

III-3 砂質資料の動的変形係数の一測定法

建設省建築研究所 正 員 岩崎敏男
建設省土木研究所 正 員 ○龍岡文夫
建設省土木研究所 学生員 堀内俊一

1. はじめに

地盤および構造物の振動特性と、振動に対する応答を解析するために必要となる地盤のせん断弾性係数、減衰定数などを求める方法として、1) 弾性波探査などの現地調査、2) 室内試験などがある。弾性波探査では相対的に歪の小さい場合 (10^{-6} 程度) のせん断弾性係数を求めることができる。一方、三軸試験機や、直接せん断装置、単純せん断装置は、 10^{-2} を越えるような大きな歪を想定して作られている。従って、両者とも、地震動によって地盤中に生ずる歪の大きさの範囲 ($10^{-3} \sim 10^{-5}$) の土の変形係数を直接測定することは困難である。そのために、上述したような大きな歪が生じている場合の土の供試体のせん断弾性係数と振動減衰性を実測から求めるための室内実験装置を試作した。

2. 装置の概要

本装置は、飯田汲事 (Iida, 1938) が行った共振実験および, Hardin ら (Hardin and Music, 1965) の開発した試験機と同じ原理に基づいており、中空円筒供試体に、強制ねじり振動を発生させ、その共振時の振動数からせん断弾性係数 G を、又、自由振動時の振動減衰から対数減衰率 δ を求めることができる。

図-1は、機能図であり、図-2は全体写真である。装置は左端の供試体を振動させる部分、中央の軸荷重側圧等の制御部、右端のねじり振動の制御および振動数、加速度などの測定部から成っている。図-3に示してある様に、供試体は、内径 6 cm、外径 10 cm、高さ 25 cm の中空供試体である。中空にした理由は、供試体をねじった場合に、中実だと、歪は周辺で最大、回転軸でゼロになり、歪の分布が著しく不均一になるからである。内圧と外圧は空気圧で与えており、両者は常に一致する。側圧は、最小目盛 10 g/cm^2 の精密ブルドンゲージで測定される。軸力は、油圧で与え、側圧とは独立に制御することができるから、鉛直応力と水平応力の任意の比で実験でき、地中応力状態を再現できる。軸力はロードセルで測定され、電磁オシロに記録される。ねじり力は、一對の電磁式加振機で偶力を与えることによって交番するくりかえし力として与えられ、この大きさを制御することによって歪の大きさを制御し、又、共振周波数をさがすことによって、後述する様に、せん断弾性係数を求める。飽和供試体の場合の体積変化は、供試体からの水の出入をビューレットで測定することによって求める。軸方向変位は $1/100 \text{ mm}$ 目盛のダイヤルゲージで測定する。又、円

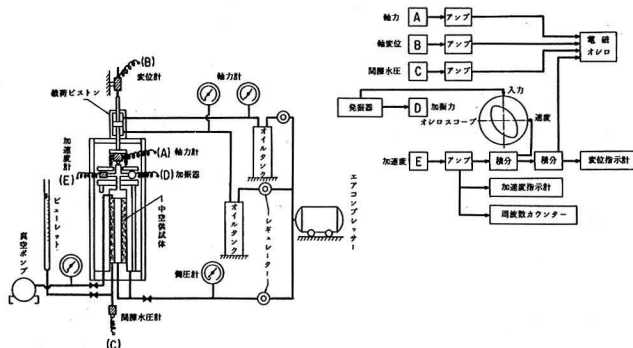


図-1 装置全体図

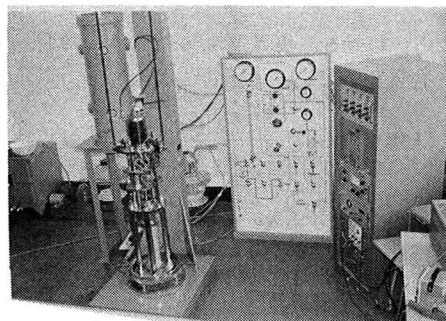


図-2 装置全体写真

周方向の応答加速度を測定し、これを一回積分することによって速度を、二回積分することによって変位を得て、電磁オシロで記録される。

共振は、ねじり振動力をオシロスコープの縦軸に、応答回転速度を横軸に入れて、リサーチを作ることによって判定する。この装置では、共振時に入力と応答変位の位相差はほぼ $\pi/2$ にきることが分っており、従って、入力と応答速度の位相差はほぼ π になり、このとき、リサーチは直線になる。この方法で共振を判定するのが最つとも正確かつ迅速である。

