交通需要低下時における道路縮減を考慮したネットワークデザイン問題

Network Design Problem Considering Road Shrinking at a Time of Decreasing Traffic Demand

北海道大学工学部 ○学生員 勝山裕史 (Hirofumi Katsuyama)
北海道大学大学院工学研究院 正 員 峪 龍一 (Ryuichi Tani)
北海道大学大学院工学研究院 正 員 内田賢悦 (Kenetsu Uchida)

1. はじめに

わが国では少子高齢化の進展により、2008 年をピークに人口が減少し続けており、国立社会保障・人口問題研究所の将来推計によると 2050 年には総人口が 1 億人を下回ると予測されている[1]。少子高齢化・人口減少により、技術者が減少している一方で、近年、高度経済成長期から建設され続けてきた道路構造物等の老朽化により、それらの補修・更新の必要性が急激に高まっている。しかしながら、国・地方ともに厳しい財政状況にある中で、今後、維持管理において社会資本整備審議会は、老朽化した構造物への的確な対応をすることが重要な課題となるとしている[2]。ここで、交通量が減少した道路区間については、道路容量の削減または廃止をすることで、維持管理費用の削減や定期メンテナンス作業の効率化を図ることができるだろう。以上より、人口減少に伴い交通需要が低下する中、効率的な道路維持管理を進めていくために、道路縮減を念頭に置いた維持管理政策を立案する必要性が高まっていると考える。

道路ネットワーク上のリンク容量拡張を扱ったものとして、連続ネットワークデザイン問題（CNDP）があり、CNDP についてはこれまでに多くの研究がされてきた。ネットワークデザイン問題では均衡制約を扱う必要があり、均衡制約の非凸性質から、大域最適解を求めることは困難であるが、Wang and Lo[3]はこの問題を混合整数線形計画問題で記述することにより大域最適解を求める手法の提案をした。Li et al.[4]はギャップ関数とペナルティの概念に基づき CNDP を単一レベルの凹計画問題に変換することで大域的最適解を得た。Liu and Wang[5]は道路容量拡張によるネットワーク性能の最適化を目的とし、確率的利用者均衡（SUE）を含む CNDP について、レンジリダクション法を用いた大域最適化アルゴリズムを提案することで、計算効率の向上を可能にした。また、Wang et al.[6]は利用者均衡の下での CNDP に対して、オイラーベース近似法と統合したノルム緩和型実現可能方向法アルゴリズムを提案した。

道路統廃合を念頭に置いたネットワークデザイン問題として、杉浦ら[7][8]は、孤立回避のための複数道路が確保される効用とアクセス時間に関する効用を導入したネットワークデザイン問題を定式化し、仮想ネットワークへ適用した。また、生活道路ネットワークモデルの実務への展開のために、複数の移動モードや維持管理戦略、評価時点を考慮できるように拡張したモデルの提案も行った。

本研究では Liu and Wang[5]で用いられた手法を応用し需要低下時において、道路ネットワーク上の容量を縮減または廃止すべき区間の候補を抽出するモデルの提案をする。このモデルでは、ネットワーク利用者の総走行時間と維持管理費用のみを考慮し、それらの和を最小化することで最適なネットワーク形状を出力する。

2. 定式化

本研究では、Liu and Wang[2]と同様の定式化及び再定式化をし、リンク容量に関する制約条件を変更することで道路縮減を考慮する。

2.1 記号

本稿で用いる主な記号を示す。

A	道路ネットワーク中のリンク集合
W	道路ネットワーク中の OD ペア集合
R^w	OD ペアw間の経路の集合
d^w	OD ペアw間の交通需要
δ_{ar}^w	OD ペアw、経路rにリンクaが含まれるときに 1、そうでなければ 0 をとる変数
$\underline{y}_a$	リンクaの容量の下限
$\overline{y}_a$	リンクaの初期状態における容量
T_a	リンクaにおける自由旅行時間
R_a	BPR 関数のパラメータ
ρ	時間価値
θ	正のパラメータ
x_a	リンクaの交通量
y_a	リンクaの容量
g_a	リンクaの維持管理費用
c_a	リンクaにおける所要時間、$\boldsymbol{c} = [c_a]$は全リンクの移動時間のベクトルを表す
c_r^w	OD ペアw間の経路rにおける所要時間
p_r^w	経路rの選択確率
q_a^w	リンクaの選択確率

