

II-3

波速変化を考慮した水撃圧の検討

山梨大学工学部 正員 萩原能男
山梨大学大学院 学生員 河西 基
飛島建設 正員 萩原義信

はじめに 水撃現象の研究はN.Joukowskyが1897年にMoscowでまとめた論文に初期の研究が紹介されている。L.Allieviが1902年より1913年にわたって行った研究は有名で、Allieviの逐次計算法および計算図表は現在でも有名である。1900年より1930年頃までは代数的計算法の研究が主体であったのが、1935年にO.SchnyderとL.Bergeronが別々に提唱したSchnyder-Bergeronの図解法により1930年より、1960年頃まで図式解法の応用的研究に移行した。1960年以降は電算機による計算が主体になり、摩擦損失なども考慮され、複雑な管路網の水撃圧の計算も可能になった。

水撃圧は0.1m/sの流速変化に対して約1kg/cm²の圧力変化を生ずることを考慮しても容易に蒸気圧まで低下して、水の沸騰現象が生ずる。このとき、水中に水蒸気が発生して気液二相流になり、液体の弾性係数が大きく低下し、水撃圧の波速が急減することになる。現在、この負圧領域の水撃圧の計算として水柱分離理論が採用されている。水柱分離とは、水と空洞が完全に分離して存在し、気泡が水中に混在する状態を無視したものである。この現象は1937年の鈴木氏の実験的研究¹⁾においても報告されている。計算方法の確立は1962年にW.H.Li²⁾およびL.Escande³⁾によってなされた。国内では1968年の笠原・棚橋氏の論文⁴⁾がある。

萩原は、容積比(ボイド率)で1/1000の気体が含まれると、蒸気圧附近の圧力において、波速が約1/20に低下することに着目し、特性直線法のこう配を変化させる方法で波速変化を考慮した計算方法を、昭和49年度水理講演会において既に発表した⁵⁾。この波速変化理論によると、水中にどの程度の気泡が含まれているかを知らなくても計算をすすめられる長所をもつが、特性直線法が払われる欠点がある。この点について、本論文ではその修正方法を提案し、計算結果と実験値とを比較した。

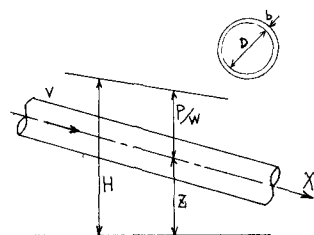
1. 基礎方程式

水撃現象に関する基礎方程式は、一般に次の運動方程式(1)、連続方程式(2)を用いる。

$$\frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{f}{2D} V|V| \quad (1) \quad a^2 \frac{\partial V}{\partial x} = -g \left(\frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} \right) \quad (2)$$

ただし、
$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho \{1 + DK(bE)\}}} \quad (3)$$

x : 距離軸, t : 時刻, V : 管内平均流速, H : 圧力水頭, g : 重力加速度
 D : 管内径, b : 管肉厚, f : 摩擦損失係数, a : 水撃圧波速, ρ : 流体密度, K : 流体の体積弾性係数, E : 管材の体積弾性係数である。



(図-1)

また、気泡状に気体が水中に含まれた状態の伝播速度については、小堀、横山、宮代の研究⁶⁾、I.S.Pearsallの研究⁷⁾、森、土方、小峰の研究⁸⁾などがある。

2. 基礎理論

(1) 計算基本式 式(1)、(2)の特性方程式を流量 Q を用いて書きなおすと

$$dx/dt = a, \quad dH = -B \cdot dQ - R \cdot Q|Q| \quad (A \text{ 点} \rightarrow P \text{ 点}) \quad (4)$$

$$dx/dt = -a, \quad dH = B \cdot dQ + R \cdot Q|Q| \quad (B \text{ 点} \rightarrow P \text{ 点}) \quad (5)$$

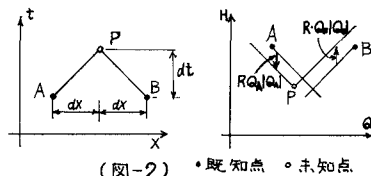
ただし、 $B = Q/(gA)$, $R = f dx/(2gDA^2)$, A = 流積である。

