

東京大学工学部 正員 堀川 清司
東京大学工学部 学生員 富田 英治

1. まえがき 密度流の界面における混合現象には内部波の破波が支配的な役割を果たすことは、すでに多くの研究者によって指摘されているが、破波に到る機構そのものは、表面波の場合と同様、明らかにされているわけではない。一方、海洋における内部重力波に関する研究は数多くあるが、破波現象を論じたものは少数である。長島¹⁾は、石油と水の二層境界面に強制的に発生させた界面波を一樣勾配の斜面上で破波させ、反射率を測定するとともに、破波形態を4つの型に分類している。この分類にいかほど必然性があるかは疑問であるが、少なくとも表面波の破波とは趣きを異にしていることがわかる。それによると、界面波の破波では、表面波の場合に見られるような巻き破波は起こらず、崩れ破波に似た破波のみ起こる。また、破波に先立ち、峰の前面に多数の微細な表面張力波が発生することが指摘され、この現象はケルビン・ヘルムホルツの不安定理論で説明できるとしている。筆者らは可傾水路を用いて界面波の破波の形態を観察するとともに、表面張力波の発生が、ケルビン・ヘルムホルツの不安定理論によるものであることを実験的に検証することを試みた。

2. ケルビン・ヘルムホルツの不安定理論について

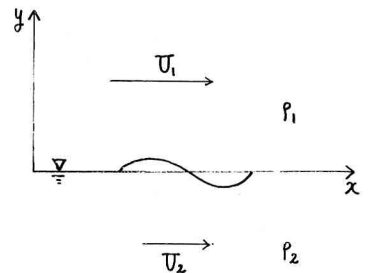
右図のように、上層、下層の密度がそれぞれ ρ_1, ρ_2 、主流速がそれぞれ U_1, U_2 である一様定常二層流と考える。非圧縮性完全流体では、界面に生じた波数 k の微小擾乱が伝達して界面が不安定になる

$$\text{条件は } \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} (U_1 - U_2)^2 > \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \frac{g}{k} + \frac{\gamma k}{\rho_1 + \rho_2}$$

で表はされる。ただし、 γ は界面張力定数であり、ここでは擾乱は二次元的なもののみを考える。また右辺は $k_m = [(\rho_2 - \rho_1)g/\gamma]^{1/2}$ で最小値 $2\sqrt{(\rho_2 - \rho_1)g\gamma}/(\rho_1 + \rho_2)$ をとる。従って

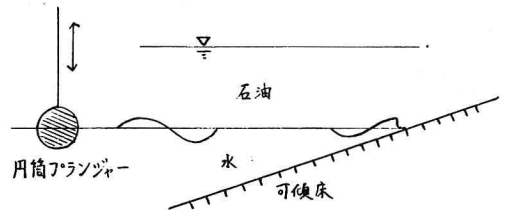
$$\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} (U_1 - U_2)^2 > 2 \frac{\sqrt{(\rho_2 - \rho_1)g\gamma}}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\star)$$

であれば、いかなる擾乱も伝達せず、界面は安定となる。2)



3. 実験装置について

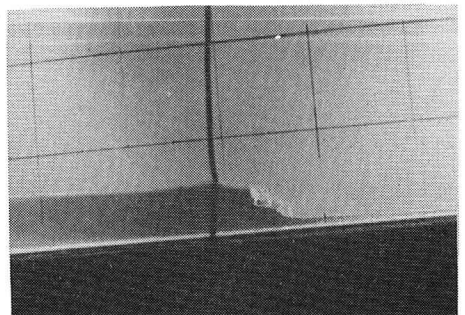
実験に用いた水路は、長さ550cm、巾20cm、高さ95cmの造波機付可傾水路で、造波形式は円筒プランジヤー型、水路床勾配は0~1%まで連続可変である。周期は0.3sec~3secまで運転中連続可変、最大波高は実測で4cmであった。



4. 破波形態について

実験可能な範囲では、観察された破波形態は一種類のみで右図のように峰の前面から崩れ始める崩れ破波に近いものであった。ただ、表面波のように波形が尖って崩れるのではなく、なだらかは波形の上に生じた擾乱が伝達して波形を崩してゆくところから、ここで見られる破波は波自身の浅水変形によるものではなく、界面の不安定によるものであると考えられる。

自由表面 →



5. 表面張力波の発生限界について

(☆)の安定条件と実験によって検証してみた。

便宜的な理由から実験では完全重複波を用いた。

実験条件下においては自由表面の変動はほとんど見られなかつたので、界面波のモードのみを考えると、波数を、振幅 a の完全重複波の節における最大流速 U は微小振幅波理論によれば

$$(U_2 - U_1)_{\max} = a\sigma(\coth kh_1 + \coth kh_2) \text{ となる。}$$

$$\text{一方分散関係式より } \sigma^2 = \frac{gk(P_2 - P_1)}{P_1 \coth kh_1 + P_2 \coth kh_2} \text{ である。}$$

従っていかなる攪乱も発達しない安定状態の限界波高 a_c は

$$a_c = \frac{1}{\coth kh_1 + \coth kh_2} \sqrt{2 \frac{P_2 + P_1}{P_2 - P_1} \frac{(P_1 \coth kh_1 + P_2 \coth kh_2)}{gk P_1 P_2}} \sqrt{(P_2 - P_1) g T}$$

で与えられる。これと実験結果と比較してみたのが右図である。実線は重複波の波長 λ に対する a_c の理論曲線であり、これより上では不安定領域となる。ただし T の値は 46.75 dyn/cm と用いた。測定結果は表面張力波が発生した場合を $\times$ 、発生しなかった場合を $\circ$ で表示してある。それによると、理論値より小さな波高ですでに不安定が生じていることがわかる。

その理由として考えられる事項を以下に列挙する。

①実験の際、石油と水の界面に膜が張るのはどうしても避けられない。そのため、界面張力が低下し、限界波高 a_c が低下する。従って界面は常に清浄に保たねばならない。

②ケルビン・ヘルムホルツの不安定理論では、定常な一様流の間のシアを対象にしているが、実際の現象では主流が場所的にも時間的にも非定常であり、主流の加速効果が界面をより不安定にする方向に働くことも考えられる。

なお、表面張力波は、界面が水平にもどる直前に節付近で発生し、腹の方向へ進行し、一瞬のうちに消滅する。また、発生初期の表面張力波の波長は、ほぼ λ_m に等しいことがわかった。さらに界面活性剤 (トリノ X-100) ³⁾ を用いて表面張力を低減すると、より小さな a で、より長い波長の表面張力波が発生することを確認した。

6. 結論

界面波の斜面上での強制破波に対しては、界面でのせん断による不安定が少なからず影響をおよぼすと考えられる。また、この不安定は、ケルビン・ヘルムホルツの不安定理論でかなり説明できることがわかった。今後、主流が加速流であることによる攪乱の増幅効果や、粘性を考慮した不安定理論の扱いについて検討してゆく予定である。

参考文献

- (1) 長島秀樹：内部波の斜面による反射についての実験，東大地球物理学教室修士論文，1969。
- (2) Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge University Press, 1932。
- (3) Miller, R.L.: The role of surface tension in breaking waves, Proc. 13th Conf. Coastal Eng., Vol. 1, P.433-449, 1972。

