

武蔵工業大学 正会員 星谷 勝

武蔵工業大学 学生員 高橋 剛

1. まえがき 従来の地震動の解析においては主にフーリエ振幅に注目して、フーリエスペクトル、パワー・スペクトル、フィジカルスペクトル等の種々の振幅特性を表わすスペクトルが盛んに用いられてきたが、それらに比べて位相の方はほとんど顧みられなかった。しかし最近になって位相特性が地震動特性の非定常性に何らかの関係を有するのではないかという考えから位相特性に着目した一連の研究が大崎・政尾⁽¹⁾等によって行われている。大崎・政尾等によれば地震動波形の振幅が立上り、強振部、減衰という傾向をもつて変化する非定常性を示すことに対して波形のフーリエ変換から得られる成分波相互の位相の干渉性で説明できるとしている。本研究も同様の観点から地震動波形のフーリエ変換のフーリエ振幅とフーリエ位相(これを同振動数で除して得られるフーリエ位相時間)が地震動波形の非定常性にどのように関与するかを考察したものである。

2. フーリエ振幅スペクトル $A(\omega)$ とフーリエ位相時間スペクトル $T(\omega)$ の役割 その1

地震動波形 $x(t)$ のフーリエ変換は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{i\omega t} d\omega \\ X(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$X(\omega) = A(\omega) e^{-i\theta(\omega)}$ とおくと(1)式より離散型表示式として $x(t)$ は次のように表わせる。

$$\begin{aligned} x(t) &\cong \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=1}^N A(\omega_k) \cos\{\omega_k t - \theta(\omega_k)\} \quad (2a) \\ &\cong \frac{\Delta\omega}{\pi} \sum_{k=1}^N A(\omega_k) \cos\{\omega_k \{t - T(\omega_k)\}\} \quad (2b) \end{aligned}$$

但し $T(\omega) = \theta(\omega)/\omega$

ここで N は十分に大きな正整数、 $\Delta\omega$ は有意な振動数成分の上限、下限値を ω_U, ω_L として $\Delta\omega = (\omega_U - \omega_L)/N$ 、 $\omega_k = \omega_L + (k - \frac{1}{2})\Delta\omega$; $k=1, 2, \dots, N$ で与えられる。

(2)式に於ける $A(\omega), \theta(\omega), T(\omega)$ をそれぞれフーリエ振幅(スペクトル)、フーリエ位相角(スペクトル)、フーリエ位相時間(スペクトル)と呼ぶことにする。(2)式より如何なる地震動波形も一般には振幅 $A(\omega)$ と位相角 $\theta(\omega)$ (又は位相時間 $T(\omega)$)の余弦波成分の合成波として表現されることが明らかであり、これらの特性によって波形自体の特徴も從属的に支配されることがわかる。ところで余弦波成分は全てが 2π の周期関数であるから(2b)式より各成分波は図1のように基本位相時間 $T(\omega_k) = \theta(\omega_k)/\omega_k$ を有し、以後は時間方向で $2\pi/\omega_k$ 毎に繰返した波形となる。したがって、各成分波のピーク値がよくかさなる(干渉性の

ある)ような時刻に於いては原波形の振幅は強調された大振幅となり、逆に相殺されるような時刻に於いては振幅は小さくなる。このようにして合成された地震動波形は図2のような複雑な非定常性を示すものを見ることが出来る。この干渉性の現われる時刻は図1より明らかであるがフーリエ位相時間 $T(\omega)$ に支配されることがわかる。又、干渉の大きくなる時刻に於いてもそれぞれの成分波の振幅の大きさの程度によって合成波の振幅は影響されるから $A(\omega)$ も重要な役割をする。

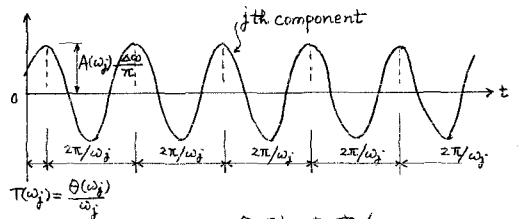
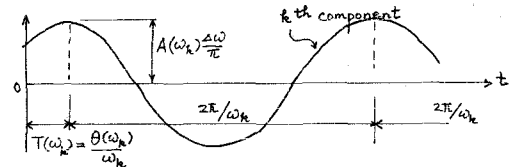


図1. 余弦波成分

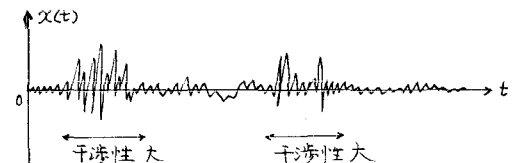


図2. 地震動波形

そこで、 $T(\omega)$ と $A(\omega)$ の役割を明確にするために幾つかの典型的なフーリエ位相時間スペクトルマップ $T(\omega)$ とフーリエ振幅スペクトル図 $A(\omega)$ の組合せとそれに対応する波形 $x(t)$ の予想図を示してみた。図3はフーリエ位相時間 $T(\omega_k) = t_0: \text{const.}$ の場合であり、 $x(t)$ は時刻 t_0 で衝撃的な波形となっている。図4はフーリエ位相時間の分布が異なる3つの時刻に集中し、それに対応した波形となっている。図5、6は共にフーリエ位相時間が0から $2\pi/\omega_k$ で一様乱数となって現われた例であり、フーリエ振幅の相異によりそれぞれ狭帯域と広帯域の波形となっている。このように地震波形の特性をとらえるためには $T(\omega)$ マップは重要な役割を要すると思われるので、実波形(Millikan Library, San Fernando Earthg.)を解析してみた。しかし図7が示すとおり $T(\omega)$ マップが複雑で満足いく観察はできなかった。

