

埼玉大学工学部 正員 奥村敬恵
 埼玉大学工学部 正員 秋山成興
 埼玉大学大学院 学生員 ○岡崎新太郎

1. まえがき 近年、タンクの大型化に伴い、タンクの可とう性がますます増加する傾向にある。著者らは側壁を剛と考えた従来の振動に関する理論計算による動水圧の値とその分布は、フレキシブルタンクの場合の実験値と著しくかけはなれていることを示した¹⁾。したがって、耐震設計に際し、タンク側壁の変形を考慮した振動解析が必要であることは言をまたない。この種の解析法として坂井氏らの研究がある²⁾。この解析法はシェルの振動に関する基礎方程式を用いての変分原理によるものである。この解析法では、運動方程式をマトリックス表示すると、その次数は $4n \times 4n$ (n は有限要素法の手法による要素分割数)となる。ここで提案する二方法すなわちシェルの近似理論、及びセン断理論のモデル化によれば、マトリックスの次数はそれぞれ、 $3n \times 3n$ $n \times n$ となり計算時間はかなり短縮される。以下、これらの計算結果を2)と比較することにより実用性を示す。

2. 有限要素法によるタンクと液体の連成振動解析

(記法)

解析モデルと境界条件を図-1に示す。このとき

 h : タンクの側壁厚 m : タンク側壁の単位面積当り質量 ρ : 内部流体の密度 ϕ : 速度ポテンシャル KGA : セン断剛性

$$J = \int_{t_0}^{t_1} (T_t - P + T_f) dt \quad (1)$$

$$T_t = \frac{\rho m}{2} \int_0^H \int_0^{2\pi} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) d\theta dz \quad (2)$$

$$T_f = - \int_{\Omega} \frac{\rho}{2} |\nabla \phi|^2 \Omega + \int_{S_b} \rho \cdot \dot{w} \phi dS \quad (3)$$

ただし、 T_t 、 T_f 、 P はそれぞれ、タンク、液体の運動エネルギー及び、タンクのポテンシャルエネルギーを表わす。

ハミルトンの原理を用いて、 $\delta J = 0$ を有限要素法の手法を用いた変分原理で解くと、最終的に次の運動方程式が得られる。

$$(M + C) \ddot{\chi} + K \chi = P \quad (4)$$

ただし、 M 、 C 、 K 、 P はそれぞれ、タンクの質量、液体の付加質量、タンクの剛性、外力項を表わすマトリックスである。

2.1 セン断ばりによるモデル化

(1)式における P は次式で表わされる。

$$P = \int_{\Omega} \frac{1}{2} KGA w'^2 d\Omega \quad (5)$$

(2)式で、 $u = v = 0$ 。また変位関数は次のように線形とする。

$$w = w_0 + w_1 s \quad \phi = (r/a) \cdot (\phi_0 + \phi_1 s)$$

結局、(3)式の名マトリックスは次のような $n \times n$ の次数となる。

$$M; \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} mb/3 & mb/6 \\ \text{sym.} & mb/3 \end{bmatrix} \quad K; \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} KGA/b & -KGA/b \\ \text{sym.} & KGA/b \end{bmatrix} \quad \chi; \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} w_i \\ w_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$C = \alpha E^* A^{-1} E \quad E; \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A; \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} 2b + 3\alpha^2/2b & b - 3\alpha^2/2b \\ \text{sym.} & 2b + 3\alpha^2/2b \end{bmatrix} \quad \alpha = \frac{\rho \pi a^2}{6}$$

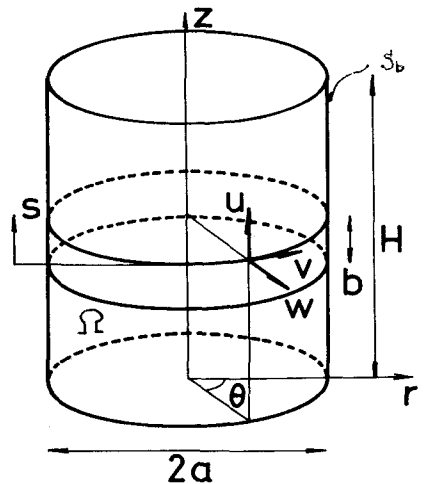


図-1

(タンクは固定支持、また、内部流体は定常、非圧縮、非回転とし流体動揺は無視しうとする。)

2. シェルの近似理論

低次振動の場合、タンクにたくわえられるひずみエネルギーは、面内変形による値に比べて、曲げ変形によるものが著しく小さいことが予想される。したがって、ここでは後者を無視した近似理論を述べることにする。シェルの全ポテンシャルエネルギーは次式で与えられる。³⁾

$$P = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{h}{a} \int_0^H \int_0^{2\pi} \left\{ \alpha^2 u_{\theta\theta}^2 + (v_{\theta\theta} - w)^2 + 2\alpha v (\nu_{\theta\theta} - w) + \frac{1-\nu}{2} (u_{\theta\theta} + \alpha v_{\theta\theta})^2 \right\} d\theta dz$$

$$+ \frac{E}{24(1-\nu^2)} \frac{h^3}{a^3} \int_0^H \int_0^{2\pi} \left\{ \alpha^4 w_{\theta\theta}^2 + (w_{\theta\theta} + w)^2 + \frac{1-\nu}{2} (\alpha w_{\theta\theta} - u_{\theta\theta})^2 + \frac{3(1-\nu)}{2} \alpha^2 (v_{\theta\theta} + w_{\theta\theta})^2 \right.$$

$$\left. + 2\alpha^2 \nu w_{\theta\theta} (w_{\theta\theta} + v_{\theta\theta})^2 + 2\alpha^3 u_{\theta\theta} w_{\theta\theta} \right\} d\theta dz = P_1 + P_2 \quad (7)$$

