

武蔵工業大学土木工学科 正員 ○星谷 勝
正員 西脇威夫

研究目的 構造解析手法の発達、高性能建設材料の開発、荷重の相対的増大、溶接構造の幅広い使用等に伴い最近の道路橋は剛性の低いものが多くなり、振動し易くなると云われる。橋上の歩行者はこの振動に対して、不安をいだかずに歩行出来ることが望ましく、いわゆる構造物の快適性も設計条件の1つとして考慮される必要がある。現在の構造物設計の基準が、安全性又は使用性の観点からのみ設定されるのではなく、施工性、経済性、社会性、環境との調和性等を設計要因として最適な構造物を設計施工するよう設計指針を定めているのであるが、ここでさらに快適性も重要な因子と考えられるようになったわけであり、最近、土木学会の研究報告にも、橋梁の振動に関する心理学的研究が発表されている。

橋上の歩行者の感覚反応は、走行荷重列及び構造動特性に支配されて誘起される橋の振動のもたらす刺激量の複雑な非線形関数として実験的、経験的に求められる。従って、従来の研究はすべて、振動台上の人間の心理的反応を実験的に求めそれを橋梁の場合に適用しようとしたものとか、又は実際の橋の振動測定及びその時の人間の反応を調査したもの等で、理論解析的な考察はあまり見られない。

この研究は、人間の感覚量をその要因である走行荷重列及び構造系のパラメーターを用いて解析し、快適性の立場から、よりすぐれた構造物の設計に対してその基本的な情報を得ようと Sensitivity Analysis を試みたものである。その内容は、初めにきわめて簡略化した荷重及び構造モデルに対して理論解析を行い、その大様を把握し、次いで現実に近い荷重列及び構造系の場合をシミュレーション法で解析し、快適性に与える各種パラメーターの影響の度合を検討する。橋梁としては2車線の単純支持桁橋の場合を扱うことにする。

振動解析(その1) ここでは動的応答効果の大様を調べるために図1に示すような2車線単純桁橋を考える。両線とも走行荷重列を互に独立な定常ポアソン過程に従うパルス系と考える。各車輛は橋上では一定速度 v で走行し、車輛の鉛直方向振動は無視し、集中荷重として橋に作用するものとする。橋梁は支間長を l とし、全長に亘り、曲げ剛性 EI を一定とする。又、単位長さ当りの重量を w とする。

さて2車線 k 番目車輛の重量及び橋端への到着時間をそれぞれ y_{ik} , τ_{ik} とすれば、一定時間 $[0, T]$ での到着台数 $N(\tau)$ を定常ポアソン過程と考えるので到着時間間隔 $\tau_{ik} = \tau_{ik} - \tau_{i,k-1}$ は指数分布に従う確率変数である。又、車輛重量 y_{ik} も車道占有率から決定される確立変数とする。そこで時刻 t に於いて左右いずれでもよいが橋端に到着する車輛の重量は

$$X(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^{N_i} y_{ik} \delta(t - \tau_{ik}) \quad \text{----- (1)}$$

で与えられる。ここで $\delta(\cdot)$ はデラックワのデルタ関数。今、 $w(x, t)$ を時刻 $t=0$ で橋端に到着した単位荷重による時刻 t での着目点 x の着目応答量とすれば、 $X(x)$ を入力とし、 $w(x, \xi)$ を応答関数と見なすことが出来るから、走行荷重列による着目応答量 $y(x, t)$ は

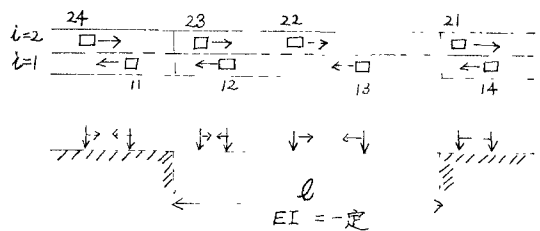


図1 荷重及び橋梁モデル

$$y(x, t) = \int_0^t w(x, t - \xi) x(\xi) d\xi \quad \text{-----}(2)$$

で与えられる。

従、(1)式を(2)式に代入して

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N(\tau)} y_{ik} w(x, t - \tau_{ik}) \quad \text{-----}(3)$$