この関係を用いて、図-2のように、A,B 2既知点より未知点Pの値を求めると

$$\left. \begin{aligned} dt &= dx/a \\ H_P &= (H_{CP} + H_{CM})/2 \\ Q_P &= (H_{CP} - H_{CM})/(2B) \end{aligned} \right\} (6)$$

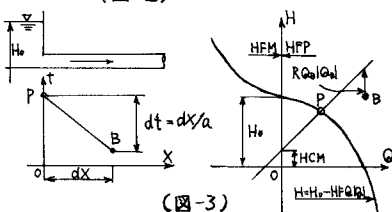
$$H_{CP} = H_A + B \cdot Q_A - R \cdot Q_A/Q_A, \quad H_{CM} = H_B - B \cdot Q_B + R \cdot Q_B/Q_B \quad (7)$$

(2) 貯水池側の計算式 流入損失を与える式 $H_P = H_0 - H_F \cdot Q_P/Q_P$ (8)



(図-2) ・既知点 ・未知点

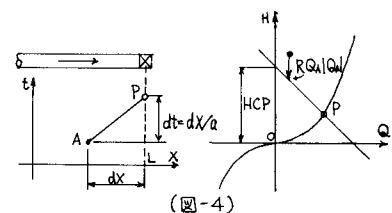
とB点よりP点に向う特性直線 $H_P = B \cdot Q_P + H_{CM}$ (9) の交点より求める。
(図-3 参照)



(図-3)

(3) 弁側の計算式 弁の境界条件 $Q_P = \text{PHI} \sqrt{|H_P|} \cdot H_P / |H_P|$ (10)

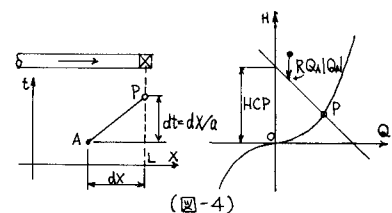
とA点よりP点に向う特性直線 $H_P = -B \cdot Q_P + H_{CM}$ (10) の交点より求める。
(図-4 参照)



(図-4)

(4) 分岐点における計算式 連続の方程式 $Q_{P1} = Q_{P2} + Q_{P3}$,

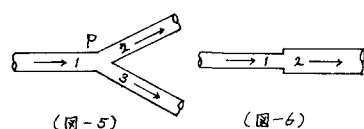
特性方程式 $H_P = H_{CP1} - B_1 \cdot Q_{P1}$, $H_P = H_{CM2} + B_2 \cdot Q_{P2}$, $H_P = H_{CM3} + B_3 \cdot Q_{P3}$ を連立して解く。
(図-5 参照)



(図-5)

(5) 断面変化点における計算式 特性方程式 $H_P = H_{CP} - B_1 \cdot Q_P$,

$H_P = H_{CM} + B_2 \cdot Q_P$ を連立して解く。
(図-6 参照)



(図-6)

3. 波速変化を考慮した水撃圧の計算

計算にあたって次のような仮定をする。 i) 波速変化は特性直線法にもとずいて生じ、なお $Q \geq V$ とみなせる範囲を対象とする。 ii) 圧力が蒸気圧以下に計算されたとき、水中に水蒸気が気泡状に発生し、圧力が蒸気圧になるように波速が変化するものとする。 iii) 水と気泡は一緒に混在し、水柱分離を生じない程度の気泡量とする。 iv) 波速変化の時間的新変区間は無視する。 v) 水中の気泡は特性直線法上で要求のあるまでその状態が定常的に保たれる。 vi) 圧力が上昇すると気泡は急激に消えて残らない。 vii) 波速変化は要求される分割点側のみに生ずる。

貯水池側境界条件による波速変化は図-7 のように行われ

$$Q_P = \sqrt{(H_0 - H_{VP})/H_F} \quad (12) \quad B_B = (H_B - H_{VP} + R \cdot Q_B/Q_B)/(Q_B - Q_P) \quad (13)$$