3. $A(\omega)$ と $T(\omega)$ の役割 その2

そこで別の角度から $A(\omega)$ と $T(\omega)$ が波の干渉性を与える役割を考えてみる。はじめにフーリエ位相時間 $T(\omega)$ のみの影響をしらべるために図1上の各成分波の振幅を1に正規化してみる。次に各成分波の絶対値の級数和をとってみる。これは合成波の各成分が相殺される可能性を除去したものであるから考えられる最大の干渉性を与えるものである。そこで実際の位相時間による干渉性と考えられる最大の干渉性の比を与えるパラメータとして次式を導入する。

$$K_1(t) = \frac{\sum_{k=1}^N \cos \omega_k \{t - T(\omega_k)\}}{\sum_{k=1}^N |\cos \omega_k \{t - T(\omega_k)\}|} \quad (3)$$

$K_1(t)$ は-1と1の間の値をとり、 $T(\omega)$ の干渉性の程度とそれを与える時刻を与えるものである。

フーリエ位相時間とフーリエ振幅の効果と同時に調べるためには同様の考えから次式の検討も必要である。

$$K_2(t) = \frac{\sum_{k=1}^N A(\omega_k) \cos \omega_k \{t - T(\omega_k)\}}{\sum_{k=1}^N |A(\omega_k) \cos \omega_k \{t - T(\omega_k)\}|} \quad (4)$$

$K_1(t)$ と $K_2(t)$ の経時変化を調べることで合成波の特性に与える $A(\omega)$ と $T(\omega)$ の影響の度合をとらえることを今後の課題と考えている。

文献(1)大崎他：日本建築学会学術講演 55年9月

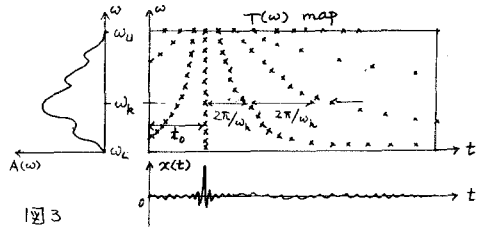


図3

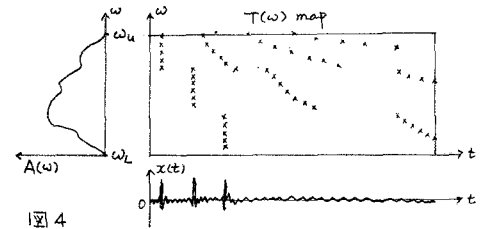


図4

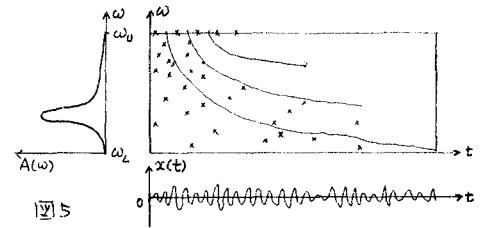


図5

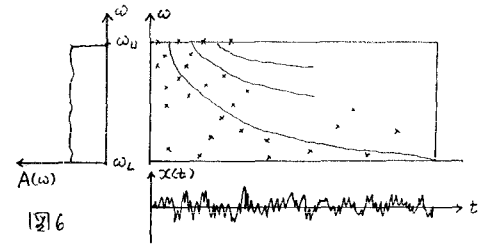


図6

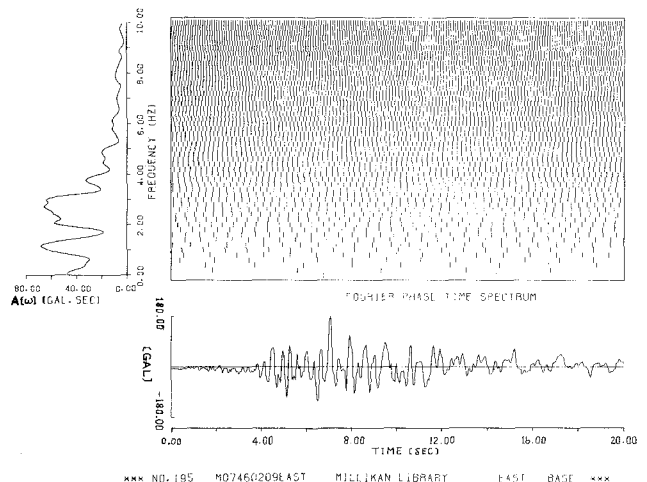


図7 Fourier Phase Time Map