$y(x, t)$ は y_{ik} 及び τ_{ik} が確率変数であるから確率過程である。 $y(x, t)$ の期待値は

$$\begin{aligned} E[y(x, t)] &= \sum_{i=1}^2 E \left\{ E \left[\sum_{k=1}^N y_{ik} w(x, t - \tau_{ik}) / N(\tau) = n \right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} P_{\{N\}}(n, T) \sum_{k=1}^n E[y_{ik}] E[w(x, t - \tau_{ik})] \end{aligned}$$

所で $P_{\{N\}}(n, T)$ は定常ポアソン過程 $N(\tau)$ の確率関数で

$$P_{\{N\}}(n, T) = \frac{(\lambda_0 T)^n}{n!} \exp(-\lambda_0 T) \quad \text{-----}(4)$$

で与えられる。さらに τ_{ik} が $\tau \leq \tau_{ik} \leq \tau + d\tau$ となる確率は定常ポアソン過程の場合

$$P_{\tau_{ik}}(\tau) d\tau = \text{Prob}(\tau \leq \tau_{ik} \leq \tau + d\tau) = \frac{1}{\tau} d\tau \quad \text{-----}(5)$$

であるから、

$$E[w(x, t - \tau_{ik})] = \int_0^T w(x, t - \tau_{ik}) P_{\tau_{ik}}(\tau) d\tau = \int_0^T w(x, t - \tau) d\tau \quad \text{-----}(6)$$

となる。従、(4)、(6)式を用いて $E[y_{ik}] = E[y] = \text{一定}$ とすれば、結局、応答の期待値は次のようにまとめることが出来る。

$$E\{y(x, t)\} = 2E[y] \lambda_0 \int_0^t w(x, t - \tau) d\tau \quad \text{-----}(7)$$

自己相関数は $R_y(x_1, x_2) = E\{y(x, t_1) y(x, t_2)\} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 E \left\{ \sum_{k=1}^{N(\tau)} y_{ik} y_{jl} w(x, t_1 - \tau_{ik}) w(x, t_2 - \tau_{jl}) \right\}$ であるが、 $E[y_{ik} y_{jl}] = E[y]^2$; $i=j, k=l$, $E[y_{ik} y_{jl}] = E[y]^2$; $i=j, k=l$, $E[y_{ik} y_{jl}] = E[y]^2$; $i=j$ なる関係を用いて式を変形すれば

$$R_y(x_1, x_2) = 2\{E[y]^2 \lambda_0 \int_0^{m(x_1, x_2)} w(x, t_1 - \tau) w(x, t_2 - \tau) d\tau + E[y]^2 \lambda_0^2 (2 + \frac{1}{\lambda_0 T}) \int_0^{t_1} w(x, t_1 - \tau) d\tau \int_0^{t_2} w(x, t_2 - \tau) d\tau \} \quad \text{-----}(8)$$

分散値は $\sigma_y^2(x, t) = E\{y^2(x, t)\} - E\{y(x, t)\}^2$

$$= 2E[y]^2 \lambda_0 \int_0^t w^2(x, t - \tau) d\tau + \frac{2}{\lambda_0 T} E[y]^2 \lambda_0^2 \left\{ \int_0^t w(x, t - \tau) d\tau \right\}^2$$

上式の右辺第2項は $\lambda_0 T$ が十分小さいと考えられるから無視して

$$\sigma_y^2(x, t) \cong 2E[y]^2 \lambda_0 \int_0^t w^2(x, t - \tau) d\tau \quad \text{-----}(9)$$

以上の理論解より、応答のサンプル関数は(3)式を用いて Simulate 出来る。さらに平均値及び分散値は(7)式及び(9)式より算出される。これらの応答量と刺激量及び人間の感覚反応との関連はあとで述べるとして、ここでは以上の諸式で必要な応答関数 $w(x, t)$ を誘導する。 $w(x, t)$ は $t=0$ で橋端に達した単位荷重による時刻 t の着目応答量である。図2を参照してラグランジュの運動方程式を導けば、結局次のように与えられる。

$$\begin{aligned} z(x, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t) \sin \frac{n\pi x}{\ell} \\ g_n + 2\beta_n \omega_n \dot{g}_n + \omega_n^2 g_n &= \frac{2g}{\omega_n \ell} \sin \frac{n\pi v}{\ell} \{u(t) - u(t - \ell/v)\} \end{aligned} \quad \text{-----}(10)$$

