

運輸省港湾技術研究所 正員 合田 良史
正員 ○鈴木 康正

1. 緒言

波は底面形状の変化する所で、その一部あるいはほとんどが反射される。このとき、入射波高に対する反射波高の比、いわゆる反射率は、規則波に対しては Healy の方法、あるいは合田の修正法により求めることができる。ところが不規則波に対しては、もはやこれらの方法を適用することができない。一方、不規則波を用いた実験においては、入射波と反射波を分離することが必要になってくる。これに関して鹿島は、相関関数を用いた分離法を発表しているが、ここはより明快な方法として、拡大FFT法による方式を示す。これはFFT法によって不規則波の波形が有限フーリエ級数に展開されることを利用するもので、フーリエ級数の各成分波についてそれぞれ入・反射波を分離し、それにより不規則波の入・反射波高を推定するものである。

2. 計算式

x の正方向に進む波を入射波 η_i 、負方向に進む波を反射波 η_r とし、それぞれの振幅を a_i, a_r とすると

$$\left. \begin{aligned} \eta_i &= a_i \cos(kx - \sigma t + \varepsilon_i) \\ \eta_r &= a_r \cos(kx + \sigma t + \varepsilon_r) \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

ここに、 k : 波数
 σ : 角周波数
 $\varepsilon_i, \varepsilon_r$: 位相

と表わせる。ここで、ある同一時刻において、 2 点 $x=0$ および $x=l$ における水面変動 η_0, η_l を

$$\left. \begin{aligned} \eta_0 &= \eta_i|_{x=0} + \eta_r|_{x=0} = A_0 \cos \sigma t + B_0 \sin \sigma t \\ \eta_l &= \eta_i|_{x=l} + \eta_r|_{x=l} = A_l \cos \sigma t + B_l \sin \sigma t \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

とおけば、

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= a_i \cos \varepsilon_i + a_r \cos \varepsilon_r \\ B_0 &= a_i \sin \varepsilon_i - a_r \sin \varepsilon_r \\ A_l &= a_i \cos(kl + \varepsilon_i) + a_r \cos(kl + \varepsilon_r) \\ B_l &= a_i \sin(kl + \varepsilon_i) - a_r \sin(kl + \varepsilon_r) \end{aligned} \right\} \text{----- (3)}$$

である。この A_0, B_0, A_l, B_l は、式(2)からもわかる

ように、合成波を測定し、フーリエ分析することにより求められ、また k, l も既知である。従って、未知数は $a_i, a_r, \varepsilon_i, \varepsilon_r$ の4つであり、 $\varepsilon_i, \varepsilon_r$ を消去することにより a_i, a_r は次のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{1}{2|a \sin kl|} \left[(A_l - A_0 \cos kl - B_0 \sin kl)^2 \right. \\ &\quad \left. + (B_l + A_0 \sin kl - B_0 \cos kl)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ a_r &= \frac{1}{2|a \sin kl|} \left[(A_l - A_0 \cos kl + B_0 \sin kl)^2 \right. \\ &\quad \left. + (B_l - A_0 \sin kl - B_0 \cos kl)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \text{----- (4)}$$

3. 不規則波に対する入・反射波の分離法

不規則波が、式(1)のような余弦波を成分波として持ち、その線型重ね合わせであるとすれば、距離だけ離れた2点の水面変動を、同一時刻から同一長記録し、それを同じサンプリングタイムで拡大FFT法によりフーリエ級数に展開すれば、それぞれの対応する成分波に対して、式(4)より入・反射波の振幅を求めることができる。これを用いてパワースペクトル $E(f)$ を求めれば、Longuet-Higginsの理論式により $H_{1/10}, H_{1/3}, \bar{H}$ などは次のように推定される。

$$\left. \begin{aligned} H_{1/10} &= 5.090 \sqrt{m_0} \\ H_{1/3} &= 4.004 \sqrt{m_0} \\ \bar{H} &= 2.501 \sqrt{m_0} \end{aligned} \right\} \text{----- (5)}$$

