II－6　KINEMATIC-WAVE法とIMPLICIT法による逆洪水追跡の比較

法政大学　学○砂田 博文
日本システムリサーチ　正 清水 満
法政大学　正 西谷 隆亘

1. はじめに

下流懸案地点で所要ハイドログラフが与えられた時、上流放流地点でのハイドログラフを推算することは、支川合流など水量の増減がある場合には、特に重要である。これは不定流を下流端境界条件の下に解く問題である。この問題に対して、筆者らはKINEMATIC-WAVE法による逆洪水追跡を試みているが、KINEMATIC-WAVE法は基礎方程式に加速度項や慣性項が含まれぬため、従来、その適用範囲($i>1/300$)が限定されると言われている。しかしながら、筆者らの対象データは利根川(八斗島-栗橋間約52km)のもので、iの範囲は$1/600>i>1/3000$であったが、順追跡、逆追跡共にほぼ満足すべき結果が得られた。[1),2)] その際、問題となったことは、格子点上の流量を求める時、比例配分操作を行なうが、それがハイドログラフを平滑化し、低減効果を持たらしていることであった。その結果が、順追跡の良好な再現性をもたらし、(図1-1) 逆追跡では、上流側の推定ハイドログラフが僅かに低減することに現われている。(図1-2)

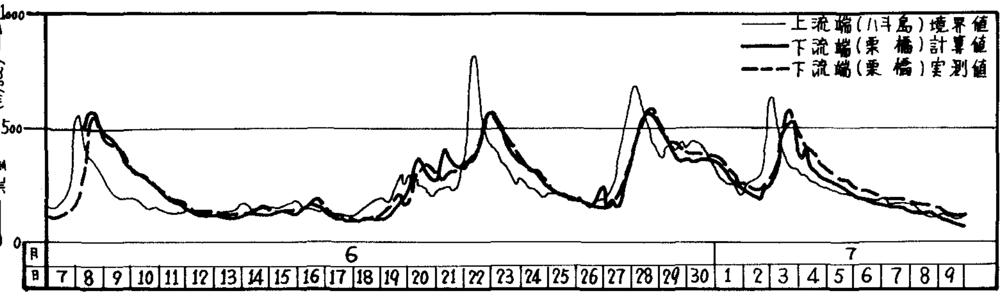

図1-1 KINEMATIC-WAVE法による順追跡

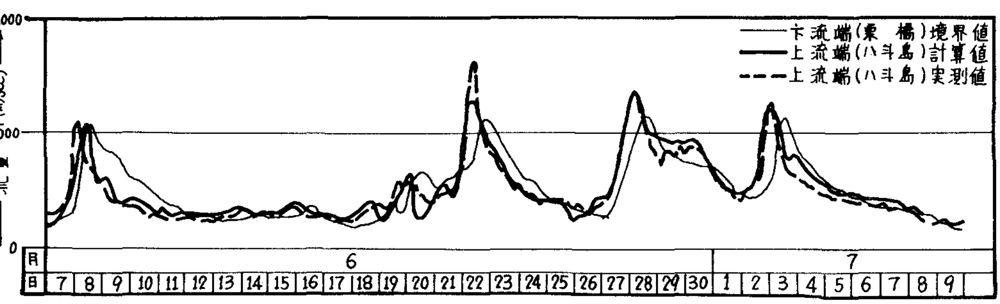

図1-2 KINEMATIC-WAVE法による逆追跡

低減効果を比較する目的で、運動方程式の項の省略なしに中心差分計画でIMPLICITな差分化を行い、同じデータを用いて順追跡がなされたが、この方法では予想されたようにダイナミックな低減効果があり、KINEMATIC-WAVE法とほぼ同様な結果が得られている。(図2-1) しかし、計算に要した時間は、KINEMATIC-WAVE法の方が、遙かに短かかった。[3)] IMPLICIT法による逆追跡については、中心差分計画では、現在未だ、計算の安定性に問題があり、三角波形についてしか、結果は得られていない。

