

防衛大学校土木工学教室 学生員 ○ 石橋 勝重

〃 正会員 中村 弘

〃 正会員 石川 信隆

1. 緒言 慣用の変形硬化定理に基づく骨組構造物の塑性解析では、計算の簡便さから載荷荷重が一つのパラメータのみに依存して繰返し載荷するという仮定が用いられている¹⁾。しかし、近年構造物の長大化や高層化に伴い耐力算定にあたり、構造物の自重すなわち死荷重およびたわみと軸力とによる付加曲げモーメントの影響(P-Δ効果)が無視できなくなってきた。このような観点から、着者は先に²⁾死荷重の影響を含む固定荷重に対する崩壊荷重解析法を提示したが、本報告はこれをさらに変動繰返し荷重の場合に拡張したもので、死荷重とP-Δ効果が変形硬化荷重に与える影響を考察するものである。その手法としては、変形硬化荷重解析および残留変形解析の基本式をそれぞれ数理解析法の問題として誘導し、比較的大規模な構造物への適用や計算の効率化を企図している。

2. 変形硬化荷重解析 (1) 下界定理による基本式 残留平衡条件と降伏条件を同時に満足する静的許容な変形硬化荷重係数 λ_s の最大値が真の変形硬化荷重係数 λ_s であるから、死荷重および残留P-Δ効果の影響を考慮した変形硬化荷重解析は、次のような線形計画法(LP)問題として表わされる。

Find : $\lambda_s, m_j (j=1, 2, \dots, S)$

such that : $\lambda_s = \max. \lambda_s \quad \dots\dots\dots (1a)$

subject to : $\sum_{j=1}^S m_j \theta_{ij} = \lambda_0 e_{oi} + e_{si}^R (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (1b)$

: $m_j + \lambda_s \bar{M}_j \leq M_{pj} - \lambda_0 \bar{M}_{oj} (j=1, 2, \dots, S) \quad \dots\dots\dots (1c)$

ここに、式(1b)は死荷重および残留P-Δ効果を考慮した残留平衡条件式を、式(1c)は変動曲げモーメントが全塑性モーメントを越えないという降伏条件式を示している。

ただし、 m_j =節点jの残留モーメント； θ_{ij} =基本枠構iにおける節点jの仮想回転角； e_{oi}, e_{si}^R =死荷重および残留P-Δ効果による仮想外力仕事； $\bar{M}_j, \bar{M}_{oj}$ =活荷重および死荷重による節点jの弾性包絡曲げモーメント； M_{pj} =節点jの全塑性モーメント； λ_0 =元荷重係数(一定)。

(2) 上界定理による基本式 式(1)にLPの双対定理を適用すれば、次のような上界定理による基本式がえられる。

Find : $\lambda_s, \theta_j (j=1, 2, \dots, S), t_i (i=1, 2, \dots, m)$

such that : $\lambda_s = \min. \left\{ \sum_{j=1}^S (M_{pj} - \lambda_0 \bar{M}_{oj}) \theta_j - \sum_{i=1}^m t_i (\lambda_0 e_{oi} + e_{si}^R) \right\} \quad \dots\dots\dots (2a)$

subject to : $\theta_j - \sum_{i=1}^m t_i \theta_{ij} = 0 (j=1, 2, \dots, S) \quad \dots\dots\dots (2b)$

: $\sum_{j=1}^S \bar{M}_j \theta_j = 1 \quad \dots\dots\dots (2c)$

ここに、式(2a)は死荷重の影響を含む塑性モーメントによつてなされる仮想内部仕事と死荷重および残留P-Δ効果による

仮想外力仕事の差が最小になることを意味し、式(2b)は漸増崩壊枠構条件を、さらに式(2c)は活荷重による弾性包絡曲げモーメントが単位外力仕事をなすことを示している。 t_i =基本枠構iが真の漸増崩壊枠構に関与する割合を示す係数； θ_j =真の漸増崩壊枠構における節点jの仮想回転角。よって双対定理から、式(1)または式(2)のいずれかを用いれば、すべての変数すなわち変形硬化荷重係数 λ_s 、残留曲げモーメント m_j および漸増崩壊枠構を示す t_i, θ_j が求まることになる。