ここに $m_0 = \sum_{n=1}^K E(f_n) \Delta f_n$
 K : スペクトル計算個数
 $f_n = n / (N \Delta t)$
 N : データ数
 Δt : サンプリング間隔

このようにして入・反射波の波高が求まるわけであるが、式(4)は $|a \sin kl|$ で割っているために $|a \sin kl| = 0$ となつた

$$L = 2l / m \text{ ----- (6)}$$

ここに L : 波長、 $m = 0, 1, 2, \dots$

となるような周波数を持つ成分波の振幅は誤差が大きくなる。また、低周波数部においても $k \rightarrow 0$ のとき $| \sin k l | \rightarrow 0$ となるため誤差が入ってくる(後出の図4参照)。従って、波高の計算の際にはこれらの部分は除かなければならない。そこで、ここでは次のような方法によった。

いま、何らかの方法により誤差の小さい範囲を $f_{min} \sim f_{max}$ のように選定しておき(図1参照)、

$$\left. \begin{aligned} m_i &= \sum_{f_{min}}^{f_{max}} E_i(f_n) \Delta f_n \\ m_r &= \sum_{f_{min}}^{f_{max}} E_r(f_n) \Delta f_n \end{aligned} \right\} \text{----- (7)}$$

ここに、 $m_i, m_r : \lambda$ ・反射波のスペクトル密度の (f_{min}, f_{max}) での積分値

E_i, E_r : 入・反射波のスペクトル密度とおけば、波高は式(5)からスペクトルの積分値の平方根に比例し、また入・反射波のスペクトルの和は合成波のスペクトルになるから波高は次式により求められる。

$$\left. \begin{aligned} (H_{1/2})_i &= d_i H_{1/2} & (H_{1/2})_r &= d_r H_{1/2} \\ (H_{1/3})_i &= d_i H_{1/3} & (H_{1/3})_r &= d_r H_{1/3} \\ (\bar{H})_i &= d_i \bar{H} & (\bar{H})_r &= d_r \bar{H} \end{aligned} \right\} \text{----- (8)}$$

ここに、 $H_{1/2}$ } 合成波の波高で、不規則波の
 $H_{1/3}$ } 統計解析によって求めた2次
 $\bar{H}$ } における波高の平均値

$$d_i = \sqrt{m_i' / (m_i' + m_r')}$$

$$d_r = \sqrt{m_r' / (m_i' + m_r')}$$

また、以上の説明からわかるように、この方法はスペクトルの積分値だけを用いている。従って、多重反

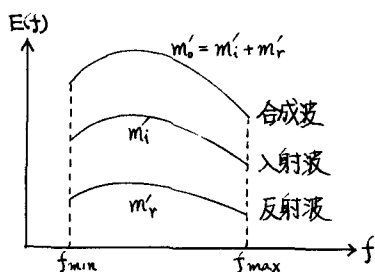


図1 スペクトル図

射波に対しても重畳としての波高を求めることが出来るため、実験の際に測定時間を長くごまるという利点を持っている。

4. 実験による検討

1) 実験装置

上述の方法の精度およびその適用性をみるために以下に述べる実験を行なった。実験水路は図2のよ

うな、水底勾配 1/50 の平面水槽の片側を幅 60 cm に区切って造った、不規則波造波水路を使用した。実験は無反射・不完全反射・完全反射について行ない、抵抗線式波高計により、水面変動をデータレコーダに記録し、解析を行なった。

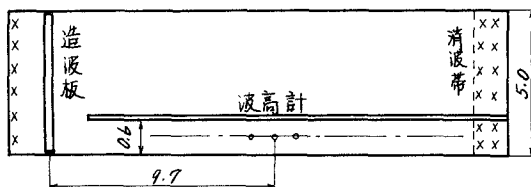


図2 実験水路 (単位 m)

