

1. まえがき

堤防の浸潤線決定法として一般にはキヤサグランデの方法やパヴロフスキーの方法、あるいは試算法が行われているが、本文では水圧 $p=0$ の性質を利用した写像面における数値計算法を紹介し、特に部分貫入透水壁の有る場合について有効であることを示したものである。

2. 計算方法

2-1 代表断面の決定

検討用の代表断面として、境界条件を考慮して図-1のように定めた。

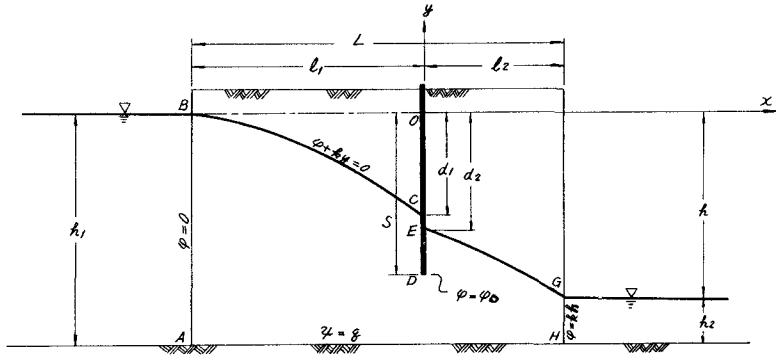


図-1 Z-平面

2-2 等角写像

ここに示した図-1を物理平面あるいはZ-平面とし、 W -平面に写像すると図-2のようになる。Z-平面の複素函数表示式は $z = x + iy$ (1)

であり、 W -平面の複素函数表示式は

$$w = \varphi + i\psi \quad (2)$$

であるから、この(1)式と(2)式の関連を示す関係式が必要となる。

$$\theta = \theta_1 + i\theta_2 = z + \frac{iW}{k} \quad (3)$$

とし、(3)式で与えられる写像面を作ると図-3のようになる。この図-3のゆがみを直すために θ_1 -平面の横軸 θ_1 の代りに $\theta + \frac{\psi}{k}$ を用いれば、縦方向のゆがみが直り、 BA 線、 GH 線が垂直になる。すなわち、 θ_1 -平面を更に θ_2 -平面に写像することになる。 θ_2 -平面を図-4に示す。

したがって(1)(2)式から θ_1 、 θ_2 は次式で与えられる。

$$\theta = \theta_1 + i\theta_2 = z + \frac{iW}{k} = (x + iy) + i(\varphi + i\psi)/k$$

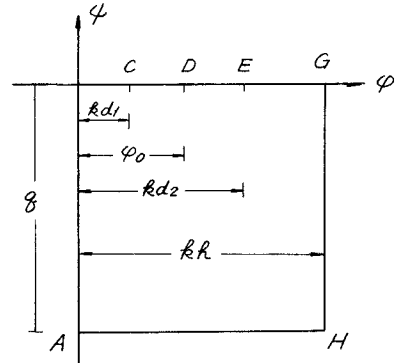


図-2 W-平面

$$= x + iy + \epsilon \varphi / \epsilon - \varphi / \epsilon$$

$$= (x - \varphi / \epsilon) + \epsilon (y + \varphi / \epsilon) \quad (4)$$

故に $\begin{cases} \theta_1 = x - \varphi / \epsilon & (4-1) \\ \theta_2 = y + \varphi / \epsilon & (4-2) \end{cases}$

3 浸潤線の決定法について

通常の計算では $\theta\theta$ -平面を更に半無限領域に Schwarz Christoffel 変換を行なって解析的に浸潤線 BC, EG の形状 d_1, d_2 の位置 浸透流量等を求めるのであるが この場合には図-4 における A 点 H 点のように或る偏角を有する点があるため計算は非常に困難である。

そこで 近似計算法として図-4 の $\theta\theta$ -平面上で Laplace の微分方程式 $\nabla^2 \varphi = 0$ (5)

を数値計算法で解き 逆変換によって z -平面に対応せしめる。写像面である $\theta\theta$ -平面上での数値計算上で問題になる点は 写像面上であるために矢板遮水壁の長さを任意の比率で与え与えることが出来ず 計算結果としての φ 分布が求められて後初めて長さがわかるのである。これは図-4 に示されている式

$$s + \varphi_0 / \epsilon = \text{写像面上の矢板の長さ} \quad (6)$$

から理解される。すなわち 写像面での矢板の長さに対応した φ_0 が算出された後に初めて(6)式から矢板の実長が求められることになる。

4 数値計算結果

図-4 に示した $\theta\theta$ -平面における(5)式の計算は $BG=60^m$ $BA=30^m$ $GH=3^m$ とし 数値計算のための格子間隔は縦横 3^m の正方形とした。また 数値計算法として Relaxation method を用いた。境界条件としては AB 面において $\varphi=0$ GH 面において $\varphi=1000$ CD 面 EF 面において $\partial\varphi/\partial n = 0$ とした。すなわち $\partial\varphi/\partial n = 0$ は一つの流線である。