3. 測定原理

くりかえし载荷時に砂要素内部で生ずるエネルギー消散、即ち、減衰(damping)は、砂の応力-歪関係が、非線型のために生ずると考えてよいことが知られている。(Hardin, 1965)しかし、物体の運動を、この非線型の応力-歪関係で表現しようとするとき、きわめて、複雑なものになる。そこで砂を、歪に線型に比例する抵抗と歪速度に比例する粘性抵抗の合計が変形抵抗であるとするフォークトモデルであらわせると仮定すると、数学的取り扱いが容易になる。従って、この場合、粘性減衰係数 μ は、本質的な意味はなく、一定値となるとは限らない。

3-1 セン断歪振幅 r

図-4に示してあるように、供試体のねじれ角を θ 、軸方向座標を x 、半径方向座標を r とすると各部分のセン断歪は、

$$r = \frac{\partial(r\theta)}{\partial x} \dots\dots\dots (1)$$

である。一断面内で θ 一定とすると、セン断歪は r に比例するが、今回の場合、 $r=4\text{ cm}$ で代表させた。又、今回の場合、供試体の上部にある質量の回転軸に関する慣性二次モーメント I_t と、供試体の慣性二次モーメント I との比はほぼ4で、かなり大きいから、振動一次モードは、 x 方向にほぼ線型に変化していることが分っている。従って、供試体の長さを ℓ (cm)、回転角を θ (rad)とすると、セン断歪は

$$r = \frac{4}{\ell} \theta \text{ (rad)} \dots\dots\dots (2)$$

3-2 セン断弾性係数 G

供試体の運動方程式は、 G, μ, ρ (密度)を持つフォークトモデルと仮定すると

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^3 \theta}{\partial t \partial x^2} - \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

であらわせる。境界条件は 図-4を参照して、

底端で $\theta(x=0, t) = 0$

$$\begin{aligned} \text{上端で } GJ \frac{\partial[\theta(\ell, t)]}{\partial x} + \mu J \frac{\partial^2[\theta(\ell, t)]}{\partial t \partial x} + I_t \frac{\partial^2(\theta(\ell, t))}{\partial t^2} \\ + K_D \frac{\partial[\theta(\ell, t)]}{\partial t} + K_S \theta(\ell, t) - M \sin \omega t = 0 \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで J は、供試体の断面二次モーメント

I_t は、供試体上端についている質量の慣性二次モーメント

K_D は、装置の回転抵抗で、回転速度に比例する項

K_S は、装置の回転抵抗で、回転角度に比例する項

M は、ねじり力の振幅

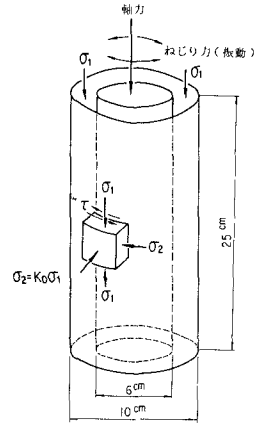


図-3 ねじり振動を受ける中空供試体

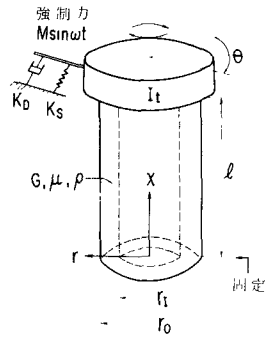


図-4 供試体の境界条件

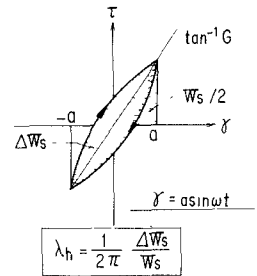


図-5 履歴減衰定数

(3)式を(4)式の条件の元で解くと(Hardin and Music, 1965) G は、供試体の密度(ρ)、形状寸法(J, ℓ)、粘性抵抗(μ)、装置自身の抵抗(I_t, K_D, K_s)、共振時振動数(f_r)の関数になる。実際に、 G を、これらの諸量から算出するには、電子計算機を用いたくりかえし計算が必要である。又、予備計算で本装置では共振時には、入力と応答変位の位相差は、ほとんど $\pi/2$ であることが確かめられた。

