

交通結節点検討のためのグラフスパナーデザイン問題

Graph spanner design problem for traffic nodal placement

北海道大学工学部環境社会工学科 ○学生員 佐藤欽哉 (Kinya Sato)

北海道大学大学院工学研究院 正員 杉浦聡志 (Satoshi Sugiura)

1. はじめに

近年、わが国では急速な人口減少が進んでおり、これによる利用者の減少や運転手不足などの課題が指摘されている。縮小する予算、収益の中で高いサービス水準を保つ交通網の実現は、交通事業者や政策意思決定者にとって喫緊の課題である。この課題の対応策として、機能階層型道路ネットワーク¹⁾の考え方が提案されている。都市や都市圏は、目的レベルの異なる拠点の集合である。拠点には交通ターミナル、ローカルバスタ、ミニバスタなど、異なる性質の交通結節機能が存在し、各種交通モードによって結びつけられている。機能階層化とは、この階層的な交通結節機能の接続を強化し、効率的なネットワークを実現することである。この拠点の概念は、道路ネットワーク計画の基礎であるとされ、それゆえ、どのような指針で交通結節機能を配置、接続するかが重要となる。本研究では、階層型公共交通ネットワークの概形の提示を目標として、ネットワークの接続構造を示すための手法論を提案する。

このようなネットワークにおける経路設計の最適化は、NDP(Network Design Problem)に分類される。Ibarra-Rojasら²⁾のレビューによると、NDPの分野では、ネットワークの形状や運用から費用の最小化、あるいは消費者余剰を最大化する数多くの研究が蓄積している。Bellら³⁾は、フェリーネットワークを例に利用者の移動経路を全域木構造に集約し、ハブとするべきノードを導出した。全域木とは、対象ネットワークの全てのノードが連結している、かつ、閉路がないグラフ構造のことである。しかしながら、全域木制約はネットワークトポロジーの概念において非常に強い制約であり、非効率な経路が発生する可能性がある。本研究では政策立案者がより現実的なネットワークを必要とする場合を想定し、全域木制約を緩和したネットワークデザインモデルを構築する。

2.1 提案手法

全域木制約を緩和したグラフとして、グラフスパナー、特に t スパナーの概念を導入する。ノード集合 V 、リンク集合 E からなるグラフを $G(V, E)$ とすると、 t スパナーとは、 G の全域部分グラフ $H(V, \hat{E})$ (ただし $\hat{E} \subseteq E$)のうち、任意のノードペア $u, v \in V$ の距離 d が $d_H(u, v) \leq t * d_G(u, v)$ となるものである。 t は伸長係数とよばれる。

この概念は、大規模ネットワークにおいて、その構造上の特性を損ねずにリンクを削減するものである。本問題では、ノード間の総走行距離(Total Travel Distance, 以下 TTD)が高々 t 倍の条件下で、最もリンク数が小さくなる構造のスパナーを導出する問題として定式化する。

2.2 定式化

定式化で用いる記号を以下に整理する。

G	対象とするグラフ
V	ノード n の集合
E	リンク a の集合
W	OD ペア w の集合
θ_a	スパナーにリンク a が存在する場合は 1, そうでない場合は 0 となる変数
c_a	リンク a の走行コスト
x_{ao}	リンク a を通過する OD 起点 o 別のフロー
q_w	OD ペア w の交通量
O	OD 起点 o の集合
T	グラフ G の TTD
t	TTD 許容率

この問題は混合整数計画問題(Mixed Integer Linear Problem)として定式化される。小規模なスケールのネットワークにおいては汎用のソルバーで求解が可能である。

$$\min_{\theta} \sum_{a \in E} \theta_a \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{a \in E} \sum_{w \in W} c_a x_{ao} \leq tT \quad (2)$$

$$x_{ao} \leq \sum_{w \in W^o} q_w \theta_a \quad \forall a \in E, o \in O \quad (3)$$

$$\sum_{In(n)} x_{ao} - \sum_{Out(n)} x_{ao} = \begin{cases} - \sum_{w \in W^o} q_w & \text{If } n = o \\ q_w & \text{If } n = d | (o, d) = w \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$\forall n \in V, o \in O$$

$$\theta_a = \{0, 1\}, x_{ao} \geq 0 \quad (5)$$

概説を加える。式(1)は最適化問題の目的関数である。制約のもとでスパナーのリンク数を最小化する。式(2)は TTD 制約を示している。 t は伸長係数で、対象グラフからリンクを削減するとき増大する TTD の許容率である。リンク式(3)フロー変数に関する制約であり、リンク a に流れるフローはリンク a を通る OD 交通量の総和以下であることを表す。式(4)はフロー保存則を示している。式(5)はリンクの存在を表す 0-1 変数とフロー非負制約である。