$\theta\theta$ -平面上の数値計算結果を図-5-1~図-5-3 に示しこれを物理平面に変換し浸潤線形状図にしたものを図-6-1~図-6-3 に示す。すなわち写像面上での遮水矢板の長さか格子長のとき物理平面上では $s = 15.78^m$ 、2格子長のとき $s = 18.63^m$ 、3格子長のとき $s = 21.05^m$ に対応することが知られる。また矢板の長さが大となるに従って浸潤線の矢板上下流面との接点 d_1, d_2 の差が大となっていることが知られる。いま参考図として矢板が無い場合の長方形築堤における浸潤線を図示すると図-6-4 のようになる。

図-6-4 に示した矢板の無い場合の浸潤線形状は Dupuit の理論 $h_1^2 - h^2 = (L-x)(h_1^2 - h_2^2)/L$ (7)

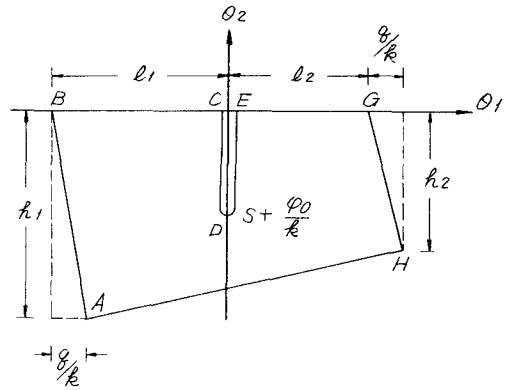


図-3 $\theta\theta$ -平面

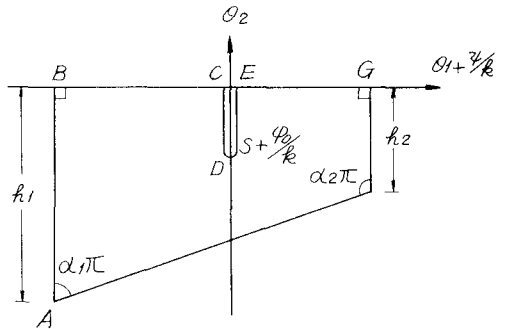


図-4 $\theta\theta$ -平面

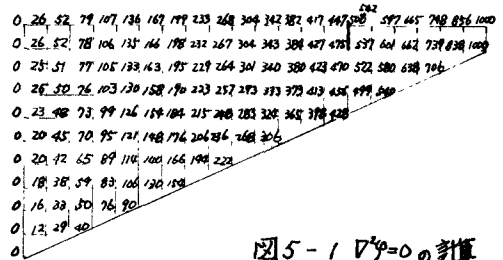


図5-1 $V^{\varphi}=0$ の計算

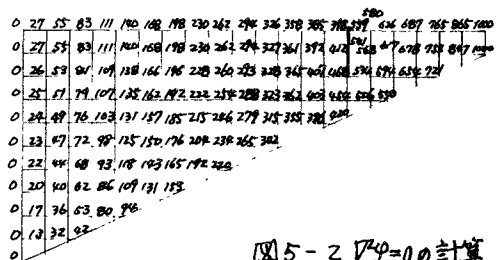


図5-2 $V^{\varphi}=0$ の計算

によって算出した。(7)式で L は台形の長さ、 x は下流端から上流側へ向った長さである。

次に 図-1あるいは図-6に示したような断面の浸透流量を計算する。上流側から築堤内に浸透する流量と下流側から流出する流量とは等しい連続の法則から ここでは矢板面から下流側について Dupuit 理論によって単位奥行当りの浸透流量 q を算出する。

$$q = k \cdot (h_1^2 - h_2^2) / 2L \quad (8)$$

(8)式の計算結果を一覧表にすると表-1 のようになる。また表-1 の関係を図示すると図-7 のようになる。

表-1 $q \sim k/k$ の関係

② $k = 6.25 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$ 使用

矢板の長さ $S(\text{cm})$	q/k		$q(\text{m}^3/\text{min})$ ①	備考
0	7.43	100%	0.279	図 6-4
15.78	7.12	95.8	0.267	図 6-1
18.63	5.92	79.7	0.222	図 6-2
21.03	4.72	63.5	0.177	図 6-3