3. 残留変形解析の基本式 既往³⁾の変動繰返し荷重に対する二次残留変形解析の基本式に死荷重の影響を加味すれば、残留変形解析式が一般に次のような二次計画法(QP)の問題として表わされる。

Find : $\theta_{Rj} (j=1, 2, \dots, S) ; m_j (j=1, 2, \dots, S) ; TR_i (i=1, 2, \dots, m)$

such that : $Z = \min. \left\{ \sum_{j=1}^S (M_{pj} - M_j) \theta_{Rj} \right\} \quad \dots\dots\dots (3a)$

subject to : $\theta_{Rj} + \theta_j^D - \sum_{i=1}^m TR_i \theta_{ij} + \left(\frac{L}{\delta EI} \right)_{jk} (2m_j + m_k) + \frac{P_{jk} L_{jk}^3}{(EI)_{jk}^3} \left\{ \frac{1}{45} m_j + \frac{7}{360} m_k \right\} = 0$

: $\sum_{j=1}^S m_j \theta_{ij} = \lambda_0 e_{oi} + e_{si}^R (i=1, 2, \dots, m) \quad \dots\dots\dots (3b) \quad (j=1, 2, \dots, S ; k \in j)$

: $M_j = m_j + \lambda_s \bar{M}_j + \lambda_0 \bar{M}_{oj} \leq M_{pj} (j=1, 2, \dots, S) \quad \dots\dots\dots (3d)$

ここに、式(3a)は塑性ヒンジ点の残留塑性回転角 θ_{Rj} が式(3d)の降伏条件の等号を満足したのちに発生するという塑性流れ条件を示し、式(3b)は死荷重および軸力の影響を考慮した節点jの残留回転角の適合条件を示している。

また式(3c),(3d)はそれぞれ式(1b),(1c)に等しく残留平衡条件および降伏条件を表わしている。 Tr_i = 実際の構造物に生ずる残留変形； θ_j^D = 節点 j の死荷重による弾性回転角； P_{jk} = 節点 jk 間の軸力； M_j = 節点 j の変動曲げモーメント； L_{jk} , EI_{jk} = 節点 jk 間の部材長さおよび曲げ剛性。ここで、式(3)は式(1)または式(2)の変形硬化荷重解析を先に行うことにより、変形硬化荷重係数 λ_s および新增崩壊機構 θ_j が既知となるゆえ式(3)はLP問題に置換でき $z=0$ のときに正解がえられる。

4. 計算例 図-1に示す簡単なラーメンを対象として、表-1に示すような変動荷重および固定荷重の水平および垂直荷重の組合せ形式に対して、死荷重および $P-\Delta$ 効果が崩壊荷重係数に及ぼす影響を検討した。ここで、表-1のCase Iは死荷重を考慮した場合、Case IIは死荷重も活荷重と想定した場合、Case IIIは死荷重を無視した場合をそれぞれ表わしている。図-2(a),(b)は、Case Iのときの新增崩壊機構および残留曲げモーメント図を示し、図-3(a),(b)はCase Iのときの残留変形図および変動曲げモーメント図をそれぞれ示している。また、表-2はCase I, II, IIIについて変動荷重の一次および二次解析および固定荷重の一次解析の崩壊荷重係数の値をそれぞれ比較したものである。表-2より以下のことが考察される。(1)死荷重の影響 (i) Case IとCase IIIを比較すれば、いずれもCase Iの方が崩壊荷重係数は小さく現われており、死荷重の影響が顕著に表われていることが分る。(ii) Case IとCase IIを比較すれば、いずれもCase Iの方が崩壊荷重係数は当然大きく、死荷重も活荷重と想定する場合は構造物の耐力を過少評価していることが確認される。(2) $P-\Delta$ 効果の影響 表-2の(a),(b)欄を比較すれば、いずれも(b)欄の方が小さく、 $P-\Delta$ 効果がかなり現われていることが分り、特に死荷重を考慮した場合(約7%)の方が無視した場合(約2.8%)に比し、 $P-\Delta$ 効果の影響が大きいことが認められる。この $P-\Delta$ 効果は高層ラーメンに対しかなり大きく出るものと予想される。(3)固定荷重との比較 表-2の(a),(c)欄を比較すれば、いずれも(a)欄の変動荷重の場合が当然小さく現われている。