2.3 求解アルゴリズム

ネットワーク構造の最適化は組み合わせ最適化問題であり、大規模なネットワークでは膨大な解空間をもつ。したがって、厳密解の計算は小規模なネットワークでは可能であるが、実ネットワークにおいて現実的でない。よって、ここではメタヒューリスティクスを用いて発見的に近似解を求める方針とする。

公共交通網に関する NDP には、遺伝的アルゴリズムや、蟻コロニー最適化、人工蜂コロニーアルゴリズム等が一般的に用いられている。吉野・羽藤⁴⁾では、これらのヒューリスティクス手法は問題に応じた解の改訂ルール設計、近傍の設定、パラメータチューニング等に対して労力がかかる点が課題であるとし、これらの負担を必要とせず、アルゴリズム設計において任意性がほとんど介入しないクロスエントロピー法(Cross Entropy Method, 以下 CEM)を用いている。さらに、Jing Li ら⁵⁾は、クロスエントロピー法の意義は高度なシミュレーション理論に基づき、高速で、最適な更新・学習ルールを導き出すための正確な数学的枠組みを定義している点であると述べている。本研究ではこれらの有効性を鑑みて二段階でクロスエントロピー法を適用するアルゴリズムを提供する。

2.4 CEM を二重適用したヒューリスティックアルゴリズムの適用

近似解の求解は図-1に示したフローに従い、二段階の CEM を適用する手順によって構成されている。下位の CEM ではある任意の全域木に対してリンクを確率的に付与した周辺解を多数生成し、目的関数評価に基づいて付与するリンクの選択確率を CEM により更新する。この繰り返しによりある任意の全域木に対して付与すべきリンクを特定する。上位の CEM では、スパナーのもととなる全域木を生成する。下位の CEM で生成されたスパナー集合のうち、より優れた目的関数を持つスパナーにおいて利用されたリンクが多く採用されるよう、目的関数評価に基づいてリンクの生成確率を更新する。リンクの生成確率に応じたグラフを構成するが、必ずしも生成されたグラフが全域木になるとは限らない。そこで、生成確率が高いものから順に与えられた確率でリンクを付与する。ただし、付与したときに閉路が生成されたときには、当該のリンクを除去し、次のリンクを検討することで、全域木が生成されるような手順とした。以下ではその各ステップの詳細を示す。

Step1 初期化

繰り返し識別子 $m = 0, n = 0$, 上位の CEM に用いるリンク生成確率 $p_a^n = \frac{1}{|E|} \forall a \in E$ と初期化する。

Step2 全域木の生成

グラフ $G(V, E)$ から全域木生成のためのリンク生成確率 $\mathbf{P}_1^n = \{p_1^n, p_2^n, \dots, p_{|E|}^n\}$ をもとに全域木 $T(V, A) (|A| = |V| - 1, A \subseteq E)$ 任意の数 k 個生成し、その集合を $\mathbf{T}^n = \{T_1^n, T_2^n, \dots, T_k^n\}$ とする。

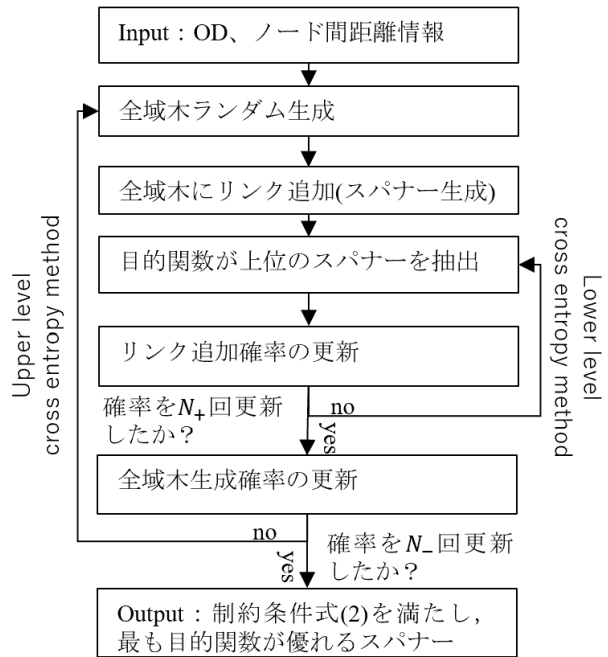


図-1 求解のフローチャート

Step3 周辺解スパナーの生成

全域木 $T_i^n(V, \mathbf{A}_i)$ に追加するリンク集合 $L_i = \{E - \mathbf{A}_i\}$ に与えられるリンクの付与確率集合 $\mathbf{P}_{mi}^n = \cup_{a \in L_i} p_a^n$ に基づき、リンク $a \in L_i$ を全域木 T_i^n に追加し、スパナー H_{ii} を生成する。この処理を任意の N_r 回繰り返し、 N_r 個のスパナー集合 $\mathbf{H}_i^m = \{H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{iN_r}\}$ を生成する。