ここで、 P_1 は面内変形のみによる量を、 P_2 は曲げ変形、及び両者が連成する量を表わす。したがって、(7)において P_2 は P_1 に対し無視する。この場合、変位関数は線形表示ができ、2) に比べてマトリックスの次数が、 $3n \times 3n$ に低減できる。また、 u, v, w を周方向にフーリエ級数表示すれば、変位関数は次のようになる。(フーリエ級数は、 θ 1次のみとする。)

$$u = \cos \theta (u_0 + u_1 s) \quad v = \sin \theta (v_0 + v_1 s) \quad w = \cos \theta (w_0 + w_1 s) \quad (8)$$

これらの変位関数を (1) に代入すれば、結局、(3) 式のマトリックスは次のように $3n \times 3n$ となる。

$$M; \sum_{i=1}^n \frac{\pi a m b}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & 2 & 0 & 0 & 1 \\ & & & 2 & 0 & 0 \\ \text{Sym.} & & & & 2 & 0 \\ & & & & & 2 \end{bmatrix} \quad K; \sum_{i=1}^n \frac{\pi h E}{a(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} \frac{\alpha^2 + b(1-\nu)}{b} & -\frac{\alpha v}{2} & \frac{\alpha v}{2} & -\frac{\alpha^2 + b(1-\nu)}{b} & -\frac{\alpha v}{2} & \frac{\alpha v}{2} \\ & \frac{b}{3} + \frac{\alpha^2(1-\nu)}{2b} & -\frac{b}{3} & \frac{\alpha v}{2} & -\frac{\alpha^2 + b(1-\nu)}{b} & -\frac{\alpha v}{2} \\ & & \frac{b}{3} & -\frac{\alpha v}{2} & -\frac{b}{3} & \frac{b}{6} \\ & & & \frac{\alpha^2 + b(1-\nu)}{b} & \frac{\alpha v}{2} & -\frac{\alpha v}{2} \\ \text{Sym.} & & & & \frac{b}{3} + \frac{\alpha^2(1-\nu)}{2b} & -\frac{b}{3} \\ & & & & & -\frac{b}{3} \end{bmatrix}$$

ただし、 $\odot$ マトリックスは、セン断ばりのものと同じである。

3. 数値計算例

(1) 図-2 のモデルの計算結果を下表に示す。

ここで、値は θ 1次バルジング振動数である。

水位	近似シェル (分割数)	シェル ²⁾
40m	1.28 Hz (25)	1.27 Hz
30m	1.67 Hz (16)	1.62 Hz
20m	2.38 Hz (16)	2.21 Hz

(2) タンクの高ささと直径をパラメータにした計算結果を図-3に示す。縦座標の値は θ 1次バルジング振動数である。

4. まとめ

上の表より本論文の近似シェル理論は 2) のシェル理論の非常に良い近似法であることがわかる。図-3よりセン断ばりモデルは、 $H/D > 0.75$ の範囲で有効性が認められる。

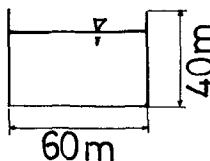
(参考文献)

1) 奥村, 秋山, 中村 「円筒貯水タンクの振動実験」 埼玉大学, 建設環境工学研究報告 (V975)

2) 岡田, 坂井, 迫田 「有限要素法による大型流体タンクの地震応答解析」 川崎技報 No. 59, 61

3) H.H. Bleich 「A Strain-Energy Expression for Thin Cylindrical Shells」 ASME vol. 75

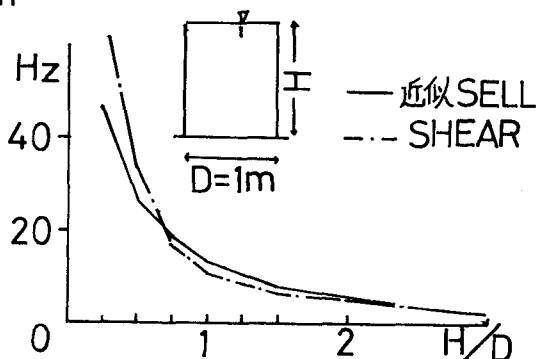
図-2



タンクの材質はアルミ

$E = 7 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.34$

$\rho_t = 2.67 \text{ t/m}^3$, $\rho_f = 0.47 \text{ t/m}^3$



タンクの材質は硬質塩化ビニール

$E = 3.4 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.305$

$\rho_t = 0.1438 \text{ g/cm}^3$, $\rho_f = 0.10204 \text{ g/cm}^3$

図-3