

II-25 孤立波理論による海中橋脚の波力計算

(株)東日交通コンサルタント 正員 柳沢 満夫

1. はじめに

海中橋脚の設計を行う場合には、これに作用する波力、風力、地震力等のかなり大きな不確定要素をもつ条件が、設計条件の主要素となっている。この報文では、そのうちの波力について検討を行う。

水深約6.0mで海底勾配1%の地点に、直径約1.0m～4.0mの円形橋脚を計画した場合を基本構想として以下に報告する。いま、対象構造物を円形とし、建設位置を砕波点に近い浅海で、かつ海底勾配が比較的急峻な地点とした。従って、この場合には、波圧理論としては円形柱体波圧理論、波の理論としては孤立波理論を採用するのが最も妥当性があるものと考えた。

2. 式の整理

2-1 水平粒子速度及び加速度

孤立波の水平粒子速度 u は、水理公式集^①によれば次式のように示される。

$$u = \sqrt{gh} \frac{H}{h} \left\{ 1 - \frac{5}{4} \frac{H}{h} - \frac{3}{2} \frac{H}{h} \left(\frac{2Z}{h} + \frac{Z^2}{h^2} \right) \right\} \text{sech}^2 \alpha (x - ct) + \sqrt{gh} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \left\{ \frac{5}{4} + \frac{9}{4} \left(\frac{2Z}{h} + \frac{Z^2}{h^2} \right) \right\} \text{sech}^4 \alpha (x - ct) \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{3H}}{4h} \left(1 - \frac{5}{8} \frac{H}{h} \right) \quad C = \sqrt{gh} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{H}{h} - \frac{3}{20} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad g: \text{重力加速度}$$

$H, h, Z, x, t: \text{図1参照}$

今、波峯即ち、原点($x = 0, t = 0$)において水平粒子速度

を考慮するものとするれば、 $x = 0, t = 0 \rightarrow \text{sech}^2 \alpha (x - ct) = 1.0$

従って任意水深では、(1)式を整理して次のようになる。

$$u = \sqrt{gh} \frac{H}{h} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{H}{h} \left(\frac{2Z}{h} + \frac{Z^2}{h^2} \right) \right\} \quad (2)$$

次に波峯では(2)式に $Z = H$ を代入して

$$u = \sqrt{gh} \frac{H}{h} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\} \quad (3)$$

水底では $Z = -h$ を(2)式に代入して

$$u = \sqrt{gh} \frac{H}{h} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{H}{h} \right) \quad (4)$$

となる。

水平粒子加速度は(1)式を微分することにより次式のように求められる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 2\alpha C \sqrt{gh} \frac{H}{h} \left\{ 1 + \frac{5}{4} \frac{H}{h} + 3 \frac{H}{h} \left(\frac{2Z}{h} + \frac{Z^2}{h^2} \right) \right\} \tanh \alpha (x - ct) \text{sech}^2 \alpha (x - ct) \quad (5)$$

2-2 砕波限界

孤立波の最高波を考えると、波峯において $u = C$ であるから、波速を

$$C = \sqrt{gh} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{H}{h} - \frac{3}{20} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad (6)$$

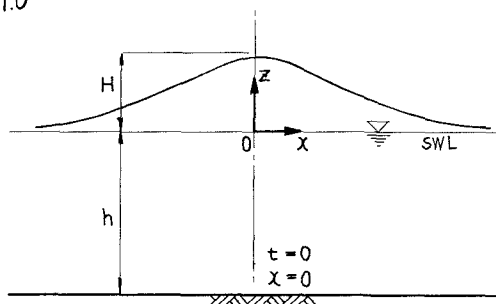


図-1

とすれば、(3)、(6)式より次のように整理出来る。

$$\sqrt{gh} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right)^3 \right\} = \sqrt{gh} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{H}{h} - \frac{3}{20} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

$$\therefore \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right)^4 + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^3 + \frac{3}{20} \left(\frac{H}{h} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{H}{h} = 1.0 \quad (8)$$

