

東海大学工学部 正会員 宇都一馬 ○正会員 冬木 衛

1. まえがき 杭打ちの施工管理に用いられているところの杭の動的支持力公式は、打撃エネルギーの均合いを考慮しているといわれる Hiley の式を修正して、種々の基準や指針に採用されている。しかし、これらのいわゆる杭打ち公式により算定される支持力は、それほど精度のよいものでないことが一般的認識である。

筆者らは、杭打ち時に生じる種々の現象を波動論的な見地から取扱い、一連の研究を行なってきたが、その結果、Hiley 系の式の誘導過程にいくつかの重大な問題点があることが判明しているので、今回指通した。あわせて、新しく提案した波動理論に基づいた動的支持力算定式についても言及した。

なお、参考文献のうち筆者らの文献を内容別に整理すると、波動理論に関するもの[1, 2]、基礎実験に関するもの[2]、現場実験に関するもの[3, 7]、杭に発生する打撃応力の算定式に関するもの[3, 4, 5, 6, 7, 8]、縦衝撃における Smith の解法の問題点を指通したもの[9, 10]、波動理論に基づいた動的支持力算定式に関するもの[11]などである。また、同様の波動現象である標準貫入試験に関する報告(文献省略)も合わせて参照していたにだけは幸いである。

2. 小さな弾性体の衝突理論 Hiley 系の杭打ち公式誘導の根拠になっている小さな弾性体の衝突理論を物理学の教科書から引用すると次のとおりである。図-1 は、直衝突(二つの衝突する物体の、衝突前の相対速度が衝突面の共通法線と一致するような衝突)する質量 m_1 , m_2 二つの球の衝突前後の状態を示したものである。速度は衝突前が v_1 , v_2 , 衝突後に V_1 , V_2 にそれぞれなったとする。この際 2 球の全運動量は不変であるので、(1) 式が成立する。

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2 \quad (1)$$

これだけでは、 V_1 , V_2 を求められないが、Newton の衝突の法則を使って、(1) 式と連立に解けば決定できる。衝突の際、互いに接触をはじめてから徐々に圧縮変形し、両者が同一の共通速度 V になる瞬間までに及ぼし合う力積 I_c [圧縮力積] と、その瞬間以後弾力によって離れるまでに及ぼし合う力積 I_r [反発力積] はそれぞれ、(2) 式、(3) 式となる。

$$I_c = m_1(v_1 - V) = m_2(V - v_2) \quad \text{これから} \quad I_c = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2) \quad (2)$$

$$I_r = m_2(V - V_1) = m_1(V_2 - V) \quad \text{これから} \quad I_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (V_2 - V_1) \quad (3)$$

(3) 式と(2) 式の比は、反ばつ係数 e と定義され、(4) 式で表わされる。

$$e = I_r / I_c = (V_2 - V_1) / (v_1 - v_2) = \text{定数} \quad (4) \quad \text{図-1 小さな弾性体の衝突}$$

すなわち、反ばつ係数 e は二つの物体の衝突前後の相対速度の比で表わされ、両物質に関係した定数である。 e の値は 0 から 1 の範囲をとり、 $e = 1$ の場合は完全弾性衝突、 $e = 0$ の場合は完全非弾性衝突と称せられる。実際問題では、ガラスどうしでは 0.94、鉄鉄どうしでは 0.66、ガラス対鉄鉄では 0.91、粘土では 0 などの値をとる。

(1) 式と(4) 式とから、衝突後の速度 V_1 , V_2 はそれぞれ(5) 式、(6) 式で求められる。

$$V_1 = v_1 - (1+e) \frac{m_2}{m_1+m_2} (v_1 - v_2) \quad (5)$$

$$V_2 = v_2 - (1+e) \frac{m_1}{m_1+m_2} (v_2 - v_1) \quad (6)$$

衝突の際の運動エネルギーの減少は、(5) 式、(6) 式を用いて(7) 式となる。

$$|K - K'| = \left(\underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2}_{K} \right) - \left(\underbrace{\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2}_{K'} \right) = \frac{1}{2} (1-e^2) \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2 \quad (7)$$

3. Hiley 式の問題点 Hiley 式の誘導過程はたとえば文献(2)に詳しいので省略するが、基本的には 2. で述

べた衝突理論をそのまま杭打ちの問題に適用したものである。すなわち、 m_1 をハンマーに、 m_2 を杭に($v_2=0$)おきかえて衝突の問題を解き、これに効率、貫入量、キャップ・杭・地盤などの圧縮量を考慮して、たくみに誘導されている。しかし、この式の誘導過程にいくつかの重大な問題点があるので以下それらを指摘する。