3-3 対数減衰率 Δ_i 、履歴減衰定数 λ_h

定常振動をしている供試体への強制ねじり力を瞬間的に停止させることによって、対数減衰率 Δ_i が求まる。一方、自由振動させた時の回転は次式によってあらわされる。

$$\theta(x, t) = X(x)e^{-\lambda t} \sin(\omega_n t + \phi) \dots \dots \dots (5)$$

ここで $X(x)$ は振動モード

λ は時間に関する減衰係数 (attenuation factor)

ω_n は自由振動時の角振動数

ϕ は位相差

(5)式を(3)に代入すると、

$$\begin{aligned} & \left[\rho \lambda^2 X(x) - \rho \omega_n^2 X(x) + \mu \lambda \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \right. \\ & \quad \left. - G \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \right] \sin(\omega_n t + \phi) \\ & + \left[-2 \lambda \rho \omega_n X(x) - \mu \omega_n \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \right] \\ & \quad \cos(\omega_n t + \phi) = 0 \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

(5)式は t によらずに成り立つから

$$\begin{aligned} \rho(\lambda^2 - \omega_n^2) X(x) + (\mu \lambda - G) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} &= 0 \\ 2 \lambda \rho \omega_n X(x) + \mu \omega_n \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} &= 0 \dots \dots (7) \end{aligned}$$

(7)式は $X(x)$ によらずに成り立つから(7)式から $X(x)$, $\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2}$ を消却して、 λ について解くと、

$$\lambda = \frac{G}{\mu} \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{\mu \omega_n}{G} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \dots \dots \dots (8)$$

対数減衰率を Δ_i とすると

$$\Delta_i = \lambda \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi \left(\frac{G}{\mu \omega_n} \right) \left[1 - \left\{ 1 - \left(\frac{\mu \omega_n}{G} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \dots \dots \dots (9)$$

一般に $\mu \omega_n / G \ll 1$ (Hardin, (1965)) であるので近似的に、

$$\Delta_i = \pi \left(\frac{\mu \omega_n}{G} \right) \dots \dots \dots (10)$$

が成り立つ。一方、セン断歪 $\gamma = a \sin \omega t$ で定常振動している場合の土の履歴減衰定数は、図5を参照して、

$$\lambda_h = \frac{1}{2\pi} \frac{dW_s}{W_s} \dots \dots \dots (11)$$

であらわせる。今、砂をフォークト体におきかえると

$$\lambda_h = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int \mu \frac{d\gamma}{dt} d\gamma \right\} / \left\{ 2 \times \frac{1}{2} G a^2 \right\} = \frac{\mu \omega}{2G} \dots \dots \dots (12)$$

$\frac{\mu \omega}{G}$ が ω によらなければ(Hardin, 1965)

$$\lambda_h = \frac{\mu \omega}{2G} = \frac{\mu \omega_n}{2G} = \frac{1}{2\pi} \Delta_i \dots \dots \dots (13)$$

従って、 Δ_i を測定することによって、履歴減衰定数 λ_h を求めることができる。砂の減衰は非線型の応力一歪関係のためだけであるとすれば、 λ_h は ω によらずに一定となり、 G が ω によらないとすると、(12)式から、セン断歪振幅が変らないなど同じ条件の元では、 μ は ω に逆比例することになる。

