I －22　　スペクトルを用いた固有値推定法について

都立大学　正会員　国井　隆弘
都立大学　学生会員 ○杉橋　要

1. はじめに

構造物の固有振動数，減衰定数等の固有値を求めるために，地震記録や常時微動記録をスペクトル解析した結果をもちいることは，非常に有効な手段であり，現在も広く行なわれている手法の一つである。そこで本報文では，フーリエ・スペクトルを用いて構造物動特性の推定を行なう際の精度に関して，一質点系を用いた数値実験により考察を加え，この手法の信頼性を評価しようとするものである。一質点系であるので，対象とする構造物固有値は，固有振動数，減衰定数に限定をした。

2. 方法

まず，一質点系の固有周期と減衰定数を定め，正弦波とタフト地震を入力波として，ルンゲ・クッタ法により応答計算を行なった。この入力波のフーリエ・スペクトルと，応答のフーリエ・スペクトルを求め，この両者の比より周波数応答関数を得る。この周波数応答関数のピークの位置より固有振動数を求め，さらにハーフ・パワー・メソッドを適用して減衰定数を算定する。そして，このようにして求めた固有値と最初に定めた固有値とを比較し，検討する。

パラ・メータとしては種々のものが考えられるが，今回は系の減衰定数，入力である正弦波の周期の2種を考えた。具体的には，次のようである。

(1). 一質点系の固有周期 $T_0 = 0.5$ 秒，減衰定数 $h = 0.05$ として固定し，正弦波（入力波）の周期Tにそれぞれ次のような値を与える。$T = 0.3, 0.4, 0.5, 0.625, 1.0$ 。このことは，すなわち ω/ω_0 に次の値を与えることに等しい。ただし $\omega = 2\pi/T$，$\omega_0 = 2\pi/T_0$ である。

$\omega/\omega_0 = 1.67, 1.25, 1.0, 0.75, 0.5$

(2). 一質点系の固有周期 $T_0 = 0.5$，減衰定数hにそれぞれ次のような値を与える。

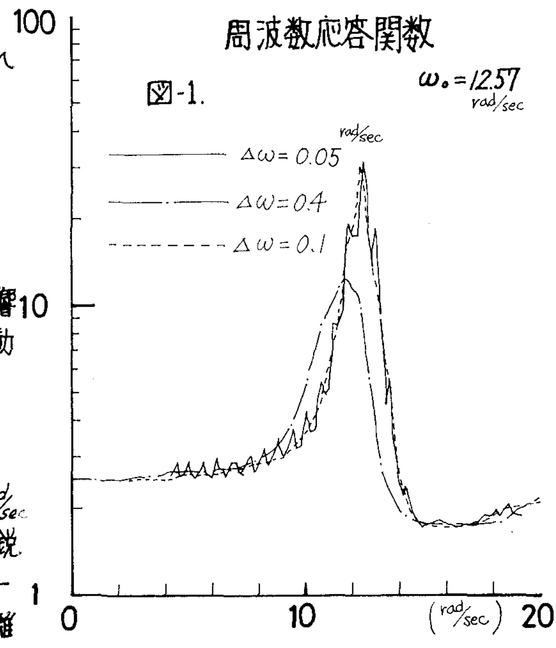
$h = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$
$0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1$

そして，それぞれについて周期0.4秒の正弦波，及びタフト地震を入力波として与える。

また，平均化による平滑化（スムージング）の影響を見るために，(1), (2) それぞれについて，5点の算術移動平均のくりかえしによるスムージングを行なった。

3. 結果

(1)スペクトルの周波数刻みは，最初 $\Delta\omega = 0.4$ rad/sec を用いたが，正弦波入力のようにスペクトルのピークが鋭い場合は，この $\Delta\omega$ の中にピークがかくれてしまい，スムージングを行なうと図1のように固有振動数から，かなり離



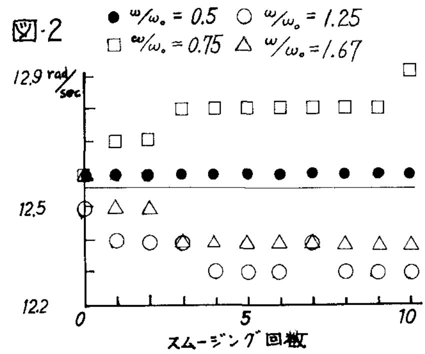
れた位置にあらわれる．そこで$\Delta\omega = 0.1$ rad/sec, 0.05 rad/sec を用いたところ，固有振動数の近傍にあらわれた。正弦波入力の場合は，かなり極端な場合であるので，$\Delta\omega = 0.1$ rad/sec. を用いれば一般にはピークを，おさえられるのではないかと思われる。