となる。

中間点における波速変化の一例は図-8 のようになり

$$B_A = B_B = \frac{2H_{VP} - H_A - H_B + R_A \cdot Q_A/Q_A - R_B \cdot Q_B/Q_B}{Q_A - Q_B} \quad (14)$$

となる。

弁側の境界条件による波速変化も同様にして、 $Q_P = -\text{PHI} \sqrt{H_{VP}}$,

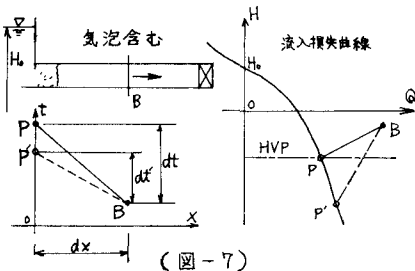
$$B_A = (H_A - H_P - R \cdot Q_A/Q_A)/(Q_P - Q_A) \quad (15) \quad \text{となる。}$$

4. 特性直線網の乱れに対する補正

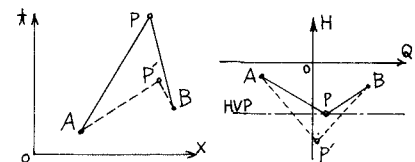
特性直線法上で波速変化を要求された場合、 x - h 面上の特性直線網に乱れが生じ、計算が困難になる場合がある。これに対して、乱れの補正を次の2方法を用いて行った。

(1) 平面近似による補正 図-9 のように、既知点A、Bから、波速変化が要求されて未知点Pが求められたとする。このとき、P'点は諸物理量を求めようとする格子点を表わし、この点の値を近似計算によって求め、新しくP'点から特性直線を出して水撃圧計算を進める方法である。

ここで、A、B及びP点でのそれぞれの関係物理量を z で代表させて、立体座標系 z - (x, t) で書きあらわす



(図-7)



(図-8)

と図-10のようになる。このとき、 ξ_A, ξ_B, ξ_P を通る平面上で ξ が平面的に変化すると仮定して、この平面の方程式を求める。まず、平面の方程式を $\xi = E\alpha + F\alpha + G$ (16) とおくと、次の連立方程式

$$\xi_A = E\alpha_A + F\alpha_A + G, \quad \xi_B = E\alpha_B + F\alpha_B + G, \quad \xi_P = E\alpha_P + F\alpha_P + G \quad (17)$$

が成り立ち、これより係数 E, F, G は

$$E = \frac{\begin{vmatrix} \xi_A & \alpha_A & 1 \\ \xi_B & \alpha_B & 1 \\ \xi_P & \alpha_P & 1 \end{vmatrix}}{Z}, \quad F = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_A & \xi_A & 1 \\ \alpha_B & \xi_B & 1 \\ \alpha_P & \xi_P & 1 \end{vmatrix}}{Z}, \quad G = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_A & \alpha_A & \xi_A \\ \alpha_B & \alpha_B & \xi_B \\ \alpha_P & \alpha_P & \xi_P \end{vmatrix}}{Z} \quad (18)$$

ただし、 $Z = \begin{vmatrix} \alpha_A & \alpha_A & 1 \\ \alpha_B & \alpha_B & 1 \\ \alpha_P & \alpha_P & 1 \end{vmatrix}$ となる。

これから平面の方程式は決定され、希望する P' 点の座標位置を(17)式に代入すれば、関係物理量 ξ (Q, H, B)が求まる。図-10は中間点の場合について示したものであり、貯水池側、弁側についての補正も同様の考えで、図-11のように行われる。

(2) 直線近似による補正 中間点における補正は、分割区間 AB で流速、流量、圧力の諸物理量が直線的に変化するものとして、希望する点の圧力を求める。 m, n 点の位置 α_m, α_n は、次の2特性直線の式

$$\frac{\alpha_n - \alpha_m}{dx} = a_A + (a_B - a_A) \cdot \frac{(\alpha_m - \alpha_A)}{dx} \quad (19)$$

$$\frac{\alpha_n - \alpha_k}{dx} = a_A + (a_B - a_A) \cdot \frac{(\alpha_n - \alpha_A)}{dx} \quad (20)$$