Step4 周辺解スパナーの評価

\mathbf{H}^m に含まれるスパナーそれぞれにおいて式(6)の目的関数を計算し、上位 ρN_r 番目までのスパナーを抽出する。(e.g., $\rho = 0.1$). λ はスケールパラメータであり、 $\sum_{a \in E} \theta_a$ と比べて十分に小さな数である(e.g., $\lambda = 0.000001$).

$$\min_{x \geq 0} \sum_{a \in E} \theta_a + \lambda \left(\sum_{a \in E} \sum_{w \in W} c_a x_{aw} - tT \right) \quad (6)$$

Step5 リンク付与確率 \mathbf{P}_{mi}^n の更新

スパナー H_{ii} において、リンク a が追加されている場合 1, そうでないとき 0 と取る変数を $y_a^{H_i}$ とする。式(7)によりリンク追加確率集合 \mathbf{P}_{mi}^n を更新する。 $\sum_{H_{ii} \in \mathbf{H}_i^m} y_a^{H_i} = 0$ となるリンク a は $p_a^m = 0$ となり、以降の周辺解で採用されなくなることを避けるため、 $\varepsilon = 0.01$ を与える。

$$p_a^m = \begin{cases} \varepsilon & \text{if } \sum_{H_{ii} \in \mathbf{H}_i^m} y_a^{H_i} = 0 \\ \frac{\sum_{H_{ii} \in \mathbf{H}_i^m} y_a^{H_i}}{\rho N_r} & \text{otherwise} \end{cases}, \forall a \in L_i \quad (7)$$

Step6 下位レベル CEM の実行

Step3 から Step5 を実行し、 $m \leftarrow m + 1$ と更新する。この作業を $m = N_u$ となるまで繰り返す。このときに得られたスパナーのうち、制約条件式(2)を満たし、目的関数が優れるスパナーの集合を \mathbf{H}_1 とする。これは全域木 T_i から生成されたスパナーの集合であるため、これを \mathbf{T}^n

に含まれるすべての全域木に適応し、得られたスパナーの集合 $\overline{H^n} = \{\overline{H_1}, \overline{H_2}, \dots, \overline{H_k}\}$ を得る。

Step7 全域木生成のためのリンク生成確率 P_n^+ の更新

$\overline{H^n}$ に含まれるスパナーにおいて、各リンクが何回採用されたかを参照し、 P_n^+ を更新する。

Step8 上位レベル CEM の実行

P_n^+ が更新されたときに $n \leftarrow n + 1$ とし、Step1 から Step7 までを $n = N_+$ となるまで繰り返す。このときに得られたスパナーのうち、制約条件式(2)を満たし、最も目的関数が優れるスパナーを出力する。

3. テストネットワークでの試算

図-2 に示す Sioux Falls ネットワーク⁶⁾を試算対象ネットワークとし、モデルの試算を行う。ネットワーク内のノード数は 24、リンク数は無向リンクで 38 である。リンクの値はリンクに設定されたコストである。また、すべてのノード間に需要は発生しており、その総数は 1080300 トリップである。

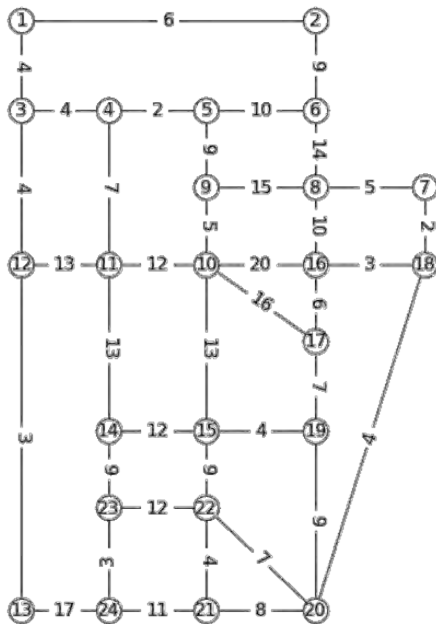
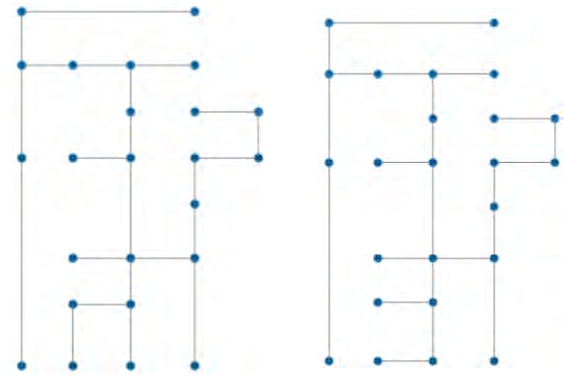