(8)式を解くと、 $H/h = 0.669$ となる。これが与条件のもとにおける孤立波の碎波限界である。

碎波限界については、 C (=波速)の式の形、及び $C=U$ として式を整理した時に高次の項を省略することにより、すでに幾つかの解が示されている。参考のため、文献^②より引用して次に示す。

$$\frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^3 + \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right)^4 = 1.0 \longrightarrow \frac{H}{h} = 0.689$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^3 = 1.0 \longrightarrow \frac{H}{h} = 0.749$$

$$\left(\frac{H}{h} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^3 = \left(1 + \frac{H}{h} \right)^{\frac{1}{2}} \longrightarrow \frac{H}{h} = 0.73 \text{ (Keulegan)}$$

$$\text{一般に} \longrightarrow \frac{H}{h} = 0.78 \text{ (Munk)}$$

2-3 全体波力式

進行波により水中の円柱に作用する波力は次式で示される。

$$dF = \frac{1}{2} \frac{W}{g} C_D U^2 dz + C_M \frac{W}{g} \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} dz \quad (9)$$

ここに

dF = 鉛直距離 dz の部分に作用する水平波力(t)

W = 水の単位体積重量(t/m³)

g = 重力加速度(m/sec²)

U = 水平粒子速度(m/sec)

D = 円柱の直径(m)

dz = 鉛直微小距離(m)

$\frac{\partial U}{\partial t}$ = 水平粒子加速度(m/sec²)

C_D = 抗力係数

C_M = 質量係数

(9)式において、第1項を F_D (抗力)、第2項を F_M (質量力)と置いて、各々の全体波力($F_D + F_M$)に対する割合を検討した結果を図-2、図-3に示す。

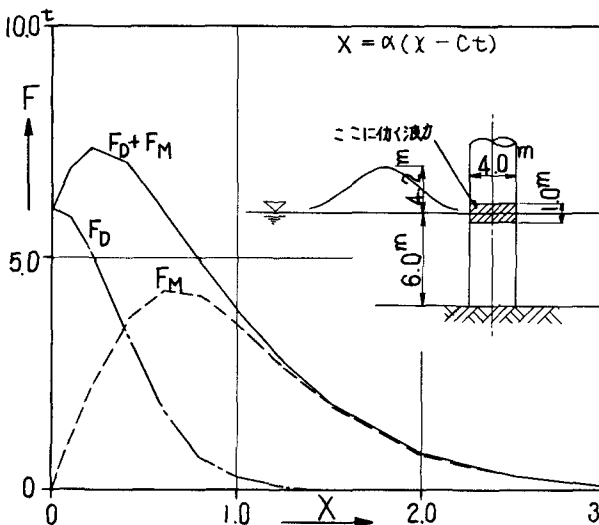


図-2 波力の時間的変化

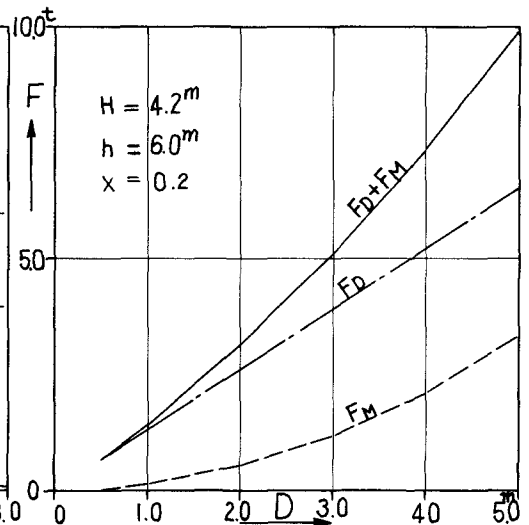


図-3 直径と波力

図-3より、想定した条件のもとでは、 F_{H1} は小さいと見られるので省略すると(9)式は次式ようになる。

$$dF = \frac{1}{2} \frac{W}{g} C_D U^2 dz \quad (10)$$

円柱全体に作用する波力は(10)式を H から $-h$ まで積分することにより求められる。(図-1 参照)

$$F = \frac{1}{2} \frac{W}{g} C_D \int_{-h}^H u^2 dz \quad (11)$$

(11)式に(2)式の u を代入して整理すると次式ようになる。

$$F = \frac{1}{2} \frac{W}{g} C_D \int_{-h}^H \left\{ \sqrt{gh} \frac{H}{h} \left\{ 1 + \frac{3}{4} \frac{H}{h} \left(\frac{z}{h} + \frac{z^2}{h^2} \right) \right\} \right\}^2 dz$$