より求め、点 α_A との距離 $\Delta\alpha_m, \Delta\alpha_n$ は

$$\Delta\alpha_m = \frac{dx/2 - a_A \cdot dt}{(a_B - a_A)dt/dx + 1}, \quad \Delta\alpha_n = \frac{-dx/2 - a_A \cdot dt}{(a_B - a_A)dt/dx - 1}$$

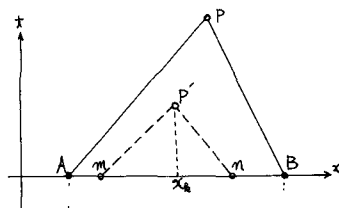
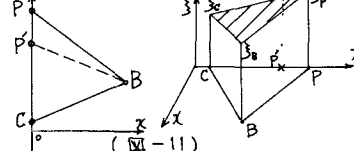
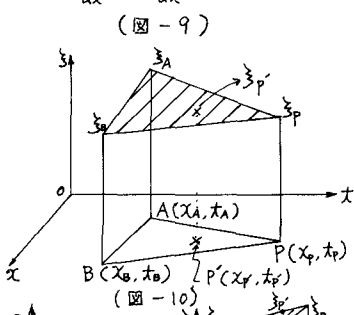
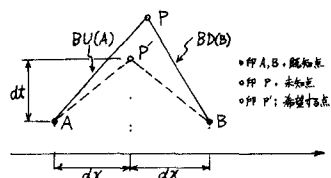
となる。これより、点 AB 間の関係物理量 ξ は、 $\xi = \xi_A + (\xi_B - \xi_A) \cdot \Delta\alpha/dx$ で表わされ、 m, n 点の諸物理量を定めた後、改めて m, n 2点よりの特性直線を用いて P' 点の物理量を求める。(図-12参照)

弁および貯水池側では、流速変化が要求されて求められた点 P から、 C 点間の時間についての線型関係より、 P' 点に補正される。このとき諸物理量は、 $\xi_{P'} = \xi_P + (\xi_C - \xi_P) \cdot (dt - dt')/(dt + dt')$ として求まる。

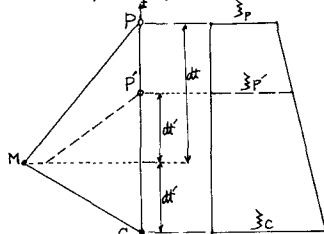
(図-13参照)

(3) 計算例 以上の計算式を使い、実験値と比較するために電算機により数値計算した結果が図-14である。管路の分割法は図-15に示すように N 等分する方法を採用した。

実験装置は管路長294.2m、管内径0.1054m、水面水頭10.6mの貯水池より流出する単一様断面鋼管路を用いた。また、正圧時流速は実験値より定めた950 m/sを用い、水の蒸気圧をHVP=-10m、流入損失係数0.5、逆流損失係数を1.0、摩擦係数 $f=0.025$ 、弁閉塞時間 $T_0=0.02$ sec、区切数 $N=10$ および50として計算した結果が図-14である。これらの補正の計算結果は実測値と比較して、両補正とも第二圧力上昇の低下が著しく、以後周期が短くない衰も悪くなる傾向が見られた。これは、圧力変動の大きい初期において特に近似計算の影響が強く出た為とされる。また、二つの補正計算の結果をみると、平面近似による計算値が、補正を加えない計算で水撃圧の



(図-12)



(図-13)

