

II-18 河床波の初期発生について

中央大学理工学部 正会員 林 泰造
中央大学大学院 学生会員 ○大 西 光 陽

1. はじめに

移動床水路では、水理条件と河床砂の特性により種々の河床形態を生ずる。本研究では Potential flow model を用いて、水面波の作用により平坦河床からでも河床擾乱を発生することを示し、次に、発生する初期河床擾乱の卓越波数を求めた。また、得られた初期河床擾乱の卓越波数で、小規模河床形態である Ripples と Dunes の発生領域が分類できることも示した。

2. 初期条件と境界条件

水流は quasi-steady flow とし、図-1 に示すような potential flow を考える。

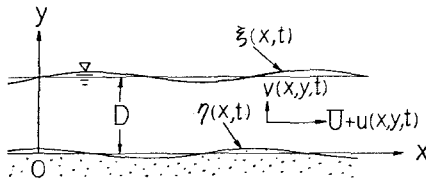


図-1

初期条件

$$\eta(x, 0) = 0 \quad (1)$$

$$\xi(x, 0) = \xi_0 e^{ikx} \quad (2)$$

ここに、 η : 河床波の波高、 ξ : 水面高、 ξ_0 : 水面波の初期振幅、 k : 水面波の波数、である。

境界条件

$$\left. \begin{aligned} U \xi_x &= 0 \\ g \xi + U \phi_x &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ at } y=D \quad (3)$$

$$(4)$$

$$\phi_y = 0 \quad \left. \right\} \text{ at } y=0 \quad (5)$$

以上の初期条件および境界条件のもとで、Laplace の方程式

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} = 0 \quad (6)$$

を解く。ここに、 $\phi_x = u$, $\phi_y = v$, ϕ : harmonic velocity potential, である。

(3) と (6) 式より、速度ポテンシャル $\phi(x, y, 0)$ は

$$\phi(x, y, 0) = iU \xi_0 \frac{\cosh ky}{\sinh kD} e^{ikx} \quad (7)$$

また(5)式より、

$$F_r^2 = \frac{\tanh kD}{kD} \quad (8)$$

となり、この(8)式より水面波は Airy speed にあることがわかる。ここに、 $F_r = U/\sqrt{gD}$ 。

3. 掃流砂量式

掃流砂量の連続式

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial g_B}{\partial x} = 0 \quad \text{at } y=0 \quad (9)$$

ここに、 g_B : 単位幅あたりの掃流砂量、である。

掃流砂量式

$$g_B \propto \tau^{n_2} \propto (U+u)^m \quad (10)$$

として、林(1970)の掃流砂量式を用いると、

$$g_B(x, t) = a [1 + \alpha \eta(x - \delta, t)] [U + \phi_x(x - \delta, 0, t)]^m \quad (11)$$

ここに、 a : 有次元の定数、 n & m : 無次元定数、 δ : 遅れ距離、 α : 林の inclination factor, である。いま、 $\eta(x, 0) = 0$ を考慮して、(11)式を線型化すれば、

$$g_B(x, 0) = \bar{g}_B \left[1 + m \frac{\phi_x(x - \delta, 0, 0)}{U} \right] \quad (12)$$

となる。ここに、 $\bar{g}_B = a U^m$, である。

(12) を (9) に代入すると、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = i m \bar{g}_B \xi_0 k^2 \frac{1}{\sinh kD} e^{ik(x-\delta)} \quad (13)$$

となり、この(13)式を時間について積分すれば、 $\eta(x, 0) = 0$, より

$$\eta(x, t) = im \bar{g}_0 \xi_0 \frac{t}{\sinh kD} e^{ik(x-\delta)} \quad (14)$$

