

I - 2

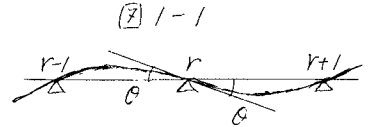
連続梁反力の簡易計算法 (不静定梁を反力分離によって計算する)

日本大学 正員 神田一雄

/ 緒言

弾性曲線の連続性を利用して、機械的に表を作り、反力を計算するもので、おこがましくも、唯式の暗記が不要と言ふ事で、簡易計算法と題して、提出してしまつたが、反力分配法、又は反力分離法とでもしておけばよかったと、反省しております。

連続梁の任意支(り)で、撓み曲線は共通接線が(図1-1)の様に画ける。対頂角は等しいから(り-1)側と(り+1)側の撓み角が等しくなる。こゝで連続梁の各径間を単純梁と見なして、この撓み角を水平に戻す時に起る反力を集計して、連続梁の支反力を計算する。単純梁の不静定梁の時も唯水平に動かすだけである。若し撓み角が生じてゐる時は、その処まで戻せばよいのである。



2 本方法に利用する算式

図2-1 で Mohr の定理より E : 弾性係数 I : 断面二次モーメント

$$R_A = \frac{2l^3}{24EI} = \theta_A = \theta_B = \theta_C \dots (2-1)$$

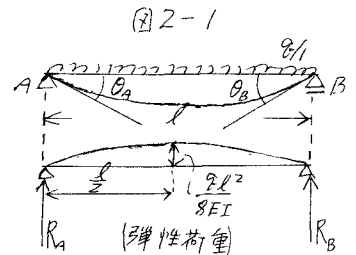


図2-2

$$R_A = \frac{ml}{l} \quad R_B = -\frac{ml}{l} \dots (2-2)$$

図2-2

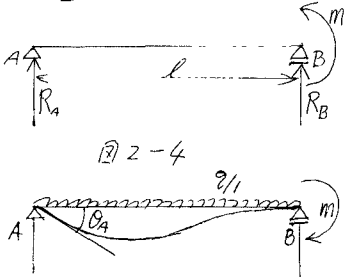


図2-4

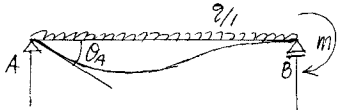


図2-3

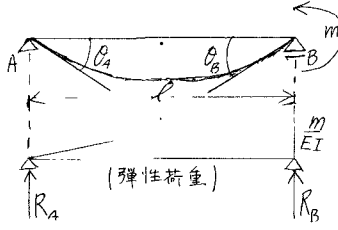


図2-6

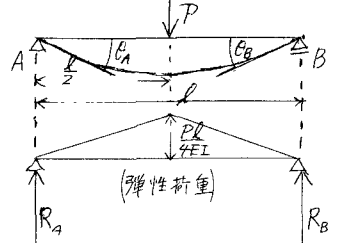


図2-3 で

$$R_A = \frac{ml}{3EI} = \theta_A \quad R_B = \frac{ml}{3EI} = \theta_B \dots (2-3)$$

即ち $\theta_A : \theta_B = 1 : 2$ である。

今 図2-4 で与えたる分布荷重による、B 支の撓み角を減らす(水平にする)爲めに1/2なるモーメントを加へると

$$\frac{ml}{3EI} = \frac{2l^3}{24EI} \quad \therefore m = \frac{1}{8} 2l^2 \quad \dots (2-4)$$

又此の時 θ_A は θ_B の $\frac{1}{2}$ が加つて来て減つてゐるから

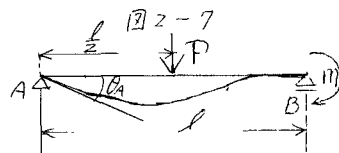
$$\theta_A = \frac{2l^3}{24EI} - \frac{2l^3}{48EI} = \frac{2l^3}{48EI} \quad \dots (2-5)$$

$$\text{図2-6 で } R_A = R_B = \frac{Pl^2}{16EI} = \theta_A = \theta_B \dots (2-6)$$

図2-7で $\theta_B = 0$ にする m は 式(2-7), (2-2)より

$$\frac{m\ell}{3EI} = \frac{Pl^2}{16EI} \quad \therefore m = \frac{3}{16}Pl \quad \dots (2-7)$$

又此の時 $\theta_A = \frac{Pl^2}{16EI} - \frac{Pl^2}{32EI} = \frac{Pl^2}{32EI} \quad \dots (2-8)$



無限等比級数和の極限 $S_{\infty} = \frac{a}{1-r} \quad \dots (2-9)$

a : 初項 r : 公比 (絶対値/より小.)

