)式の[ ]内の正負を判定すればよい。(4)式は  $\sigma_{sc} + \sigma_{sr}$  が増加(減少)したとき従前の応力度まで  $\sigma_{sc} + \sigma_{sr}$  を下げ(上げ)ようとすると、 $dA_c + dA_r$  の断面積が増加(減少)することを意味している。ここでは  $dA_c + dA_r$  が(4)式で表わされているので、 $\sigma_{sc} + \sigma_{sr}$  の増減による  $A_c + A_r$  の増減を明確に推定できる。上下非対称の断面でも  $\sigma_{sc} + \sigma_{sr}$  と  $A_c + A_r$  との対応関係があると考えられるが、この推定は簡単ではない。

2) 次に(3)式の[ ]内の判定を行う。①  $dt_w \quad dy_{sc} + dy_{sr} = 0$  なので[ ]内  $= (y_{sc} + y_{sr})(-dI_x)$ 。  $t_w$  を厚くするのに必要な断面積を  $A_c, A_r$  から  $\frac{1}{2}$  づつ削除してくるものとする、 $\frac{\partial I_x}{\partial t_w} = -\left\{\left(\frac{b+t_w}{2}\right)^2 + \frac{t_w^2}{12}\right\} \frac{b}{2} - \left\{\left(\frac{b-t_w}{2}\right)^2 + \frac{t_w^2}{12}\right\} \frac{b}{2} < 0$  なので(①のケースを示すが②、③でも同じ形)[ ]内  $> 0$ 、よって  $d\sigma_{sc} + d\sigma_{sr} > 0$  である。②  $dt_c$  ①のケースでは

$d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} = d\bar{t}_c$  なので  $[\bar{I}]_{内} = (\bar{y}_{sc} + \bar{y}_{sr})(-dI_s) + I_s d\bar{t}_c$ 。  $\frac{\partial I_s}{\partial t_c} = A_c(\frac{t_c}{2} + \frac{t_c}{2}) > 0$ 、これより  $[\bar{I}]_{内} = -(t_c + t_c + t_c) \cdot (\frac{t_c}{2} + \frac{t_c}{2}) A_c + I_s > 0$  と考えられるので、 $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} > 0$  である。④のケースでは  $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} = \frac{1}{2} d\bar{t}_c$  なので  $[\bar{I}]_{内} = (\bar{y}_{sc} + \bar{y}_{sr})(-dI_s) + \frac{I_s}{2} d\bar{t}_c$ 。  $t_c$  を厚くするときの腹板断面積の減少量を  $A_c$  に付け加えることにすると(④のケースも同じ)、 $\frac{\partial I_s}{\partial t_c} = \frac{1}{24} \{ 4A_c t_c + t_c^2 \cdot t_w + 3t_w(r + r_w)(r - r_w) \} > 0$ 、これより  $[\bar{I}]_{内} = -(t_c + \frac{t_c}{2} + \frac{t_c}{2}) \cdot \frac{1}{24} \{ 4A_c t_c + t_c^2 \cdot t_w + 3t_w(r + r_w)(r - r_w) \} + \frac{I_s}{2} > 0$  であるので、 $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} > 0$  である。④のケースでは  $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} = 0$  ので  $[\bar{I}]_{内} = (\bar{y}_{sc} + \bar{y}_{sr})(-dI_s)$ 、 $\frac{\partial I_s}{\partial t_c} = -\frac{1}{12} \{ 6r_w A_c - t_c(2A_c + t_w t_c) \} < 0$ 、これより  $[\bar{I}] > 0$  であるので、 $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} > 0$  である。③  $d\bar{t}_c$  ここでは上下対称の断面なので  $d\bar{t}_c$  と同じことが言える。

3) (3)式で  $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr} > 0$  となっているので、(4)式で  $dA_c + dA_t > 0$  となる。以上のように板厚を厚くすることにより断面積一定の条件では  $\bar{y}_{sc} + \bar{y}_{sr}$  が増加し、応力度一定の条件では  $A_c + A_t$  が増加することがいずれの場合でも成立しているが、これを逆にすると板厚を薄くする方が断面として有利であることを示している。ここでは応力度の制約条件で断面が定まる場合を考えたと、たわみの制約条件で断面が定まる場合には  $dI_s$  の正負が問題なので④のケースではフランジ厚を厚くする程有利、④のケースではフランジ厚は殆ど無関係、④のケースでは薄い方が有利となる。なお④のケースではフランジ厚に制限がないと実質的な高が定まらなくなる恐れがある。