(2). ω/ω_0を変化させた場合，図2のようにω/ω_0が1に近づくにつれて，固有振動数の推定の精度がおちている。このことは，スムージングの回数が増加するにつれて顕著になっている。また，$\omega/\omega_0 = 1$ の場合は，図3のように固有振動数の両脇にあまり明確でないピークがあらわれ，固有振動数付近にはピークが見いだせない。したがって，正弦波入力ほど極端でないにしろ，入力が明確な卓越振動数を含み，なおかつこの振動数が構造物の固有振動数に近接している場合は，周波数応答関数より推定した値には大きな誤差が含まれうる可能性があるのではないかと思われる。

(3)減衰定数 h を変化させた場合，固有振動数の推定値の精度は，正弦波入力の場合も，タフト地震を入力とする場合も，スムージング回数が少ないうちは，変化することはほとんどない。しかしスムージング回数が増加するにつれて，正弦波入力の場合図4のように減衰定数が大きくなるにつれて精度がわるくなっている。タフト地震を入力とする場合は，この傾向はあまり顕著ではない。

減衰定数の算定に，ハーフ・パワー・メソッドを適用できるのは，入力がホワイト・ノイズで近似できるようなランダム波の場合ではないかと考え，正弦波入力にハーフ・パワー・メソッドを適用するのをひかえ，タフト地震入力に適用するのみとした。この結果が図5である。これによると，スムージングをかけないときの精度がわるく，スムージンを行なってスペクトルを安定させるにしたがって $h \geq 0.05$ において精度がよくなっているといえる。このことはハーフ・パワー・メソッドが h が小さいときに適用できるということと相反するようであるが，これはフーリエ・スペクトルが $\Delta\omega$ 間隔で離散的にプロットされるために，ある一定値以下の h の精度が悪化するのではないかと思われる。また，$\Delta\omega$ が大きくなると，スムージングによる影響が大きくなり，スムージング回数が多くなるにしたがって減衰定数が大きめになり，精度も低下する。表1は $h = 0.05$ のとき，$\Delta\omega$ の違いによってスムージング回数が h の推定値におよぼす影響を示す。

図-2



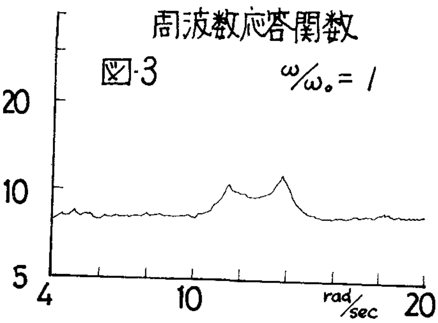


図-3

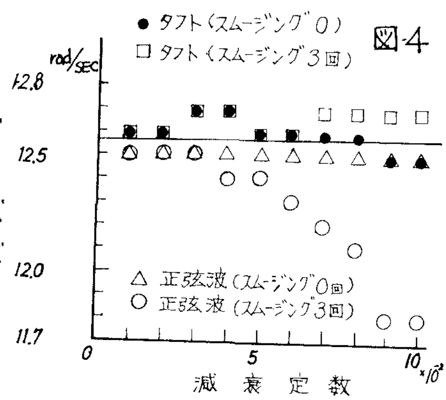


図-4

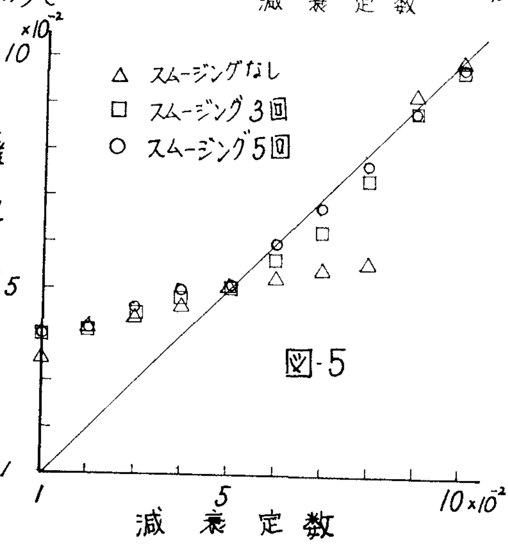


図-5

〈表1〉

スムージング回数 / $\Delta\omega$	0	2	5
0.1 rad/sec	0.05	0.05	0.05
0.4 rad/sec	0.05	0.10	0.13

参考文献　小坪，宇野「常時微動測定による構造物の振動性状解析」土木学会論文報告集 才222号