3 例題

① (EI一定)

図①-2の単純梁に撓み角 $\theta_B = 0$ にする(水平にする)様に m を加える 式(2-4)より

$$m = \frac{1}{8}Pl^2$$

式(2-2)と単純梁反力も加えるから

$$R_A = \frac{41}{8} + \frac{1}{2}Pl$$

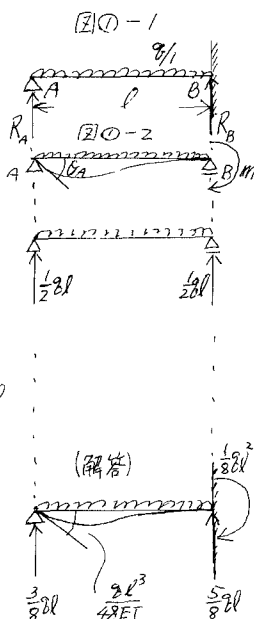
$$= \frac{7}{8}Pl + \frac{1}{2}Pl = \frac{3}{8}Pl$$

$$R_B = \frac{41}{8} + \frac{1}{2}Pl$$

$$= \frac{1}{8}Pl + \frac{1}{2}Pl = \frac{5}{8}Pl$$

式(2-5)より

$$\theta_A = \frac{2l^3}{48EI}$$



②

図②-2より 式(2-3)

より

$$\theta_A = \frac{m_1\ell}{6EI} \quad \theta_B = \frac{m_2\ell}{3EI}$$

$$\theta_A = \frac{m_2\ell}{3EI} \quad \theta_B = \frac{m_1\ell}{6EI}$$

$m_1 = m_2 = m$
↓と置いて加算すると

$$\frac{m\ell}{2EI} = \frac{m\ell}{2EI}$$

ここで

$$\frac{m\ell}{2EI} = \frac{2l^3}{24EI}$$

とおけば

$$\therefore m = \frac{1}{12}Pl^2$$

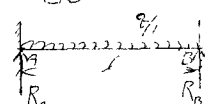
A, Bの撓み角は水平になる

故にB側とA側の m と単純

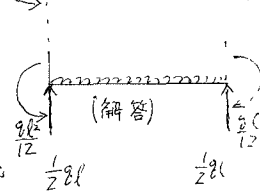
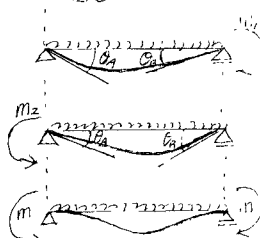
梁とを考えると

$$R_A = \frac{1}{12}Pl - \frac{1}{12}Pl + \frac{1}{2}Pl = \frac{1}{2}Pl$$

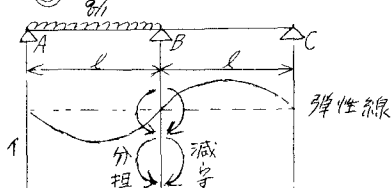
図②-1



図②-2



③



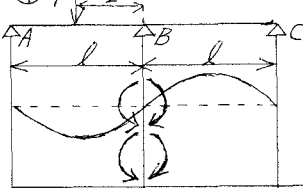
$$\theta_B = \frac{8l^3}{24EI} \rightarrow m = \frac{2l^2}{8}$$

左右に $\frac{1}{2}$ 宛

$$\theta = \frac{2l^3}{48EI} \rightarrow m = \frac{2l^2}{16}$$

単純梁の反力			
$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{16}$
集計			
$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{16} + \frac{1}{16} = \frac{10}{16}$	$-\frac{1}{16}$	反力 (Pl)