但し $\omega_n = (\frac{n\pi}{\ell})^2 \frac{EI}{w}$ 及び $\beta_n = c/2\omega_n(w/g)$ で与えられる。従って初期条件 $g_n(0) = \dot{g}_n(0) = 0$ を用いて(10)式を解けば

$$0 \leq t \leq \ell/v; g_n(t) = \frac{2g}{\omega_n \ell} \int_0^t \ell_n(t - \xi) \sin \frac{n\pi v \xi}{\ell} d\xi \quad \text{変位応答} \quad w(x, t) = z(x, t) \quad \text{-----}(11)$$

$$\ell/v \leq t; g_n(t) = \frac{2g}{\omega_n \ell} \int_0^{\ell/v} \ell_n(t - \xi) \sin \frac{n\pi v \xi}{\ell} d\xi \quad \text{速度応答} \quad w(x, t) = \dot{z}(x, t) \quad \text{-----}(12)$$

$$\text{ここで } \ell_n(t) = \frac{1}{\omega_n} e^{-\beta_n \omega_n t} \sin \omega_n t, \quad \omega_n = \omega_n \sqrt{1 - \beta_n^2} \quad \text{加速度応答} \quad w(x, t) = \ddot{z}(x, t) \quad \text{-----}(15)$$

着目応答量が速度及び加速度ならば(11)及び(12)式でそれぞれ $\dot{g}_n(t)$, $\ddot{g}_n(t)$ とすればよい。Sensitivity Analysisに於いて必要な応答量は速度応答の分散値 $\sigma_{\dot{y}}^2(x, t)$ 又は加速度応答 $\sigma_{\ddot{y}}^2(x, t)$ のフーリエスペクトルである(後述)。

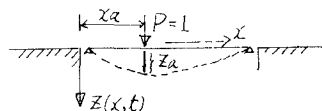


図2 単位荷重

(9)式は計算が繁雑となるから、例えば(3)式を用いてシミュレーションを行い、その時間方向に求めた分散値で(9)式の代用とすることも出来る。

振動解析(その2) ここではさらに実際に近い荷重及び構造系として、次の仮定を行う。(1)走行荷重を1自由度系振動モデルとする。すなわち各番目車輛に対して図3のモデルを考える。(2)車輛重量は大型車(HT)、中型車(LT)、小型乗用車(PC)とし、質量、バネ定数、減衰定数をそれぞれ m_{HT}, m_{LT}, m_{PC} 、 k_{HT}, k_{LT}, k_{PC} 、 C_{HT}, C_{LT}, C_{PC} とする。(3)車輛混合率は $\lambda_{HT}, \lambda_{LT}, \lambda_{PC}$ とする。 $\lambda_{HT} + \lambda_{LT} + \lambda_{PC} = 1$ 。(4)橋上での衝突を避けるため最小車間距離を B とする。(5)橋面roughnessを考慮して

それを平均値0の定常確率ガウス過程とする。(6)解析には数値シミュレーション法を用いる。
橋上走行面のx点の鉛直位置は梁のたわみ量 $\bar{z}(x,t)$ と橋面roughness $z_o(x)$ の和として、 $z(x,t) = \bar{z}(x,t) + z_o(x)$ 。
橋梁—荷重系の運動方程式は系のエネルギーを用いてラグランジェの運動方程式より導く。

位置エネルギーは $V = \frac{E}{2} \int_0^L (\frac{\partial \bar{z}}{\partial x})^2 dx + \sum_{(橋上の車輛のみ)} \{ \frac{1}{2} k_i (z_i - z'_i)^2 - m_i g z_i \}$

運動エネルギーは $T = \frac{1}{2} \omega \int_0^L \dot{\bar{z}}^2 dx + \sum_{(橋上の車輛のみ)} \frac{1}{2} m_i \dot{z}_i^2$

散逸関数は $D = \frac{1}{2} c \int_0^L \dot{\bar{z}}^2 dx + \sum_{(橋上の車輛のみ)} \frac{1}{2} c_i (\dot{z}_i - \dot{z}'_i)^2$ 但し $z_i = z(x_i, t) = \bar{z}(x_i, t) + z_o(x_i)$