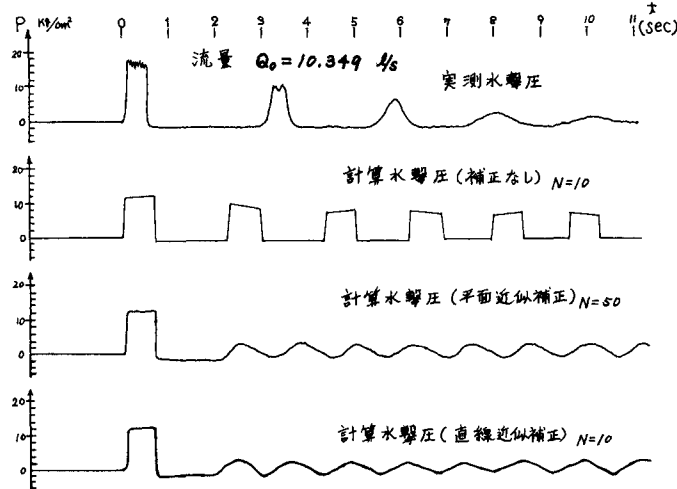
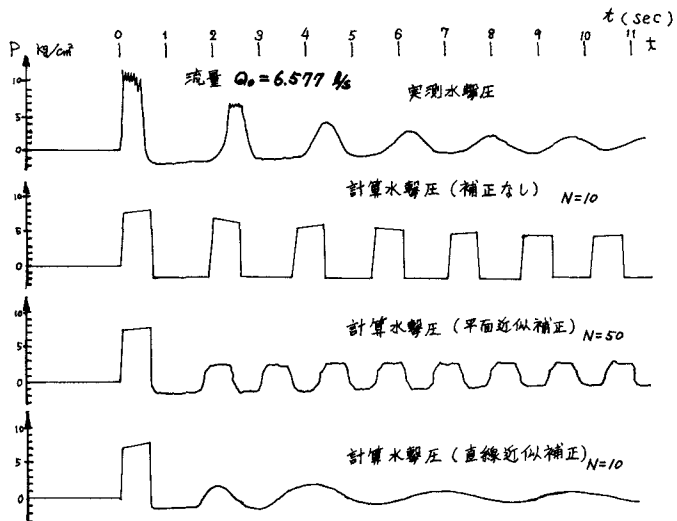
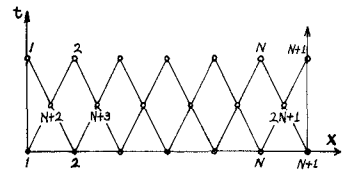


図-14 波速変化を考慮した計算値と実験値 (4号位置)

比較的近くなるのに対して、直線近似による補正を加えた計算値は、実験値の波形に類似したものが得られた。



(図-15)

5. まとめ

特性直線法のこう配を変化させる計算方法によれば、特性直線網が乱れることになり、水撃圧計算を進める上で計算に困難を生じる場合がある。この点については、本論文で提案した近似による補正を行えば、乱れを解消できる結果が得られた。しかしながら、水撃現象という急激な圧力変動に対して近似補正をするために、近似誤差が大きくなる場合があるという問題点は残されている。

これらの問題点についてさらに検討を加え、負圧領域の水撃圧計算において、特性直線法にもとづく波速変化を考慮した計算方法の確立をし、水柱分離との関係についても明確にしたい。

引用文献

- 1) Suzuki Shigeya; Experimental Investion of Water Hammer in Steel Pipes. Jour. Faculty Engrn. Tokyo Imperial Univ. Vol. 21, No. 2, 1937. pp. 43~75
- 2) Li, W.H.; Mechanics of Pipe Flow Column Separation. Proc. ASCE, Vol. 88, No. EM4, 1962, pp. 97~118
- 3) Escande, L.; Proc. IAHR, Symp. Sendai, 1962, pp. 113~124
- 4) 笠原英司, 棚橋隆彦; 日本機械学会論文集 (第2部) 34巻 263号, 1968
- 5) 萩原能男; 水柱分離前の水撃現象の計算方法, 第18回土木学会水理講演会講演集 1974.2月 pp.127~132
- 6) 小堀, 横山, 宮代; 日立評論第37巻, 第10号 1955.10月 pp.33~37
- 7) Pearsall I.S.; Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol 180, Pt. 3E, 1965~66 pp.12~20
- 8) 森, 土方, 小峰; 日本機械学会論文集 39巻, 317号 (昭48-1) pp.305~312