

東海大学 正会員 星田 義治
東海大学 正会員 瀨野 啓造
東海大学 学生員 〇市川 勉

1. まえがき 自由水面を有する地下水の井戸への非定常流動に対して、Theis らの線形化した解があるが井戸における条件で、井戸の半径を無視している。著者らは、基礎式を線形化することなく、井戸の半径を有限として、数値計算を行なった。この解より得られる線図を用いれば、帯水層定数である透水係数や有効空隙率を求めることができる。また、井戸の半径を有限とすることにより、井戸から任意距離離れた地点における水位も計算できるので、任意時刻、任意地点における水位降下や影響半径も推定できる。

2. 基礎式の数値計算 不圧地下水の非定常流動に対する基礎式は、次式で表わされる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{k}{\beta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r h \frac{\partial h}{\partial r} \right) \quad (1)$$

ここで、 h : 井戸の中心から r の距離における地下水位、 k : 透水係数、 β : 有効空隙率。

(1)式を $y = \frac{r^2}{4CHt}$, $C = \frac{k}{\beta}$, $Z = \frac{Qr}{4\pi k H^2}$, $g = \frac{h}{H}$ として無次元化し、変数変換して、境界条件を与えてやると、次式のような連立常微分方程式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dZ}{dY} &= -\frac{Z}{g} \\ \frac{dg}{dY} &= \frac{Z}{gY} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 H : 揚水前の水位、 Q : 井戸の中心から r における流量。初期及び境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} Y \leq 0 \quad & g = 1 \\ Y > 0 \quad & Y = Y_0 = \frac{r_0^2}{4CHt} \quad \text{で} \quad Z = Z_0 = \frac{Q}{4\pi k H^2} \\ Y \rightarrow \infty \quad & \text{で} \quad g = 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 r_0 : 井戸の半径、 Q : 揚水量。

また、(1)式は、 $Y_0 = \frac{r_0^2}{4CHt}$, $X = \frac{r}{r_0}$, $y = \frac{r}{\sqrt{CHt}}$, $\xi = \frac{Y}{Y_0}$, $\tau = \frac{Y}{Y_0^2}$, $Z = \frac{Qr}{2\pi k H^2}$ として、次式のように変形することができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dg}{d\xi} &= \frac{Z}{\xi g} \\ \frac{dZ}{d\xi} &= -\frac{Z^2 \xi Z}{2g} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4)式に対応する境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} \xi = 1 \quad & \text{で} \quad \xi g \frac{dg}{d\xi} \Big|_{\xi=1} = Z_0 = \frac{Q}{2\pi k H^2} \\ \xi \rightarrow \infty \quad & \text{で} \quad g = 1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(2)式を(3)式の条件で、(4)式を(5)式の条件でそれぞれ Runge-Kutta 法によって数値計算した。これを線図にしたのが図-1、図-2である。前者を等汲み出し線(I)、後者を等汲み出し線(II)と呼ぶ。(等汲み出し線(I)については、すでに報告している。)¹⁾

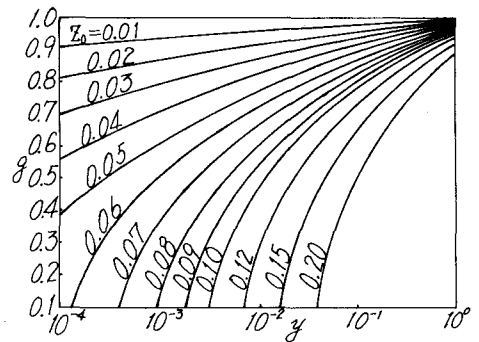


図-1 等汲み出し線(I)

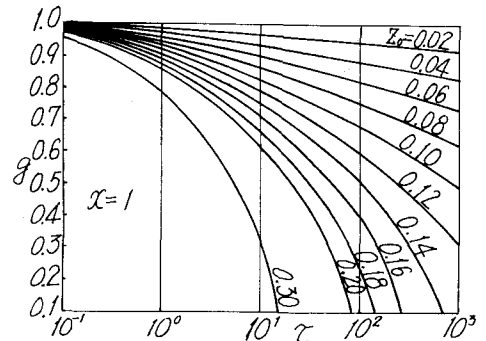


図-2 等汲み出し線(II)

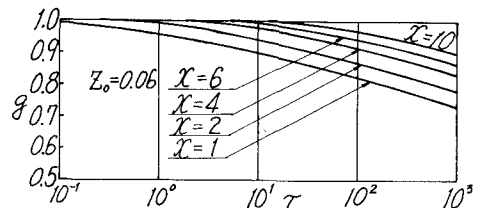


図-3 各観測井における時間-水位曲線

等汲み出し線図の場合、 x の各々の値に対して、水位降下曲線を描くことができる。また、任意時刻における水面形を書くことができる。これを図にしたのが、図3、図4である。図4では、線形解も表示してある。図4より、非線形効果もある程度、把握できるものと思われる。