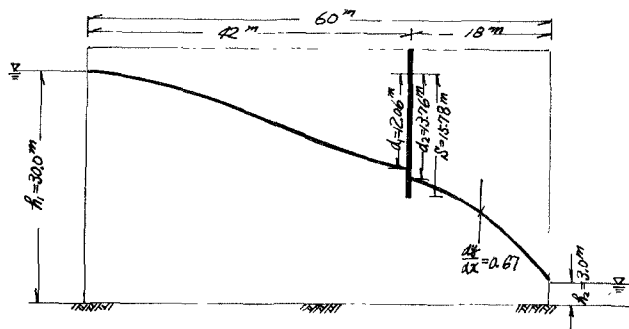


図 6-1 浸潤線の形状

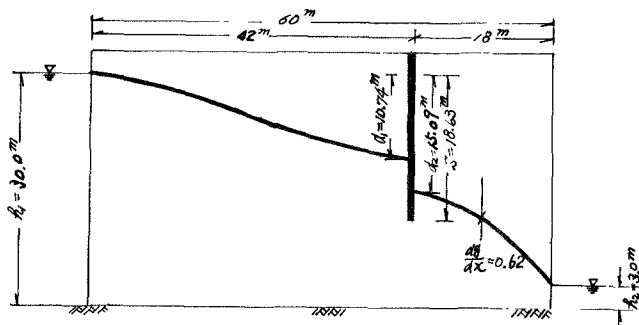


図 6-2 浸潤線の形状

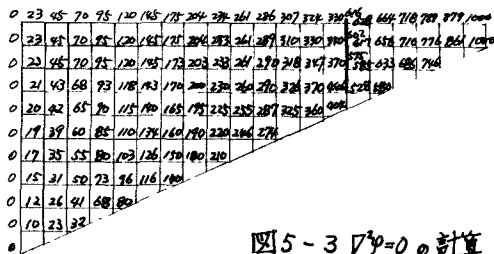


図 5-3 $\nabla \phi = 0$ の計算

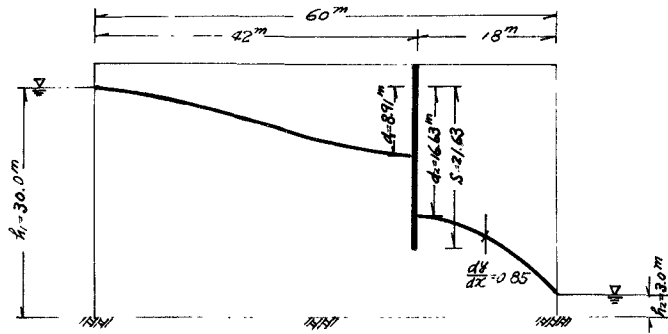


図 6-3 浸潤線の形状

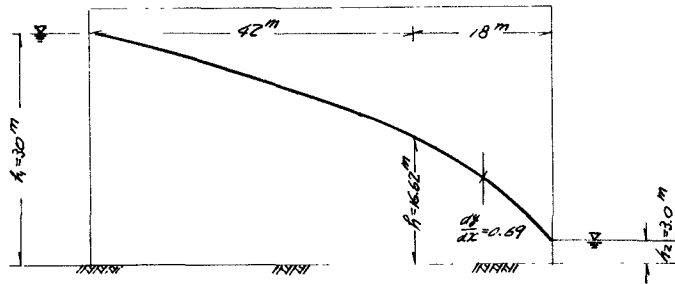


図 6-4 浸潤線の形状 (全板長)

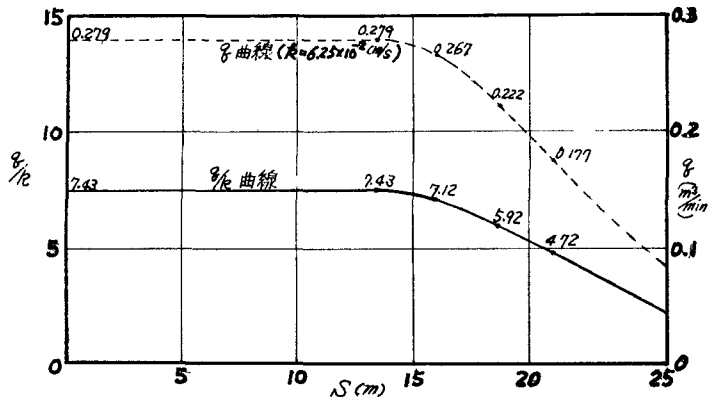


図-7 $S \sim h/k$, $S \sim q$ 関係図

5 あとがき

以上述べたように 写像面においては比較的簡単な数値計算を行うことにより浸潤線が決定されることがわかった。また 写像面上では矢板遮水壁の長さを任意の比率で与えることができないなどの問題もあり、今後さらに検討を進めたいと考えている。