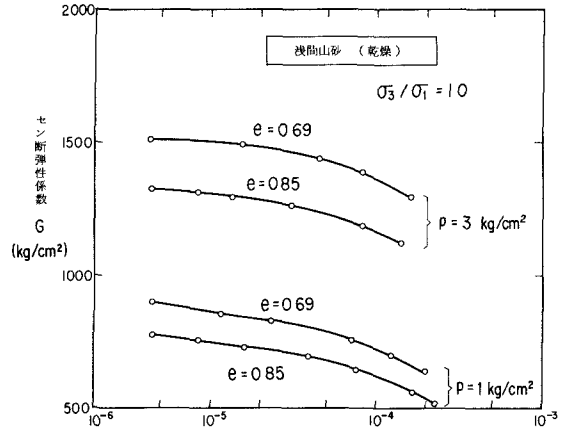


図-6 セン断弾性係数～セン断歪関係

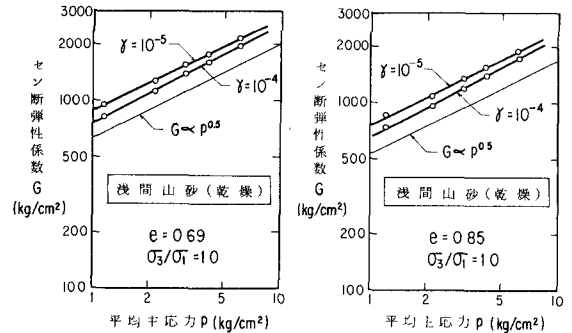


図-7 セン断弾性係数～平均主応力関係

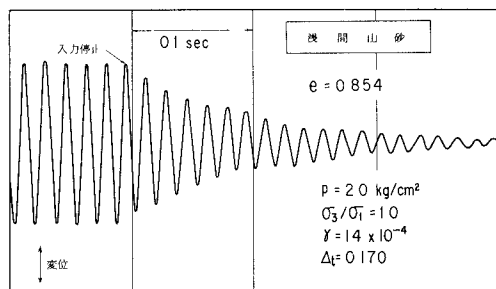


図-8 振動減衰

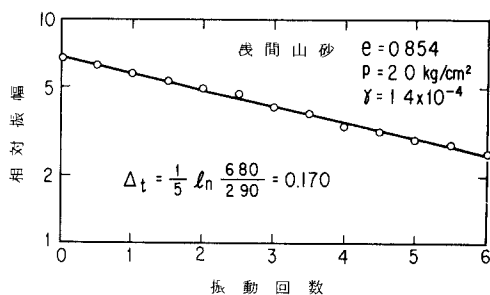


図-9 自由振動時相対振幅

4 実験

今回は、浅間山砂 ($G_s = 2.695$, $D_{10} = 0.16$ 礫, $U_c = 2.37$, $e_{max} = 0.961$, $e_{min} = 0.484$) を空気乾燥をしたものを、モールドの中にスプーンで静かに入れて、ゆるめ供試体を作り、又それに振動を与えて密づめの供試体を作った。今回は、等方応力状態において測定した。等方圧密中の体積変化は、軸歪を3倍して求めた。等方圧密が完了したら、次に図-6に示すように次第に歪振幅を上げてゆき適当な歪量の所で共振振動数と対数減衰率 Δt を測定する。セン断歪振幅(片振幅) r は、歪履歴が残らないように 2×10^{-4} 程度までの大きさとした。次に、圧密荷重を上げて、この測定をくりかえした。

図-6は、 G が r の増加と共に減少してゆく様子をあらわしている。又、 G は間隙比 e が大きいく程小さくなること分る。図-7は、 G が平均主応力 $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$ の平方根に比例することを示している。

図-8は、自由振動時の振動減衰の実測の一例である。図-9は、これから相対振幅を読みとったものである。図-10はこのようにして得られた対数減衰率 Δt が、 e はよらないこと、 p が大きくなれば減ること、 r が大きくなれば大きくなること示されている。

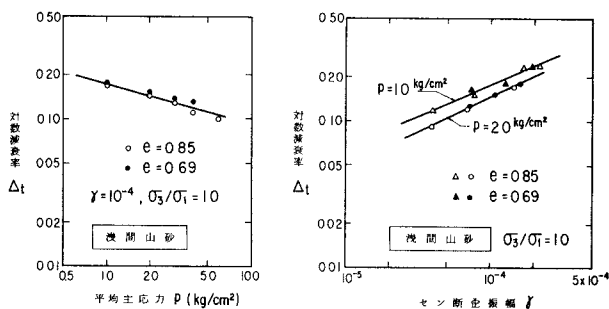


図-10 対数減衰率

5. まとめ

中空の供試体の強制ねじり振動による共振振動数を測定することによって、セン断弾性係数 G が測定でき、自由振動の振動減衰から、履歴減衰定数 λ_1 を求めることのできる装置を開発した。今回は浅間山の砂の実験結果を示した。今後は、他の砂についても実験を行う予定である。

6. あとがき

本研究を進めるにあたって、振動研究室栗林栄一室長の御指導を受けたことを感謝いたします。

参考文献

- Iida, K. (1938), "The Velocity of Elastic Waves in Sand", Bull. Earthquake Res. Inst., 16,
- Hardin, B.O., and Music, J. (1965), "Apparatus for Vibration During the Triaxial Test", ASTM STP, No. 392
- Hardin, B.O. (1965), "The Nature of Damping in Sands", J. of S.M.F.D., proc. ASCE, Vol. 91, No. SM1, Jan.