図-2 Sioux Falls ネットワーク

3.1 厳密解と近似解の比較

厳密解の求解において、TTD 制約である定式化(2)の制約は求解範囲が広い。伸長係数 t が 1.1~1.3 のケースで約 300 時間計算を行ったが、筆者の環境 (CPU: AMD Ryzen 7 3800X (8 コア 16 スレッド), RAM: DDR4-2666 32GB) では厳密解を導出することができなかった。一方で、 $t = 999$ のケースでは導出可能である。なお、TTD 許容値が大きくなるほど疎なネットワークでも制約を満足するため、この場合全域木構造となる。厳密解と近似解の比較はこの全域木を求める計算することで行う。

図-3 に結果を示す。ともに全域木構造のスパナーが出力された。リンクの分岐位置は一致しており、TTD の差は 1.003 倍である。厳密解と一致しない場合でもそれに準ずる良好な解が導出されることがわかる。



厳密解 ($t = 999$)

$|E|=23$

TTD:9862900

近似解 ($t = 999$)

$|E|=23$

TTD:9888500

図-3 厳密解と近似解の比較

3.2 近似解の安定性

続いて $t = 1.2$ のケースで CEM モデルを 10 回実行し、導出された近似解の安定性について検証する。結果は表-1 に示した。

表-1 近似解の安定性

	$ E $	TTD
CEM1 回目	26	8444900
2 回目	26	8404500
3 回目	26	8434500
4 回目	26	8417100
5 回目	26	8454700
6 回目	26	8482500
7 回目	26	8403300
8 回目	26	8374700
9 回目	26	8324700
10 回目	26	8448300

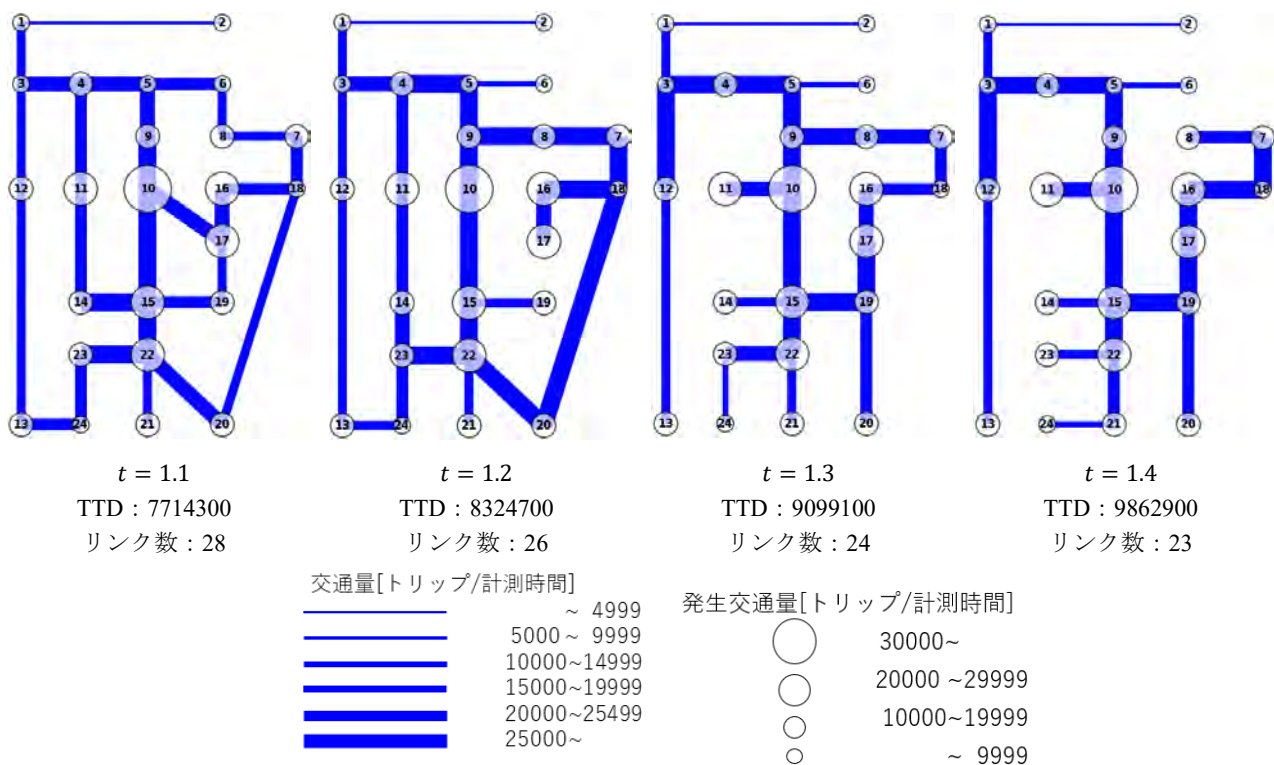
リンク数は 26 で安定している。一方で TTD には 1% 程度の変動が存在する。アルゴリズムにおける各種パラメータの調整など、未だ改善の余地がある。