$$= \frac{1}{2} W C_D H^2 \left\{ 1 + \frac{3}{10} \left(\frac{H}{h} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} \right)^4 + \frac{3}{4} \left(\frac{H}{h} \right)^5 + \frac{9}{16} \left(\frac{H}{h} \right)^6 + \frac{9}{80} \left(\frac{H}{h} \right)^7 \right\}$$

$$\therefore F = \frac{1}{2} W C_D H^2 \cdot K$$

(12)

ここに K は H/h の函数であるから、あらかじめ表-1のように計算しておくことが出来る。

H/h	K
0	1.00000
0.1	1.00455
0.2	1.02507
0.3	1.07380
0.4	1.16696
0.5	1.32685
0.6	1.58451
0.7	1.98304
0.8	2.58160
0.9	3.46015
1.0	4.72500

表-1 波力計算の係数表

3. 計算図表および計算例

(12)式において $W = 1.03 \text{ t/m}^3$
 $C_D = 1.0$, $D = 1.0 \text{ m}$ とし、 $H = 4.0 \sim 10.0 \text{ m}$, $H/h = 0.60 \sim 0.80$ の場合についての計算結果を図-4に示す。この計算範囲は、砕波点附近という条件と、計算している橋脚の諸元より決定した。

(計算例)

$H = 4.9 \text{ m}$, $H = 6.3 \text{ m}$, $D = 1.0 \text{ m}$

$H/h = 0.78$

図-4より 全波力 $F = 3.02 \text{ t}$

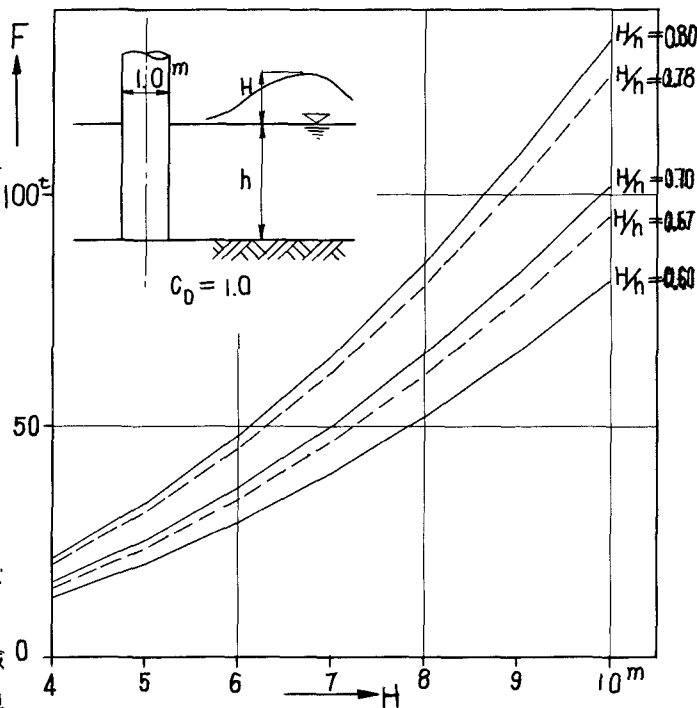


図-4 波力計算図

4. 実験値との関係

C_D は本来実験により求めるものであるが今回の研究に対しては模型実験を行わなかった。しかし以前に筆者が類似の模型実験を行ったことがあるので、その時の実験値を参考の為、計算値と比較して図-5に示す。

図中の波力計算に用いた $C_D = 0.75$ 又は 1.0 は、測定値が5ヶしかない為、精度上は問題がある。しかし、一般に用いられている数値に近い為、大きな誤りはないとも考えられるので、 $H/h > 0.6$ では $C_D = 1.0$, $H/h < 0.6$ では $C_D = 0.75$ とし計算を行った。

実験装置は水槽が、幅 0.8 m × 高さ 0.8 m × 長さ 32.0 m の両側ガラス張りのもので、フラッター型の造波装置を備えている。波高測定器は平行導線式波高計を用い、ペン書きオシログラフにて記録をとった。又波力はストレーンゲージを用い、電磁オシログラフにて記録をとった。その結果を表-2に示す。