2) f_{min} と f_{max} について

まず f_{min} と f_{max} の決定法について検討するため無反射の状態で行なった。実験条件は、水深 40 cm, $T_{1/3} = 1.36$ 秒, $H_{1/3} = 8.20$ cm である。波高計は3台で、中央の波高計を造波板から 9.7 m の距離に設置し、前後の波高計をこれから 10~50 cm の距離に置いた。データサンプリング間隔 $\Delta t = 1/15$ 秒、データ回数 $N = 2100$ で計算し、各成分波の振幅をすべて打ち出させた。入・反射波の振幅を比較し、反射波の振幅が入射波の振幅の 1/4 以下になっているものを合格とし、不合格のものが連続して 4 回以上現われないう範囲を求めた。その結果、低周波数側から見ていくと、まず誤差の大きい部分があり、その後ある範囲で誤差が小さく、再び誤差が大きくなって、それより高周波側ではほとんど不合格であった。この誤差の小さい範囲(成分波の番号にして $n_0 \sim n'_1$)を、波高計間距離を変えたいろいろなケースについて求めたのが表1である。 n_0, n'_1 に対して、式(5)の下式から周波数を求めれば、それらが結局 f_{min} と f_{max} になる。表で n_1 は式(6)の $m=1$ に対応する波長を持つ成分波の番号、 $n'_1 - n_0$ は計算に使用できる成分波の回数、 L_1/l は n'_1 に対する成分波の波長 L_1 と l との比である。

表1から次のことがわかる。 n_0 は式(6)で $m=0$ に対応すると思われたが、実験結果では n_0 は l と無関係となっており、また各ケースについてほぼ一定の値であるので、何か他の要素から決まってくるようである。次に $n'_1 - n_0$ は l が短くなるほど大きくなる傾向があり、 $l = 20$ cm のとき最大で、このとき計算に使用で

きる周波数帯は、0.228 Hz ~ 1.641 Hz である。また、 L_1/l は $l=10\text{ cm}$ のとき最大で 6.19、 $l=100\text{ cm}$ のとき最小で 2.33 であり、あとは 2.5 前後にある。このことは $f_{\max}$ を決定するとともに一つの目安になるものと思われる。

〔表 1〕

ケース	波高計	l [cm]	n_0	n'_1	n_1	$n'_1 - n_0$	L_1/l
P-1	1 & 2	10	57	244	430	187	6.19
	2 & 3	30	49	176	248	127	3.86
	1 & 3	40	49	155	200	106	3.60
P-2	1 & 2	20	35	252	304	217	2.90
	2 & 3	30	45	210	248	165	2.77
	1 & 3	50	34	171	180	137	2.44
P-3	1 & 2	30	62	210	248	148	2.77
	2 & 3	30	62	219	248	157	2.55
	1 & 3	60	62	135	163	73	2.98
P-4	1 & 2	40	62	197	200	135	2.34
	2 & 3	40	62	205	200	143	2.34
	1 & 3	80	62	151	139	89	2.34
P-5	1 & 2	50	62	166	180	104	2.57
	2 & 3	50	62	159	180	97	2.76
	1 & 3	100	62	112	120	60	2.33

* 造波板に近い方から番号がふってある

3) 分離精度の検討

計算結果の精度について検討するため、実験条件を 2) の各ケースと同じにして実験を行ない、計算した結果が表 2 である。

この結果から、入射波高については各ケースの誤差は最大 2.0%、また波高計間距離が異なる場合の最大誤差は 5% 程度であることがわかる。従ってこの計算法は良好な精度を持ち、かつ波高計は 2 台使用すれば十分であり、 $f_{\min}$ ・ $f_{\max}$ が適当な値であれば、波高計間距離は結果にほとんど影響を与えないことがわかる。なお、反射率が 20% 程度でいるが、この手法の主目的は反射率ではなく入射波高を求めることであり、また式(8)からわかるように、 $(H_1)_{\infty} \propto 1/\sqrt{1+K_R}$ であるので、反射率に誤差が入っても入射波高にはそれほど大きな誤差は入ってこないものと思われる。