5. 結言 本法は死荷重および $P-\Delta$ 効果を考慮したLPに基づく効率的な変形硬化荷重解析法を提示したもので、最適塑性設計法にも容易に拡張できると思われる。

(参考文献)

- 1) Cohn, M.Z., Ghosh, S.K., & Parimi, S.R.; Unified Approach to the Theory of Plastic Structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 98, No. EM5, Oct. 1972.
- 2) 石川信隆；非比例荷重を受ける骨組構造物の崩壊荷重解析と最適塑性設計，第26回応用力学研究会講演論文抄録集，51年10月。
- 3) 中村弘，石橋勝重，石川信隆；骨組構造物の二次変形硬化荷重解析，第32回土木学会年次学術講演会講演論文集，第1部，52年10月。

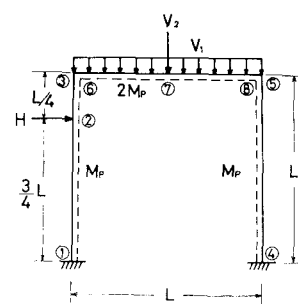


図-1 構造形式

Type	Case	Vertical Load		Horizontal Load
		V_1	V_2	H
Variable Repeated Loading	I	$V_1 = \lambda_s(2WL)$	$0 \leq V_2 \leq \lambda_s 2W$	$0 \leq H \leq \lambda_s W$
	II	$0 \leq V_1 \leq \lambda_s(2WL)$	$0 \leq V_2 \leq \lambda_s 2W$	$0 \leq H \leq \lambda_s W$
	III	$V_1 = 0$	$0 \leq V_2 \leq \lambda_s 2W$	$0 \leq H \leq \lambda_s W$
Fixed Loading	I	$V_1 = \lambda_s(2WL)$	$V_2 = \lambda_s 2W$	$H = \lambda_s W$
	II	$V_1 = \lambda_s(2WL)$	$V_2 = \lambda_s 2W$	$H = \lambda_s W$
	III	$V_1 = 0$	$V_2 = \lambda_s 2W$	$H = \lambda_s W$

λ_s : Shake down Load Factor
 λ_c : Collapse Load Factor
 λ_d : Dead Load Factor = 1.0

表-1 載荷形式

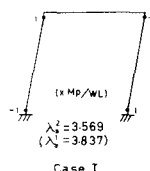


図-2(a) 新增崩壊機構

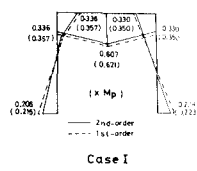


図-2(b) 残留曲げモーメント図

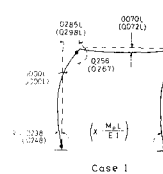


図-3(a) 残留変形図

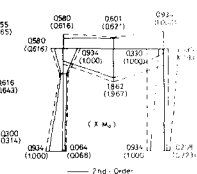


図-3(b) 変動曲げモーメント図

Loading Type	Analysis Type	Load Factor λ_c (λ_s)			Difference (x 100%)	
		(x M _u /W L)			(I - I)	
		I	II	III	I - I	I - I
Variable Repeated Loading	1st-order (a)	3837	3480	4014	-9.3	+4.6
	2nd-order (b)	3569	3060	3901	-14.3	+9.3
Fixed Loading	1st-order (c)	4229	3556	4571	-15.9	+8.1
Difference (x 100%)		(b)-(a)	(c)-(a)	(c)-(b)		
		-7.0	-12.1	-2.8		
		(a)-(c)	(a)-(c)	(a)-(c)	-11.3	-2.1

表-2 荷重係数の比較