3. 帯水層定数の算定 帯水層定数である透水係数(k)及び有効空隙率(β)を求めるには、実験データより $\tau = \frac{Ht}{L^2}$ 、 $g = \frac{h}{H}$ を計算し、片対数紙にプロットして、実験曲線を作成する。この実験曲線を各汲み出し量 Q に対する図3の曲線に重ね合わせ、合致する Q の線図と位置をさがす。このときの状態が、図5である。このときのごに対することより、次式によって求めることができる。

$$k = \frac{Q}{2\pi Z_0 H^2} \quad , \quad \beta = \frac{k}{c} = \frac{\tau'}{c} k \quad (6)$$

図5の場合、 $Q = 104 \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $H = 26.5 \text{ cm}$ 、であるから、 $k = 3.4 \times 10^{-1} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、 $\beta = 7.6 \times 10^{-2}$ となる。

以上の方法で算定したのが表1である。表1では、比較のため、等汲み出し線法(I)、標準曲線法、Jacobの直線法、Thiemの定常解で算定した値を示している。表1を見ると、標準曲線法とJacobの直線法による透水係数は、水位降下が大きくなると値が小さくなるが、等汲み出し線法で算定した値は、ほぼ、定常解に近い値を示している。図5の汲み出し量 Q と同じ Z_0 の水位の時間的・空間的变化図(図3と同じもの)を見れば、任意時刻における任意位置の水位や影響半径も推定することができる。たとえば、図5のデータの場合、 $t = 10$ 分の $x = 5$ ($r = 50 \text{ cm}$)における水位は、 $g = 0.903$ であるから、水位は、 $h = 23.9 \text{ cm}$ となる。

4. 結言 以上述べてきたことからわかるように、線形解と比較することによって、非線形効果が定量的に把握できる。等汲み出し線法(II)では、何本かの実験曲線を同時に適用できるので、算定された定数の精度もより良いものになると思われる。また、水位の時間的・空間的变化も計算できるので、揚水による影響圏の広がりも、各地点の水位変化も把握できる。Theisの解は、被圧に対しては、理論解であるので、井戸の半径を有限として扱えば、被圧地下水の影響圏の広がりも把握できるものと思われる。

参考文献：1)星田・濱野・飯田：“井戸の揚水による帯水層の特性解析”(その3)土木学会第29回年講、1974-10。2)星田・濱野・市川：“不圧地下水の揚水による帯水層定数の算定法(第2報)”東海大学紀要工学部、1975-2, pp. 73-92。3)星田・濱野・市川：“揚水による非定常状態の数値解”日本地下水学会、昭和57年度秋期講演会、1976。

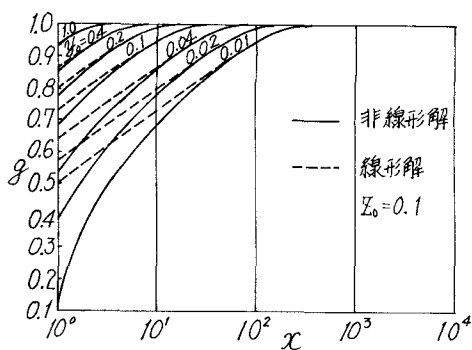


図4 水位の時間的・空間的变化図

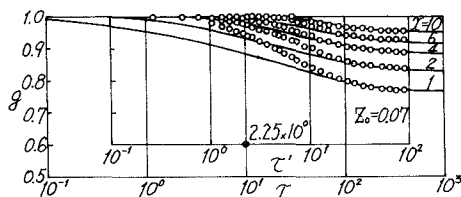


図5 等汲み出し線法(II)適用図

表 1

実験 No.	流量 Q cm^2/sec	水位 降下率 %	等汲み出し 線法(I)	等汲み出し 線法(II)	標準 曲線法	Jacobの 直線法	Thiemの 定常解
1	94	21	3.4×10^{-1} 6.5%	3.3×10^{-1} 7.1	2.9×10^{-1} 11.4	2.8×10^{-1} 13.2	3.4×10^{-1}
2	104	23	3.4×10^{-1} 8.1	3.4×10^{-1} 7.6	3.0×10^{-1} 10.4	2.9×10^{-1} 10.9	3.4×10^{-1}
3	156	38	3.3×10^{-1} 8.8	3.2×10^{-1} 8.5	2.3×10^{-1} 13.6	2.3×10^{-1} 16.0	3.5×10^{-1}
4	166	40	3.9×10^{-1} 4.7	3.4×10^{-1} 6.2	2.7×10^{-1} 8.7	2.7×10^{-1} 9.9	3.5×10^{-1}
5	195	48	3.6×10^{-1} 7.8	3.6×10^{-1} 5.5	2.4×10^{-1} 14.0	2.2×10^{-1} 17.4	3.7×10^{-1}
6	205	51	3.9×10^{-1} 5.8	3.6×10^{-1} 5.4	2.4×10^{-1} 13.6	2.2×10^{-1} 18.7	3.7×10^{-1}
7	225	58	3.5×10^{-1} 9.8	3.6×10^{-1} 4.7	2.3×10^{-1} 13.0	2.0×10^{-1} 21.8	3.8×10^{-1}