次に、前と同じ波を用い、図 3 のような模型により実験を行なった結果が表 3 である。

〔表 2〕

ケース	波高計	l [cm]	$(H_1)_{\infty}$ [cm]	$(H_1)_r$ [cm]	$(H_1)_{\infty} - (H_1)_r$ [cm]	$\frac{(H_1)_{\infty} - (H_1)_r}{(H_1)_{\infty}}$	K_R (反射率)
P-1	1 & 2	10	7.80	7.66	1.47	0.018	0.188
	2 & 3	30	7.75	7.64	1.32	0.014	0.173
	1 & 3	40	7.71	7.58	1.42	0.017	0.187
P-2	1 & 2	20	7.96	7.85	1.47	0.001	0.185
	2 & 3	30	8.03	7.97	1.40	0.008	0.176
	1 & 3	50	7.96	7.86	1.53	0.013	0.195
P-3	1 & 2	30	7.86	7.82	1.48	0.005	0.189
	2 & 3	30	8.00	7.90	1.46	0.013	0.185
	1 & 3	60	7.92	7.80	1.55	0.015	0.199
P-4	1 & 2	40	7.95	7.79	1.55	0.020	0.199
	2 & 3	40	7.89	7.74	1.54	0.019	0.199
	1 & 3	80	7.81	7.66	1.51	0.019	0.197
P-5	1 & 2	50	8.02	7.89	1.41	0.016	0.179
	2 & 3	50	7.93	7.81	1.39	0.015	0.178
	1 & 3	100	7.85	7.67	1.54	0.023	0.201

* データの統計解析による値で、2 台の波高計の平均値

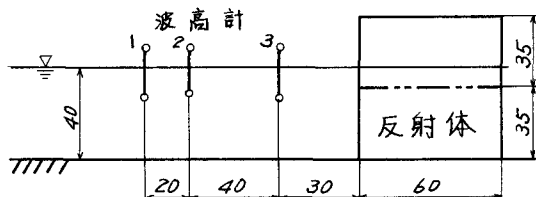


図 3 模型形状 (単位 cm)

〔表 3〕

ケース	波高計	l [cm]	$(H_1)_{\infty}$ [cm]	$(H_1)_r$ [cm]	K_R (反射率)
P-6 [不完全 反射]	1 & 2	20	6.97	4.24	0.608
	2 & 3	40	7.72	4.53	0.587
	1 & 3	60	7.56	4.71	0.623
P-7 [完全 反射]	1 & 2	20	7.78	6.99	0.898
	2 & 3	40	8.23	7.40	0.899
	1 & 3	60	8.26	7.39	0.894