④



$$\frac{1}{2} - \frac{3}{32} = \frac{13}{32}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{32} = \frac{19}{32}$$

$$\theta_B = \frac{Pl^2}{16EI} \rightarrow m = \frac{3Pl}{16}$$

左右に $\frac{1}{2}$ 宛

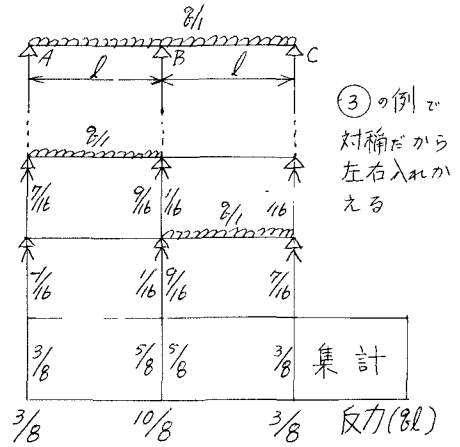
$$\theta = \frac{3Pl}{32} \rightarrow m = \frac{3}{32}Pl$$

単純梁の反力			
$\frac{13}{32}$	$\frac{19}{32}$	$\frac{3}{32}$	$-\frac{3}{32}$
集計			
$\frac{13}{32}$	$\frac{22}{32}$	$-\frac{3}{32}$	反力 (P)

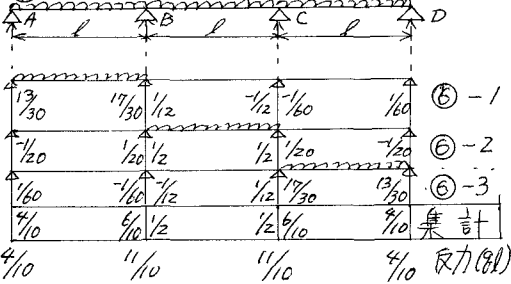
③ の説明

- イ…列 $\frac{2}{16}$ BA側の撓み角を減らす意味。
 分担 BC側に分担され、撓みを起こす。
 ロ…列 ③ はB支莫を考えた意味 図1-1により両者の量は等しい筈で 左右に $\frac{1}{2}$ 宛分れる ④, ⑤ は反力の正, 負, その下の数字は, その個数を示す。量は式(2-2), (2-3), (2-4) 参照
 ハ…列 単純梁としての反力 単位(8ℓ)
 ニ…列 集計は剪断力の量を示す
 ($\frac{1}{2} - \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$)
 ホ…行 はB支莫の撓み角の量を示す

⑤



⑥



⑥-1

⑥-2

⑥-3

以上3通りの計算を右算し反力を出す。

⑥ の説明

- 3通りに分けて計算をする
 ⑥-1 で B支莫より影響を調べる、右の行に示した通り③④⑤と適用した B支莫よりC支莫まで $\frac{1}{2}$ 伝わる [式(2-3)]。之が(図1-1)で左右に $\frac{1}{2}$ 宛分れる、それがC支よりB支に行き、又C支と繰り返す。この

時②は逆になって①となった伝わる事に注意する。④, ⑤, ⑥, ⑦の支莫, 各行で初項とカ2項が出る。之が一番右の行を見ると $\frac{1}{2}$ の倍数の値を公比とする無限等比級数がある。之を集計すれば各径同毎の剪断力の値が通分する。之等を集計すれば反力がある。⑥の行を集計すれば各支莫の撓み角の量が求められる。