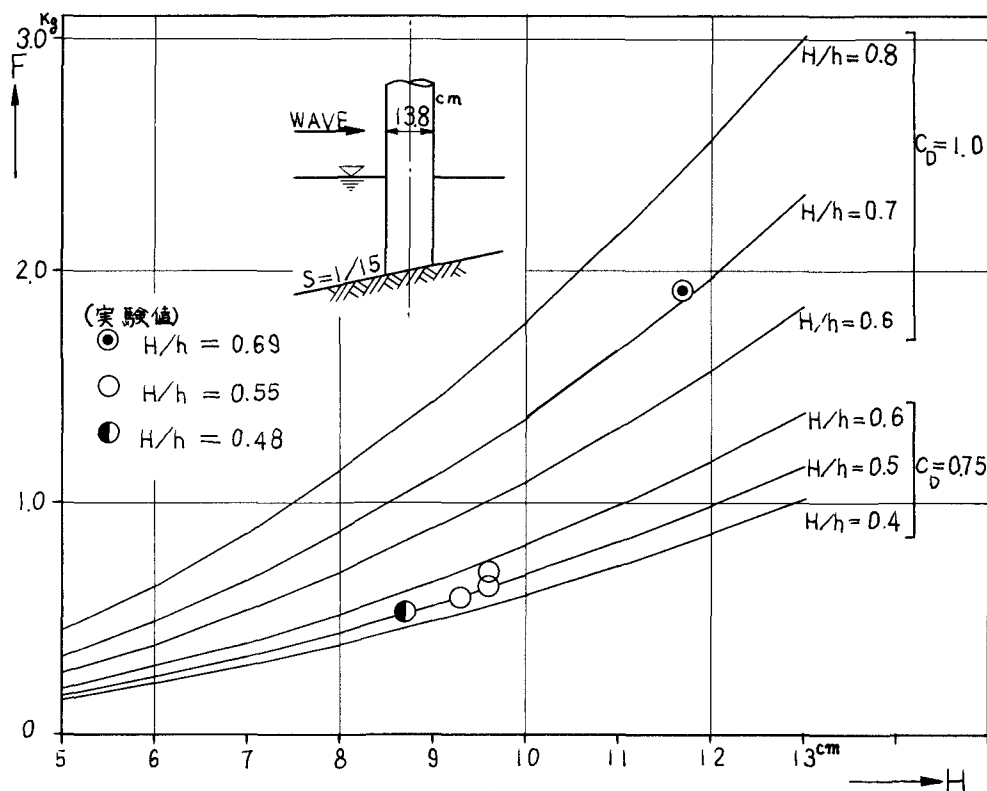


図-5

N0	T (sec)	H (cm)	Hs (cm)	Hs+hs (cm)	h (cm)	H/h	F (kg)	
C-03	1.82	11.7	7.6	28.6	16.9	0.692	1.92	SWL D = 13.8 cm hs = 21.0 cm
C-04(A)	0.91	9.3	5.4	26.4	17.1	0.544	0.587	
C-04(B)	"	8.7	5.8	26.8	18.1	0.481	0.526	
C-06(A)	"	9.6	6.0	27.6	17.4	0.552	0.644	
C-06(B)	"	9.6	6.0	27.0	17.4	0.552	0.696	

表-2 実験値

5. むすび

以上特定構造物の設計を行うに当り検討した波力計算について報告した。その成果は、ある適用範囲内(図-3参照)では(12)式のような簡易化した式により、全波力を計算出来るよう導いたことである。

橋脚位置で丁度砕波が生ずる場合には、大きな衝撃力が発生するが、この場合には実験により C_D 及び C_M の値を決定することが重点と考え、又手持ちの実験データがないため、今回の検討では除外した。

最後に、この報文をまとめるに際して、北海道工学学部 尾崎晃教授に御助言を得たことを附記し、謝意を表する。

<参考文献>

- ① 土木学会 水理公式集 昭和46年度改訂版
- ② 岸力、佐伯浩 クノイド波に関する研究 第11回海岸工学講演会講演集 昭和39年