3.3 伸長係数 t によるスパナー構造の変化

図-4 に t ごとの近似解を示す。リンクの太さとノードの大きさは、それぞれ交通量と発生交通量によって設定した。なお、 $t \geq 1.4$ では最適なスパナーが全域木となった。

3.4 考察

まずノード 10 に着目する。ノード 10 は最も発生交通量の多いノードであり、元ネットワークでは 5 本のリンクが分岐する最も次数の大きなノードである。しかしながら、どの t における試算結果でもノード 10 の次数は 2~3 に留まる結果となった。一方で、ノード 15 や 22 はどの t でも安定して交通量とノード次数が 3~4 となった。ノード 15, 22 に隣接するリンクコストが 10 に隣接するリンクコストより小さいことが原因と考えられ、発生交通量が多くない地点でも、リンクコストの値によってハブ

図-4 伸長係数 t によるスパナ構造の変化

とするべき地点となる場合があることがいえる。このことは、交通結節点を市街中心部よりも交通状況のよい市街端部に設置することでネットワークが最適化されることを示唆する。

$t=1.1$ と $t=1.2$ の試算結果においては、ノード4や22が共通して次数の大きなノードとなった。 t が1に近いとき、つまりリンク数の増大を許容するとき、より市街地から離れた位置に交通結節点を配置することで、都心部を迂回するような経路をとる交通が増え、TTDが減少することがわかる。実際に、リンク7-18-20はネットワークにおいて市街をバイパスする高速道路である。

4. まとめと今後の展望

本研究では、交通結節点検討のためのグラフスパナ導出モデルを構築した。また、Sioux Falls ネットワーク上で試算し、モデルの挙動も確認した。今後は大規模なネットワークでの適用を目指しており、各種パラメータのさらなる調整や、アルゴリズムの改良による計算の高速化を行う。また、計算の高速化はCEMの重要なパラメータであるサンプル生成数に大きな影響を及ぼし、近似解の安定性に直結するため必須である。

将来的には本手法のさらなる拡張を想定している。今回提案したモデルは、ネットワークトポロジーの観点からハブノード位置を考察したにすぎない。実際にバスなど各種交通モードの運行を最適化する際には、乗務員や車両の配置、道路のキャパシティなど、多くの要因を考慮する必要がある。一方で、以上の要素は本研究の解を参照することを第一段階として議論することが可能である。今後は階層クラスター分析など、ハブとなる可能性が高い地点の交通結節機能を検証する。

参考文献

1. 一般社団法人交通工学研究会：機能階層型道路ネットワーク計画のためのガイドライン（案），平成27~29年度基幹型研究課題
2. O.J. Ibarra-Rojas F. Delgado R. Giesen J.C. Muñoz: Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review, Transport Research Part B, Vol.77, pp.38-75, 2015
3. Michael G.H. Bell, Jing-Jing Pan, Collins Teye, Kam-Fung Cheung, Supun Perera: An entropy maximizing approach to the ferry network design problem, Transportation Research Part B, 132, 2020
4. 吉野大介, 羽藤英二：公共交通計画のための計算アルゴリズムの提案と低密度分散化する被災地におけるバス路線再編への適用, 土木計画学研究発表会・講演集, Vol.51, 2015
5. Jing Li, Zaifu Guo: Solve Constrained Minimum Spanning Tree By cross-entropy (CE) method, ICAITA 2019
6. Leblanc, L.J., Morlok, E. K. and Pierskalla, W.P.: An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Assignment Problem, Transportation Research, Vol.9, pp.309-318, 1975