- ⑥-1 A行 $S_{\infty} = \frac{7}{16} - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 \dots = \frac{7}{15}$ ($a = \frac{7}{16}$ $r = (\frac{1}{4})^2$)
 B行のBA側 $S_{\infty} = \frac{1}{16} + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 \dots = \frac{1}{15}$
 B行のBC側 $S_{\infty} = \frac{1}{16} + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = \frac{1}{12}$ ($a = \frac{1}{16}$ $r = \frac{1}{4}$)
 C行のCB側 $S_{\infty} = \frac{7}{16} - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = \frac{1}{12}$
 C行のCD側 $S_{\infty} = -(\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 \dots = -\frac{1}{60}$ ($a = -(\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})$ $r = (\frac{1}{4})^2$)
 D行 $S_{\infty} = (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = \frac{1}{60}$
 ⑥-2 A行 $S_{\infty} = (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = \frac{1}{60}$ ($a = (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})$ $r = (\frac{1}{4})^2$)
 B行のBA側 $S_{\infty} = -(\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = -\frac{1}{60}$
 B行のBC側 $S_{\infty} = \frac{7}{16} - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = \frac{1}{12}$ ($a = \frac{7}{16}$ $r = \frac{1}{4}$)
 C行のCB側 $S_{\infty} = \frac{1}{16} + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^3 \dots = \frac{1}{12}$
 C行のCD側 $S_{\infty} = \frac{1}{16} + (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 \dots = \frac{1}{15}$ ($a = \frac{1}{16}$ $r = (\frac{1}{4})^2$)
 D行 $S_{\infty} = -(\frac{1}{16}) - (\frac{1}{16} \times \frac{1}{4})^2 \dots = -\frac{1}{15}$

⑥-2 で⑤より始めた量は左右逆になる。又実際モーメントを取る時は②で始めなければならぬ。

4 結語

簡易とは難解な式の暗記の必要がないと云う意味で、計算は四則の演算のみである。機械的に出来るし、折端の剪断力の値が出て居る。モーメントも直に計算出来る。以上の称は簡便さがあると思います。多径同のもの、E I ℓ の不同、支莫沈下、曲げモーメント分離法等については續いて発表致します。

以上

⑥ - 1 $\frac{q}{l}$

分担(↓)減時 → 分担(↑)減時

	θ ($\frac{ql^3}{EI}$)	m (ql^2)
	(B) $\theta_B = (\frac{1}{3})(\frac{1}{8})$ 左右 = $\frac{1}{2}$ 宛 $\theta (\frac{1}{3})(\frac{1}{16})$	$\frac{1}{8}$
	(C) $\theta_C = (\frac{1}{3})(\frac{1}{32})$ $\theta (\frac{1}{3})(\frac{1}{64})$	$\frac{1}{32}$
	(B) $\theta_B = (\frac{1}{3})(\frac{1}{28})$ $\theta (\frac{1}{3})(\frac{1}{256})$	$\frac{1}{128}$
	(C) $\theta_C = (\frac{1}{3})(\frac{1}{512})$ $\theta (\frac{1}{3})(\frac{1}{1024})$	$\frac{1}{512}$
$-\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $-\frac{1}{16}$ $(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})$ $(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})$ a	$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$	
$(\frac{1}{4})^2$ $(\frac{1}{4})^2$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ r		
$-\frac{1}{15}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{12}$ $-\frac{1}{12}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{60}$	単純梁反力	
$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	集計	
$\frac{13}{30}$ $\frac{17}{30}$ $\frac{1}{12}$ $-\frac{1}{12}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{60}$	反力 (ql)	
$\frac{13}{30}$ $\frac{13}{20}$ $-\frac{1}{10}$ $\frac{1}{60}$		

⑥ - 2 $\frac{q}{l}$

	θ ($\frac{ql^3}{EI}$)	m (ql^2)
	(C) $\theta_C = (\frac{1}{3})(\frac{1}{8})$ $(\frac{1}{3})(\frac{1}{8})$	$\frac{1}{8}$
	(B)	$\frac{1}{16}$
	(C)	$(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})$
	(B)	$(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})^2$
	(B)	$(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})^3$
$\frac{1}{16}(\frac{1}{4})$ $-(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})$ $-\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{16}$ $-\frac{1}{16}$ a	$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$	
$(\frac{1}{4})^2$ $(\frac{1}{4})^2$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $(\frac{1}{4})^2$ $(\frac{1}{4})^2$ r		
$\frac{1}{60}$ $\frac{1}{60}$ $-\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{15}$ $-\frac{1}{15}$	(B) より始めた量	
$-\frac{1}{15}$ $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{12}$ $-\frac{1}{12}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{60}$	単純梁反力	
$-\frac{1}{20}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{20}$	集計	
$-\frac{1}{20}$ $\frac{11}{20}$ $\frac{11}{20}$ $-\frac{1}{20}$	反力 (ql)	