となる。この(14)式より、Airy speed にある水面波によって、Flat Bed から河床擾乱が発生し、時間とともにその振幅が増大していくことがわかる。

4. 初期河床擾乱の卓越波数

Airy speed にある水面波の作用により、Flat Bed から発生する初期河床擾乱の増幅率 $\Gamma(t, k)$ は、(14)式より、

$$\Gamma(t, k) = m \bar{g}_0 \xi_0 \frac{k^2}{\sinh kD} t \quad (15)$$

である。従って、初期河床擾乱の卓越波数は

$$\frac{\partial(\partial \Gamma / \partial t)}{\partial k} \bigg|_{t=0} = m \bar{g}_0 \xi_0 \frac{k}{\sinh kD} \left[2 - kD \frac{\cosh kD}{\sinh kD} \right] = 0 \quad (16)$$

より、

$$2 \tanh kD - kD = 0 \quad (17)$$

を満足する kD が卓越波数である。(17)式の解は

$$kD \doteq 1.92 \quad (18)$$

となり、この無次元波数が初期河床擾乱の卓越波数であり、平坦河床から河床擾乱が最も発生し易い水理条件を与えていると考えられる。

Flat Bed から河床擾乱が発生すると、時間の経過とともに河床波の波数は小さくなることが確認されているので、(18)式によって与えられる初期河床擾乱の卓越波数は、水面波の作用によって発生する河床波の波数が大きい方の限界を与えていると考えられる。なお、(18)式によると、水深が決まれば平坦河床から発生する河床擾乱の波数 k が決まる。従って、(18)式によって与えられる河床形態は水深と密接な関係がある Dunes であり、 $kD = 1.92$ は、Dunes の発生限界を与えていると考えられる。

図-2に、(18)式と Guy, Simons and Richardson の実験データを示した。河床形態の分類において、Ripples は河床砂礫の粒径 d 等

によって河床波の波数が定まり、Dunes は水深と密接に関係していることから、水深に関係する河床形態の波数限界を与えらる(18)式によって Ripples と Dunes を区分できることがわかる。

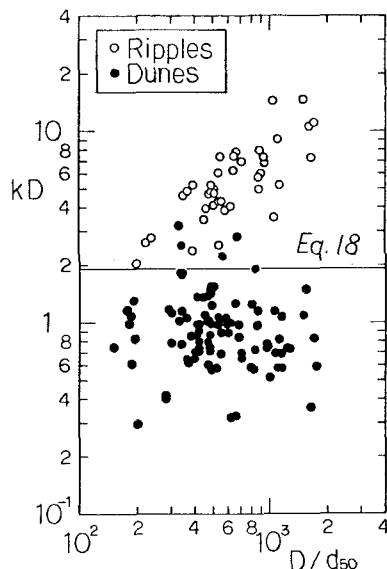


図-2

平衡状態に達している河床形態の卓越波数としては、実験データの整理より Ripples について Yalin (1964) は $\lambda = 1000 d_{50}$ (or $kD = 0.006 D/d_{50}$), Dunes について Yalin (1964) は $\lambda = 5D$ (or $kD = 1.26$), 日野 (1968) は $\lambda = 7D$ (or $kD = 0.90$) を与えている。ここに、 λ : 河床波の波長である。

5. おまけ

本研究により、①平坦河床から Airy speed にある水面波によって河床擾乱が発生することが明らかになった。また、その発生初期の河床擾乱の卓越波数で、Ripples と Dunes の河床形態を区分できることが明らかとなった。② Guy 等の実験データを整理することにより、Ripples の波数は D/d_{50} に関係し、Dunes の波数は水深と密接に関係していることが再確認できた。

図面の制作にあたり中央大学土木工学科 松本祐二君の協力を得たことをここに記す。

参考文献: Jain-Kennedy: The spectral evolution of sedimentary bed forms, J.F.M. (1974), Guy, Simons and Richardson: Summary of alluvial channel data from flume experiments, G.S.P.D. (1956-61), Hayashi: Formation of dunes and antidunes in open channels, P.A.S.C.E. (1970), Yalin: Mechanics of sediment transport, 2nd edition, Pergamon Press (1976)