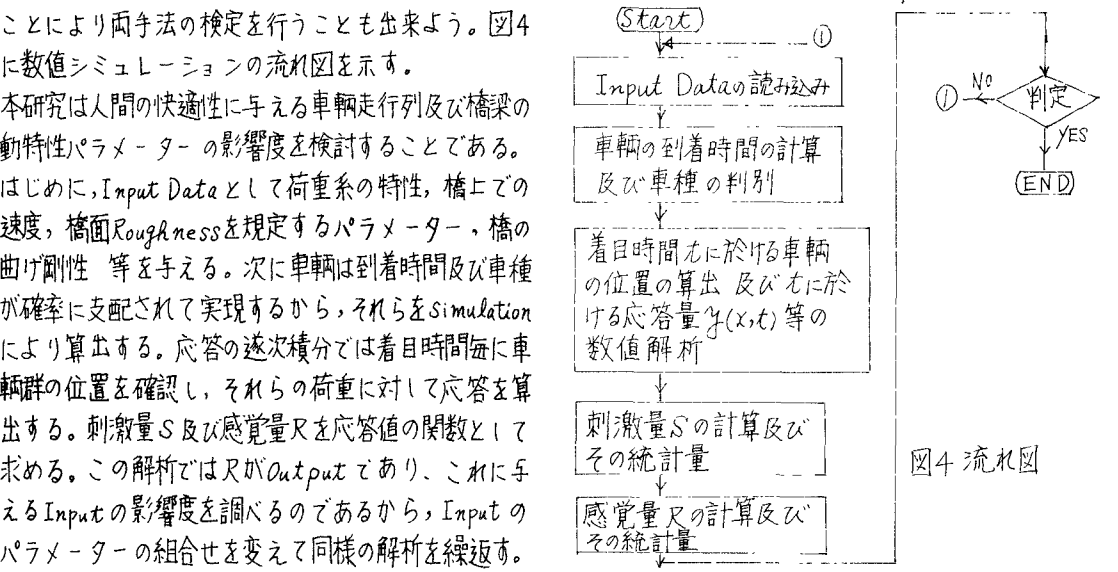
$\bar{z}(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k(t) \sin \frac{k\pi x}{L}$ と仮定して上式をラグランジェの運動方程式に代入すれば、次のように整理される。

$$\ddot{g}_j + 2\beta_j \omega_j \dot{g}_j + \omega_j^2 g_j + \sum_{(橋上の車輛のみ)} \frac{2g}{\omega L} \{ k_i (z_i - z'_i) - m_i g + c_i (\dot{z}_i - \dot{z}'_i) \} \sin \frac{j\pi x_i}{L} = 0 \quad (16)$$

一方、車輛 m_i の均合式より

$$m_i \ddot{z}_i + c_i (\dot{z}_i - \dot{z}'_i) + k_i (z_i - z'_i) = 0 \quad (17)$$

(16)及び(17)式を用いて逐次数値積分を行って $g_j(t)$ を解けば、変位応答 $z_i(x,t)$ を求めることが出来る。速度及び加速度応答に対しては $\dot{g}_j(t), \ddot{g}_j(t)$ を用いる。以上の解析では各時間毎に橋上の車輛の出入をcheckするため理論解は解析が困難となるのでSimulation法が有効な手段となる。振動解析(その1)及び(その2)はInput Dataを調整することにより両手法の検定を行うことも出来よう。図4



振動の刺激及び感覚 走行荷重列により鉛直方向に振動する道路橋を歩行者が快適に通行できるか否かを判定するには(1)人体の生理的な影響、(2)人体の動的応答及び(3)心理的反応を検討する必要がある。小堀によれば快適性の観点から考えるとき(1)及び(2)はその影響度は小さく無視することが出来る。さらに小堀は橋梁の振動数範囲を1~10Hzとして、(3)の心理的反応を振動感覚 R 、 R を生ずる刺激 S としては橋梁の振動速度の実効値を考えればよいとしている。そこで変位応答 $y(x,t)$ を用いる場合にはそのパワースペクトル $G_y(\omega); \omega \geq 0$ を用いて

$$S = 1.4 \left\{ \int_0^\infty G_y(\omega) \omega^2 d\omega \right\}^{1/2} \quad \text{----- (18)}$$

又は速度のパワースペクトルを用いて

$$S = 1.4 \left\{ \int_0^\infty G_{\dot{y}}(\omega) d\omega \right\}^{1/2} = 1.4 \sigma_{\dot{y}} \quad \text{----- (19)}$$