①まず、2.で述べた衝突理論は、両者の形状がマッシュガムのものでその物体内の波動を考慮しなくてもよいような形状の場合のみ適用できる理論である。いいかえれば、接触時間が極めて短い場合か、あるいは作用している力が一定で変化しないものとみなし得る場合について成立するもので、ハンマーと杭のように棒状の物体の衝突に適用するのは適当でない。これは、接触時間がハンマーと杭の形状、地盤の状態により複雑に変化し、反ばり係数 C のような単純な係数のみでは決定されないからである。②また、一步譲って、この理論を用いるにしても次に述べる誤りがある。すなわち、Hiley式では杭の貫入に關する有効エネルギーとして(7)式の K' の値すべてをとっているが、これは誤りで、⑧の値のみをとるべきものである。なぜならこの理論では衝突後は両物体は分離しているはずであるからハンマーのもつエネルギー④と有効エネルギーに加えることはできない。特に杭の打止め付近では V_2 の値は負となる場合もあり得ることを考えても十分理解できよう。③①で述べた理由から、杭のような棒状の物体では波動理論による必要がある。一次元波動では、波動のもつエネルギーは運動エネルギーと歪エネルギーに2分されて存在する。ところが、Hiley式ではこの両エネルギーの識別をせずに、地盤支持力を論じており極めて不合理であるといえる。以上述べたように、Hiley式の立脚するところの衝突理論が杭打ち現象を論じるには適切ではなかったことになる。

しかし、ある程度の精度で支持力が推定できるのも事実であるが、これは次のように考えている。すなわち、Hiley式には支持力を支配するであろう要因が一応とり入れられている。したがって、支持力に関する一種の回帰式と考えれば、適当な係数を選ぶことによりある程度の推定は可能であろう。

4. 波動理論に基づいた動的支承力算定式 杭打ち現象に関する波動論的な考察から、筆者らは杭の動的支承力算定式を提案している。図-2を参照して杭先端の動的支承力は(8)式で与えられる。また、(9)式は(8)式の近似式で、(8)式で $K \gg K_0 \gg S + K_s$ において得られる。

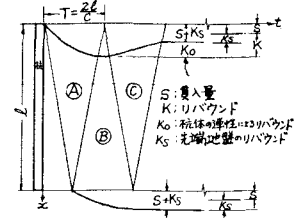
$$R_d = \frac{AE(S+K+K_0)}{2\ell} = \frac{AE(S+K_s+2K_0)}{2\ell} \quad (8) \quad R_d = \frac{AEK}{\ell} \quad (9)$$

これは、杭打込み時の杭頭の境界条件を簡単な形で実測値(S, K, K_s, K_0)に近似させ、さらに杭先端では変位に關する反射係数 α が時間に関して一定な境界条件を仮定して、一次元波動方程式を解いて得られたものである。

ここで反射係数 α は、杭の先端における地盤の動的固さを示す係数であり、杭先端の支持力やバネ定数に關し、ハンマーのはね返りにも影響する。2.で取扱ったいわゆる反ばり係数 C とは全く異なったものであり、実際に S, K_s, K_0 などで表現し得るものである。紙面の都合でこれに關する詳細な論議は次の機会に述べたい。

5. まとめ 筆者らは、杭打ち作業そのものは動的な載荷試験であると考えており、同様の現象である標準貫入試験などとの関連性を、反射係数 α を媒介にして波動論的な見地から系統的に解明していく予定である。

参考文献 1) 宇都・馬; 7月の打込み、橋梁と基礎、Vol. No 2, (1967). 2) 森田・宇都・冬木; シンクロスコープを用いた打撃応力の観測、土木学会第23回年次学術講演会、Ⅱ-42, (1968). 3) 宇都・小笹・吉村; 実験と施工実績を背景とする施工指針の検討(1)-道路橋下部構造設計指針(基礎)の施工篇解説-、道路、1969.10. 4) 宇都・冬木・近藤; 波動理論による打込み時(くい)の打撃応力の算定式について、土木学会第30回年次学術講演会、Ⅱ-85, (1975). 5) 宇都・冬木・近藤; 打込み時に(くい)に発生する打撃応力の算定式について、同上第31回、Ⅱ-217, (1976). 6) 宇都・冬木・近藤; (くい)の打撃応力に及ぼす先端地盤の影響、同上第32回、Ⅱ-292, (1977). 7) 宇都・冬木・近藤; (くい)の偏心打撃に關する一実験、第4回土木学会関東支部年次研究発表会、Ⅱ-17, (1977). 8) 宇都・冬木・近藤; (くい)の打撃応力におよぼすハンマーの重量について、同上第5回、Ⅱ-12, (1978). 9) 宇都・冬木・近藤・山田; 縦衝撃におけるスミスの解法の問題点、同上、Ⅱ-11, (1978). 10) 宇都・冬木・近藤・山田; 縦衝撃におけるスミスの解法の問題点(物2)、第13回土木工学研究発表会、(1978). 11) 宇都・冬木・小山; 波動理論に基づいた杭の動的支承力算定式の提案、同上第4回、(1979). 12) Chellis, R.D.; Pile Foundations 2nd ed., McGRAW-Hill, (1961).



- A, ℓ, E, P : 杭の断面積、長さ、ヤング係数、密度。
 C : 波動の伝は速度 ($C = \sqrt{E/\rho}$)。
 T : 波動が杭体と柱に要する時間 ($T = 2\ell/C$)。
 α : 杭先端における変位に關する反射係数。
 S, K : 杭頭で測定される貫入量、リバウンド量。
 K_0 : 杭体の弾性によるリバウンド量。
 K_s : 先端地盤のリバウンド量。
 $\bar{K}_0$: 杭先端の平均応力。
 R_d : 杭先端地盤の動的支承力。

図-2 杭頭と先端の時間・変位