### 3. 計算例について

2. で述べた偏微分の計算式を用いて、 $M_b = 500 \text{ tcm}$ 、 $r_w = 180 \text{ cm}$ 、 $t_w = 0.9 \text{ cm}$ 、 $t_c = t_t = 3 \text{ cm}$ 、 $A_c = A_t = 120 \text{ cm}^2$  の断面についての板厚の変化  $1 \text{ cm}$  当りの値を表に示す(板厚を薄くするときは符号が逆になる)。①  $t_w$  は各ケースとも同一の値であるが、 $t_c$ 、 $t_t$  は各ケースにより値が異なる。これはけた高のとり方により  $dI_s$  が異なるためである。② ④のケースについても板厚を薄くすることにより  $\bar{y}_{sc} + \bar{y}_{sr}$  が減少し、その結果  $A_c + A_t$  を減少させ得ることが示されたが、個々の応力度、フランジ断面積では、④のケース( $t_c$ )のように  $\bar{y}_{sc}$  は減少するが  $\bar{y}_{sr}$  は増加し、 $A_c$  は減少するが  $A_t$  は増加となっている。最適設計では断面積の減少( $dA_c + dA_t$ )が問題なので、 $dA_c + dA_t$  に対応していると考えられる  $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr}$  に着目して調べよう。③  $t_w$  は板厚の増減による影響が大きく、計算例では  $t_c$ 、 $t_t$  比べ約2桁大きい。また板厚を薄くすることによる効果も明確に示すことができるので、最適設計で腹板厚を最小板厚または最大幅厚比の等号条件上に乗せておくことに意味がある。板厚を薄くすることの効果はそれ程大きくないフランジ厚ではこの等号条件よりも他の設計上の要件(使用板厚等)を優先させた方が実質的にはメリットがある。ただし圧縮フランジで許容座屈応力度で断面が定まる場合には許容応力度にフランジ幅が関係してくるので、板厚は薄い方が有利となる。④ ここでは上下対称のプレートガーダーについて調べたが、これ以外の断面(上下非対称のプレートガーダー、合成げたの鋼げた断面及び合成断面)についても基本的には同様のことが言えると考えられる。ただしこれらの断面ではここで述べたような明解な形での結論は得にくいと思われる。

### 計算例(板厚の変化 $1 \text{ cm}$ 当り)

|       |                                 | ④のケース               | ④のケース               | ④のケース               |
|-------|---------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $t_w$ | $dI_s \text{ cm}^4$             | $-1.02 \times 10^6$ | $-1.02 \times 10^6$ | $-1.02 \times 10^6$ |
|       | $d\bar{y}_{sc} \text{ cm}$      | 793.05              | 793.05              | 793.05              |
|       | $d\bar{y}_{sr}$                 | 793.05              | 793.05              | 793.05              |
|       | $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr}$ | 1586.10             | 1586.10             | 1586.10             |
|       | $dA_c \text{ cm}^2$             | 60.998              | 60.998              | 60.998              |
|       | $dA_c + dA_t$                   | 121.996             | 121.996             | 121.996             |
| $t_c$ | $dI_s$                          | $1.10 \times 10^6$  | $1.83 \times 10^6$  | $-1.07 \times 10^6$ |
|       | $d\bar{y}_{sc}$                 | 8.81                | 10.07               | 11.39               |
|       | $d\bar{y}_{sr}$                 | -5.52               | -0.14               | 5.29                |
|       | $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr}$ | 3.29                | 9.93                | 16.68               |
|       | $dA_c$                          | 0.881               | 0.920               | 0.963               |
|       | $dA_c + dA_t$                   | 0.253               | 0.764               | 1.283               |
| $t_t$ | $dI_s$                          | $1.10 \times 10^6$  | $1.83 \times 10^6$  | $-1.07 \times 10^6$ |
|       | $d\bar{y}_{sc}$                 | -5.52               | -0.14               | 5.29                |
|       | $d\bar{y}_{sr}$                 | 8.81                | 10.07               | 11.39               |
|       | $d\bar{y}_{sc} + d\bar{y}_{sr}$ | 3.29                | 9.93                | 16.68               |
|       | $dA_c$                          | -0.628              | -0.156              | 0.320               |
|       | $dA_c + dA_t$                   | 0.881               | 0.920               | 0.963               |

### 4. おわりに

ここでは最適設計での板厚の制約条件はどう取り扱ったらよいかという観点から板厚と応力度・断面積との関係をI型断面で調べたが、腹板では板厚を薄くする効果が大きいので、板厚を最小寸法にとることは意味があるが、フランジではその効果が小さいので、他の設計上の要件があればそれに従ってもよいことが示された。上下非対称のプレートガーダー、合成げたの鋼げた断面・合成断面についても引き続き調べていくことにしたい。