

横河橋梁 正員 長谷川 謙一

横河橋梁 正員 ○原田 康夫

横河橋梁 正員 清田 鎌次

1. まえがき

吊橋を架設する場合には、ケーブルの張渡し誤差による影響を少なくするため、ケーブルを張渡したのちその形状をサグ測量によって確認し、計画どおりの路面形状が得られるように吊材を製作する。しかしながらこのような形状確認にはサグの測量誤差や、ケーブルの表面温度あるいはケーブル表面付近の外気温をもってケーブルの平均温度としているための誤差などがともなっている。そこで本文では、ケーブルを熱移動の立場からみたときに均一な物質であると考えて、

- (1) ケーブルの温度応答に関する理論解析
- (2) 模型実験による物性値の決定
- (3) 外気温に対する温度応答の数値計算

について述べる。

2. 理論解析

無限円柱の熱移動に関する一般式は、円周方向の温度分布を一樣とすれば、 (r, θ) の極座標系を用いてつぎのように表わすことができる。

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 u はケーブル温度、 κ は熱拡散率、 t は時間である。いっぽう、境界では物体が気体の中に放置されているときのつぎの適合条件を満足しなければならない。

$$\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=a} = -\alpha (u_{r=a} - u_{ext}) \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 λ は熱伝導率、 α は熱伝達率、 u_{ext} は外気温、 a はケーブル半径である。これらの式を用いて、初期条件がケーブル内等温である場合の単位跳躍関数による応答を求めればつぎのようになる。

$$u_{step} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2a\hbar}{\alpha_i^2 + (a\hbar)^2} \frac{J_0(\frac{\alpha_i}{a}r)}{J_0(\alpha_i)} \cdot e^{-\frac{\alpha_i^2}{a^2}\kappa t} \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 $\hbar = \alpha/\lambda$ 、 J_0 は0階第1種 Bessel 関数であり、 α_i は J_1 を1階第1種 Bessel 関数として

$$xJ_1(x) - a\hbar J_0(x) = 0 \quad \text{----- (4)}$$

の第 i 番目の正根である。式(4)を用いて Duhamel 積分を行えば、任意の外気温 $f(\tau)$ に対する応答をつぎのように求めることができる。

$$u = u_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2a\hbar}{\alpha_i^2 + (a\hbar)^2} \frac{J_0(\frac{\alpha_i}{a}r)}{J_0(\alpha_i)} \cdot F_i(t) \quad \text{----- (5)}$$

$$F_i(t) = \frac{\alpha_i^2}{a^2} \kappa \cdot e^{-\frac{\alpha_i^2}{a^2}\kappa t} \int_0^t \{f(\tau) - u_0\} e^{\frac{\alpha_i^2}{a^2}\kappa \tau} d\tau \quad \text{----- (7)}$$

ここに、 u_0 はケーブルの初期温度である。また $f(\tau)$ を $t-\Delta t \leq \tau \leq t$ で $f(\tau) = m\tau + n$ とおけば

$$F_i(t) = \left\{ f(t) - u_0 - \frac{m}{\kappa} \cdot \frac{a^2}{\alpha_i^2} \right\} (1 - e^{-\frac{\alpha_i^2}{a^2}\kappa \Delta t})$$

となるから、式(5)，(7)を用いて数値計算を行えばケーブルの温度応答を求めることができる。

ケーブルの温度応答式(5), (7)には2個の未知定数 ρ , R が含まれている。これらを決定するために, $300\text{ mm}\phi\times 500\text{ mm}$, $100\text{ mm}\phi\times 500\text{ mm}$ の2種類の平行線ケーブル模型による温度測定実験を行なった。ケーブルの両端を断熱材で被うことにより軸方向の熱移動を防止し, 2つの恒温室を利用して外気温を跳躍関数として与えた。供試体のピアノ線に埋込んだ熱伝対(クロメル・アルメル)でケーブルの温度応答を測定した。

$$U_{c,step} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2a\hbar}{\alpha_i^2 + (a\hbar)^2} \frac{1}{J_0(\alpha_i)} \cdot e^{-\frac{\alpha_i^2}{a^2} \kappa t} \quad (8)$$
$$\kappa = \frac{2a\hbar^3}{A} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_i^2 \{ \alpha_i^2 + (a\hbar)^2 \} J_0(\alpha_i)} \quad (9)$$

このようにして求められた K , h は、供試体による差がほとんどなく、 $K=6.5 \text{ cm}^2/\text{hr}$, $h=0.5 \text{ 1/cm}$ であった。

下図は1972年12月～1973年11月の1年間に東京で観測された1時間ごとの気温データをもとにして計算した、ケーブルの平均温度応答の一例である。ケーブルの平均温度には、外気温に対する位相のずれと絶対値の差が見受けられ、ケーブル直径の増加とともにその傾向は著しいが、これらのデータに回帰分析を施すことにより、良い精度でケーブル平均温度を推定できるという結果を得ている。現在、さらに大型の模型により、実際の気象条件のもとでの温度応答や熱移動に関する定数の決定などについて実験研究を続行中であり、その結果については稿をあらためて報告したい。