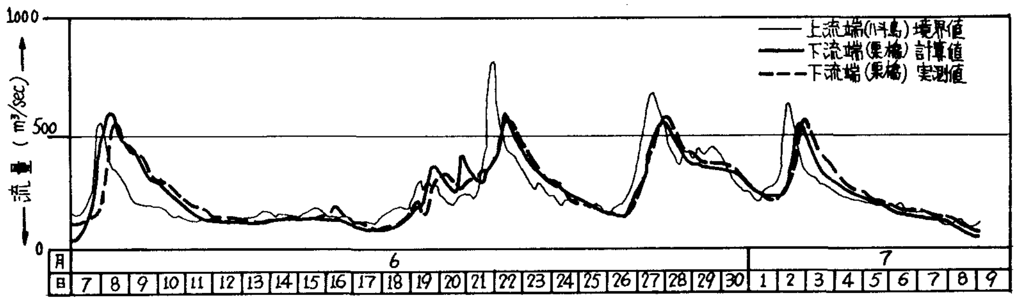

図 2-2　IMPLICIT 法による順追跡

2. 基礎方程式および計算方法

2-1 KINEMATIC-WAVE 法　　連続式: $\partial A/\partial t + \partial Q/\partial x = 0$ ---(1)　運動式: $Q = \alpha A^m$ ---(2)
(1), (2)式より特性曲線 $C = dx/dt = dQ/dA = \alpha m A^{m-1}$ ---(3)　特性曲線を交差させない条件(安定条件)
$C_{min} > \Delta x/\Delta t$ ---(4)　境界条件; 上流端または下流端ハイドログラフ, また, 格子点の流量は比例配分。[1),2)]

2-2 IMPLICIT法　　連続式: $\partial h/\partial t + v \cdot \partial h/\partial x + A/B \cdot \partial v/\partial x = 0$ ---(5)　運動式: $\partial v/\partial t + v \cdot \partial v/\partial x + g \cdot \partial h/\partial x = g(i_0 - i_f)$ ---(6)　$i_f = n^2 v^2 (A/P)^{-4/3}$ ---(7)　境界条件; 上流端ハイドログラフおよび下流端マニング公式(逆追跡では逆になる)。中心差分計画で(5)~(7)式を差分化し、各時間ステップでの初期値を与えてNewton法により、水深と流速を求める。

A; 断面積, Q; 流量, α, m 定係数, n; 粗度係数, h; 水深, v; 流速, P; 潤辺, B; 水面巾, i; 勾配　ただし h~A~P 曲線は既知とする。

3. 逆洪水追跡について

不定流は不可逆現象であるので、(6)式を時間軸に逆に計算することは少し抵抗を感ずるかも知れないが、差分により順追跡ができるのなら、同じ差分を逆に計算すれば、元に戻る筈であり、逆追跡も不可能ではないと思われる。しかしながら、解の存在と一意性については、非線形方程式なるが故に、数学的には不明であり、実測データと計算値の照合しかない。実データを用いた計算で、中心差分計画によるものは $\Delta t = 1$ 時間の場合、発散してしまい、$\Delta t = 10$分では、数値解は得られも計算値は上流端実測値とは、かけ離れた結果となった。図3は、数値計算の安定性を調べたものである。$\Delta x/\Delta t = 0.5$ m/s の時、$\Delta t = 100$s の場合と $\Delta t = 1000$s の場合の三角波形に対する逆追跡では $\partial Q/\partial t$ が大なる場合に頂点附近で波形が不規則に崩れている。すなわち、安定条件は $\Delta x/\Delta t$ のみならず、Δt やデータの性質にも依存することを示している。計算値を見ると、時間ステップ毎に上方向に振動している。これを避けるため初期値は流量に対応する等流水深と流速を与え、また、時間方向の振動に対しては、加重平均により均らした。

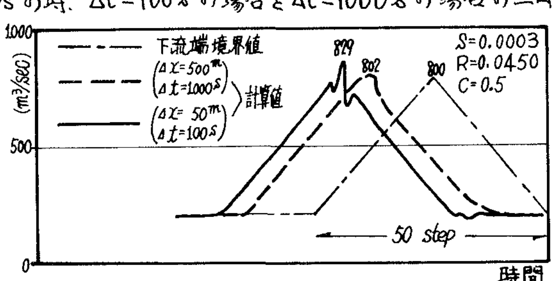

図 3　∂Q/∂t による計算結果の相異

4. おわりに

計算結果から見ると、KINEMATIC-WAVE法が計算時間も速く、簡便なようである。しかし、減衰効果を持たぬので、(6)式をその儘使える安定な差分計画によるものが、見出せれば、精度や計算時間の点などから、今少し検討する要があろう。

参考文献　1) 石崎・橋本・西谷・砂田「KINEMATIC-WAVE法による不定流の逆追跡」第32回土木学会年講第2部 pp.257-258
2) 橋本・西谷・砂田「KINEMATIC-WAVE法による不定流の逆追跡」土木技術資料 Vol.20, No.1, 1978 pp.21-26　3) 西谷・砂田・清水「KINEMATIC-WAVE法とIMPLICIT法による洪水追跡の比較」第5回土木学会関東支部第II部門 pp65-66　4) 橋本・西谷・砂田「不定流の逆追跡」第33回年講.