

ダムにおける温水取水についての研究

東洋大学 工学部 正員 本間 仁
正員 荻原 国宏
学生員 ○田中 修三

1. まづがき 温度成層が形成されている温水層より取水しようとするとき、躍層面よりできるだけ離れた位置で、できるだけ速度で取水すれば良い事は、おおよそ判る。そこで、躍層面における流速が理論的に解明できれば、最も効果的な取水深及び取水板の長さを決定する事ができる。実際には躍層面は流動層(温水層)の流速によって、その位置が支配されるので曲線になっていると考えらる。しかしここで解析は、その一歩手前までの考え方として、躍層面は水平に固定されているとし、これを水路床としての解析をする事にした。流束は完全流体として、等角写像の手法を使用して解析した。したがって流束の場合、渦の発生が見られるような場合には、この解析結果は使用できない。

2. 解析

(i) 流束の場の表示

Fig 1-1 の様に ED の位置に $2d$ の長さの板をおいたときの流束の場の解析をすれば良い。又これに対応する複素ポテンシャル面は、

Fig 1-2 のごとくになっている。この W - z の関係が求まることになる、しかし直接この関係は求め難いので媒介面として Fig 1-3 の t - pl を使用する。この t - pl と W - pl 、 t - pl と z - pl の関係を求めることができれば、その両式より W - z の関係が求まる。

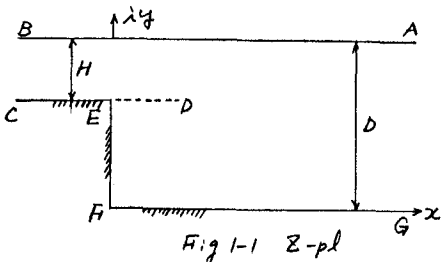


Fig 1-1 Z-pl

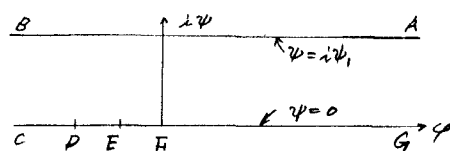


Fig 1-2 W-pl

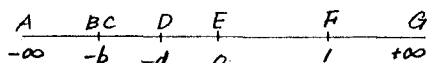


Fig 1-3 t-pl

(ii) W - pl と z - pl の関係

Schwarz-Christoffel の定理より

$$\frac{dW}{dz} = A(t+b)^{\frac{1}{2}\pi-1}(t+d)^{\frac{1}{2}\pi-1}(t-0)^{\frac{1}{2}\pi-1}(t-1)^{\frac{1}{2}\pi-1} \quad (1)$$

積分すれば

$$W = A \log(t+b) + B$$

各点の対応関係より

$$A = \frac{\psi_1}{\pi}, B = -\frac{\psi_1}{\pi} \log(b+1)$$

結局 W - z の関係は

$$W = \frac{\psi_1}{\pi} \log\left(\frac{t+b}{1+b}\right) \quad (2)$$

あるいは

$$t = (1+b) \exp\left(\frac{\pi W}{\psi_1}\right) - b \quad (3)$$

(iii) z - pl と t - pl の関係

Schwarz-Christoffel の定理より

$$\frac{dz}{dt} = A(t+b)^{-\frac{1}{2}}(t+d)^{-\frac{1}{2}}(t-0)^{-\frac{1}{2}}(t-1)^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

積分すれば

$$z = A \left\{ 2 \log(\sqrt{t+b}) + \frac{d-b}{\sqrt{b(1+b)}} \log \frac{\sqrt{\frac{1+b}{b}} + \sqrt{\frac{t-1}{t}}}{\sqrt{\frac{1+b}{b}} - \sqrt{\frac{t-1}{t}}} \right\} + B \quad (5)$$

各点の対応関係より

$$B=0, A = \frac{D}{\pi}, \text{ あるいは } A(1 + \frac{d-b}{\sqrt{b(1+b)}}) = \frac{D-H}{\pi} \quad (6)$$

$$\text{また } z_d = A \left\{ 2 \log(\sqrt{t+b}) + \frac{d-b}{\sqrt{b(1+b)}} \log \frac{\sqrt{\frac{1+b}{b}} + \sqrt{\frac{t-1}{t}}}{\sqrt{\frac{1+b}{b}} - \sqrt{\frac{t-1}{t}}} \right\} \quad (7)$$

結局 z - w の写像関係は

$$z = \frac{D}{\pi} \left\{ 2 \log(\sqrt{t} + \sqrt{t-1}) \right.$$

$$\left. + \frac{d-b}{\sqrt{b(1+b)}} \times \log \frac{\sqrt{\frac{1+b}{b}} + \sqrt{\frac{t-1}{t}}}{\sqrt{\frac{1+b}{b}} - \sqrt{\frac{t-1}{t}}} \right\} \quad (8)$$

(iv) パラメータの整理

(8) には b, d の 2 つのパラメータが入っているが、この値は (6), (7) を連立して解く事より決まる。

$$(6) \text{ より } \frac{b-d}{\sqrt{b(1+b)}} = \frac{H}{D} \quad (9)$$

$$(7) \text{ より } \frac{xd}{D} = 2 \log(\sqrt{t} + \sqrt{t-1}) - \frac{H}{D} \log \frac{\sqrt{\frac{1+d}{d}} + \sqrt{\frac{1+b}{b}}}{\sqrt{\frac{1+d}{d}} - \sqrt{\frac{1+b}{b}}} \quad (10)$$

Fig. 2

となるので結局 $xd/D, H/D$ の 2 つのパラメータによって b, d の値が決まる事が判る。

(v) 流速

流線の流速は $u-v = \frac{dw}{dz}$ と表わすので、 $\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz}$ より求める事ができる。

$$\text{したがって } \frac{dw}{dz} = \frac{\psi_1}{D} \frac{\sqrt{t(t-1)}}{t+d} \quad (11)$$

境界面と仮定した FG 面上の流速は、FG は $t=p$ で $t=1 \sim \infty$ にあるので $t=1+\tilde{x}, \tilde{x} > 0$

と置いて求めてみる。

$$\frac{dw}{dz} = \frac{\psi_1}{D} \frac{1}{\tilde{x}+1+d} \sqrt{\tilde{x}(1+\tilde{x})}$$

これは実数であるので z 方向の流速を与える。また ψ_1/D は上流側の平均流速であるので

$$u_0 = \psi_1/D \quad (12)$$

となる。この $\tilde{x}$ のときの z の値は (8) より

(vi) 流線

(8) において $w = \varphi + i\psi_1$ とおけば

$$\exp(\frac{\pi w}{\psi_1}) = \exp(\frac{\pi \varphi}{\psi_1}) + i \exp(\frac{\pi \psi_1}{\psi_1})$$

ψ_1/ψ_1 は中間での流線の値であるので $\psi_1/\psi_1 = \eta/m$ とすれば

$$z = (1+b) \exp(\frac{\pi \varphi}{\psi_1}) \left(\cos \frac{\eta}{m} \pi + i \sin \frac{\eta}{m} \pi \right) - b \quad (15)$$

結局 (15), (8) の両式より流線は求まる。流速、流線について計算した結果が、Fig. 2, Fig. 3-1, Fig. 3-2 である。

参考文献

1. 鬼頭 史城 等角写像とその応用。オー・エス・社。
2. 佐々木 達次郎 等角写像の応用 現代工学社