表 3 により、この方法は不完全反射・完全反射に対しても有効であることがわかる。

また、図 4 はケース P-6 のときの合成波および入射波・反射波のスペクトル図である。図において、矢印は

式(6)で表わされる特異点の位置を示し、そこで誤差が大きくなっていることがわかる。また、低周波数帯でも誤差が大きくなっている。

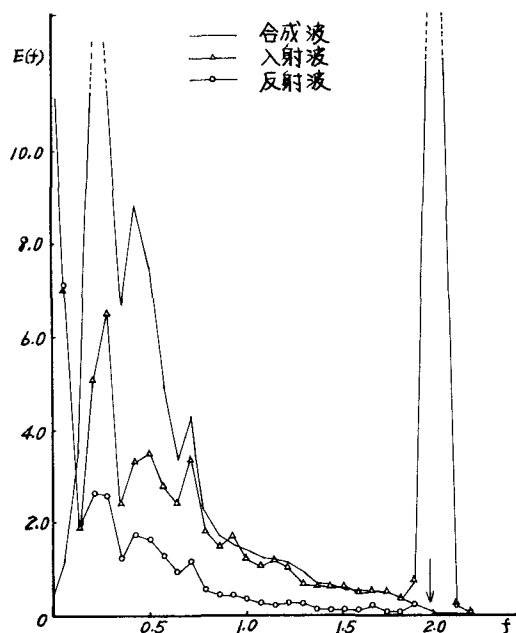


図4 入・反射波のスペクトル図

5. 混成防波堤の反射および伝達波の実験への適用例

次に、この手法を実験の実験に適用した例として、混成防波堤の伝達波の測定結果を示す。模型形状は図5であり、模型前方4mに20cm間隔で2台の、後方に1台波高計を置いた。天端高は $h_c = 15, 15$ cm, 水位 $W.L. = \pm 0.5$ cm すなわち静水面上の天端高 $h_c = 0.5, 10, 15$ cm とする。また波の諸元は $H_{1/3} = 14$ cm, $T_{1/3} = 1.7$ 秒である。 $N = 2520$, $\Delta t = 1/15$ 秒, $f_{min} = 0.3$ Hz, $f_{max} = 1.4$ Hzとして計算した結果が表4である。この結果は妥当なものであると思われる。ここで述べた分離法が実際の実験にも十分適用できることがわかる。

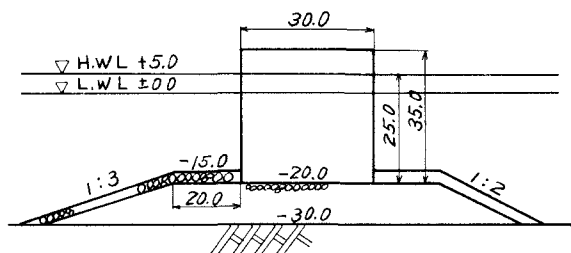


図5 混成防波堤の模型形状 (単位 cm)

[表4]

ケース	h_c [cm]	$(H_{1/3})_i$ [cm]	$(H_{1/3})_r$ [cm]	$(H_{1/3})_T$ [cm]	K_R (反射率)	K_T (伝達率)
S-1	0	13.94	9.47	4.97	0.679	0.357
S-2	5	13.22	10.05	3.69	0.760	0.279
S-3	10	13.88	12.22	2.45	0.880	0.177
S-4	15	13.84	12.43	2.52	0.898	0.182

* 伝達波高を示す

6. 結 語

以上述べてきたことをまとめると次のようになる。

- (1) 構造物前面の2点で水面変動を測定し、フーリエ級数に分解したの式(4)を用い、さらにスペクトル理論を応用することにより、入・反射波を推定することができる。
- (2) スペクトル密度の積分範囲は、反射体を置かない状態での測定から決めることができる。
- (3) 波高計は2台使用すれば十分である。
- (4) 波高計間距離は短かいほど、広い周波数帯の波を分離することができるが、 f_{min} , f_{max} が適当な値であれば、波高計間距離は、計算精度にほとんど影響を与えない。
- (5) この方法によれば、多重反射に対しても、入射波・反射波それぞれの重畳としての波高を求めることができるので、長い測定時間をとることができ、実用的な手法であるといえる。

7. 参考文献

- (1) Goda Y., Abe Y.; Rept. of P.H.R.I., Vol. 7, No. 3, Sept. 1968, PP. 3-58.
- (2) 鹿島遼一; 第15回海岸工学講演会講演集, 1968年11月, PP. 91-96.
- (3) 鹿島遼一; 電力中央研究所技研報告, No. 69006, 1969年7月, 19 P.
- (4) 桑島 進, 永井康平; 港湾技術研究所資料, No. 155, 1973年, 33 P.
- (5) 合田良実, 鈴木康正; 港湾技術研究所波浪研究室資料 No. 8, 1973年6月, 27 P.