で与えられる。但し応答は定常で平均値を0と見なしたときに次の関係より求めたものである。すなわち定常確率ガウス過程 $y(t)$ を考えると、 $y(t) = \sum_{k=1}^N a_k \cos(\omega_k t + \phi_k)$ と表わすことが出来る。ここで $a_k^2 = 4S_y(\omega_k) \Delta\omega$ 、 $\phi_k = \text{unif dist}(0, 2\pi)$ 、 $S_y(\omega) > 0; -\infty < \omega < \infty$ 、 $\omega_k = \omega_k + (k - \frac{1}{2})\Delta\omega$ 、 $\Delta\omega = (\omega_u - \omega_l)/N$ 。振動の刺激 S としては速度の実効値で表わすから $S = \left\{ \sum_{k=1}^N a_k^2 \omega_k^2 \right\}^{1/2} = \left\{ \sum_{k=1}^N 4S_y(\omega_k) \Delta\omega \omega_k^2 \right\}^{1/2}$ 、 $2S_y(\omega) = G_y(\omega); \omega > 0$ として S を積分記号になおせば $S = \left\{ \int_0^\infty 2G_y(\omega) \omega^2 d\omega \right\}^{1/2} = 1.4 \left\{ \int_0^\infty G_y(\omega) \omega^2 d\omega \right\}^{1/2}$ となり(18)式を得る。速度を考えれば、 $\dot{y}(t) = -\sum_{k=1}^N a_k \omega_k \sin(\omega_k t + \phi_k)$ で $G_{\dot{y}}(\omega) = \omega^2 G_y(\omega)$ の関係より $S = 1.4 \left\{ \int_0^\infty G_{\dot{y}}(\omega) d\omega \right\}^{1/2} = 1.4 \sigma_{\dot{y}}$ を得る。 $\sigma_{\dot{y}}$ は $y(x,t)$ の標準偏差である。

また振動感覚 R を振動の心理的大きさ VG を用いて S と次式の関係で与えた。

$$\log_{10}(VG) = 0.05(20 \log_{10} S/S_0 - 40) \quad ; S \leq 1.4 \text{ cm/sec} \quad \text{---- (20)}$$

$$\log_{10}(VG) = 0.03(20 \log_{10} S/S_0 - 40) \quad ; S \geq 1.4 \text{ cm/sec} \quad \text{---- (21)} \quad \text{但し } S_0 = 1.4 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$$

道路橋に於いては約20次の車輪通過に伴う振動によつて歩行者が歩きにくいようにすべきであり、そのためには振動の心理的大きさ VG を1/2、従つて S を1.7 cm/sec以下にすることを小堀は提案した。本論では以上に述べた小堀の報告を用いて前節の振動解析結果を振動速度の実効値 S で表わし、それと1.7 cm/secを比べることで、快適性に与える荷重列及び構造の各パラメータの影響度を検討する。

一方、西脇等は振動の人体感覚に対する評価法として三輪の研究結果を用いた。三輪は応答値として加速度を用い、振動の強さレベル(VGL)を20Hzを基準振動数として、他の振動数をこれに感覚的に等値にした場合の、20Hzの振動のVAL値で表わした。振動感覚 VG とVGLとの関係を三輪は次式で与えた。

$$VG_T = VG_{M,1} + 0.3 \left\{ \sum VG_{i,1} - VG_{M,1} \right\} \quad \text{----- (22)}$$

$$VG_T = VG_{M,1/3} + 0.13 \left\{ \sum VG_{i,1/3} - VG_{M,1/3} \right\} \quad \text{----- (23)}$$

この式で VG_T は合成された振動の大きさ、 VG_M は各振動数成分 VG_i 中の最大値、1または1/3はフーリエスペクトラムに於ける振動のバンド幅である。

小堀の用いた(20)(21)式と西脇の用いた(22)(23)式はともに比例尺度である心理的な振動の大きさを与えるが、その基準値が異なるから、直接の関係は得られない。しかしこれらの感覚量と人間の情緒的反応との関係が明瞭にされるならば快適性の問題を解決するための心理的反応の定量化の問題は解決されよう。本研究は理論的に、荷重及び構造系—振動応答—人間の感覚量の流れをとらえ、Sensitivity Analysisによつて振動していることの心理的な反応を、定量的に設計条件として採入れた橋を設計するために考慮されるべきパラメータ—は何かを探るための理論的方法を示したものである。なお数値計算による考察は紙面の制約から省略させてもらうが、若干の解析例は当日会場にて発表する予定である。

参考文献

- 小堀, 堀川, 橋梁振動の人間工学的評価法, 土木学会論文報告集 No. 230, 1974年10月⁽¹⁾
- 西脇, 高杉, 坂牧, 通行荷重による橋の振動の人体への感じについて, 土木学会年次学術講演会 1973年⁽²⁾
- 星谷, 確立論手法による振動解析, 鹿島出版会⁽³⁾
- 星谷, 確立論手法による構造解析, 鹿島出版会⁽⁴⁾