2.2 モデルの定式化

フローパターンを SUE と仮定した CNDP は以下のように定式化される。

$$\min F = \rho \sum_{a\in A} x_a \cdot c_a(x_a, y_a) + \sum_{a\in A} g_a(y_a) \tag{1}$$

subject to

$$\underline{y}_a \le y_a \le \bar{y}_a,\ a \in A \tag{2}$$

$$x_a = \sum_{w\in W} d^w \cdot q_a^w(\boldsymbol{c}),\ a \in A \tag{3}$$

$$q_a^w(\boldsymbol{c}) = \sum_{r \epsilon R^w} \delta_{ar}^w \cdot p_r^w(\boldsymbol{c}),\ a \in A,\ w \in W \tag{4}$$

$$p_{r_i}^w = \frac{e^{-\theta c_{r_i}^w}}{\sum_{r_j \in R^w} e^{-\theta c_{r_j}^w}},\ \forall r_i \in R^w,\ \forall w \in W \tag{5}$$

$$c_r^w = \sum_{a \epsilon A} \delta_{ar}^w \cdot c_a(x_a, y_a),\ \forall r \in R,\ \forall w \in W \tag{6}$$

この定式化において、式(1)は各リンクの総走行時間に時間価値を乗じた値と維持管理費用の和で定義された目的関数の最小化を図るものである。目的関数の第二項に含まれる$g_a(y_a)$について、本研究では Liu and Wang[5]に倣い、$g_a(y_a) = \alpha + \beta y_a$のように表記される線形関数とみなす。式(2)は道路容量の制約条件である。式(3)－(5)は SUE によるフローパターンに関する制約条件であり、式(3)と(4)はリンクフローとパスフローの関係を示し、式(5)はロジット型経路選択モデルであり、経路r_iの選択確率を表す。式(6)はある経路rを利用する際の移動時間である。

2.3 モデルの再定式化

本研究ではリンクaにおける所要時間に BPR 関数を用いる。

$$c_a(x_a, y_a) = T_a \cdot \left[1 + R_a \cdot \left(\frac{x_a}{y_a}\right)^4\right],\ a \in A \tag{7}$$

ここで、目的関数の第 1 項について、

$$\sum_{a \in A} x_a \cdot c_a(x_a, y_a) = \sum_{a \in A} T_a x_a + \sum_{a \in A} T_a R_a \cdot \frac{(x_a)^5}{(y_a)^4},\ a \in A \tag{8}$$

が成り立ち、$(x_a)^5/(y_a)^4$に非線形性が含まれることとなる。この非線形項について、

$$h_a = \frac{(x_a)^5}{(y_a)^4},\ a \in A \tag{9}$$

を定義し、両辺の対数をとれば、次のようになる。

$$\ln(h_a) = 5\ln(x_a) - 4\ln(y_a) \tag{10}$$

式(9)に関する対数関数が 1 変数関数であり、大域的に凹関数であるため、この問題の線形緩和が容易となる。$l_{h,a} = \ln(h_a), l_{x,a} = \ln(x_a), l_{y,a} = \ln(y_a)$ とすると、式(10)は以下のようになる。

$$l_{h,a} = 5 l_{x,a} - 4 l_{y,a},\ a \in A \tag{11}$$

CNDP の制約条件内でも用いられる式(7)においても非線形項が存在し、式(8)と同様に$k_a = (x_a)^4/(y_a)^4$ $l_{k,a} = \ln(k_a)$とおけば、式(7)は以下の式で表される。

$$c_a(x_a, y_a) = T_a(1 + R_a k_a),\ a \in A \tag{12}$$

$$l_{k,a} = 4 l_{x,a} - 4 l_{y,a},\ a \in A \tag{13}$$

また、ロジット経路選択モデルを表す式(5)について、以下のように記述し直すことができる。

$$\frac{p_{r_i}^w(\boldsymbol{c})}{p_{r_j}^w(\boldsymbol{c})} = \frac{e^{-\theta c_{r_i}^w}}{e^{-\theta c_{r_j}^w}},\ \forall r_i, r_j \in R^w,\ r_i \neq r_j,\ w \in W \tag{14}$$

$$\sum_{r \in R^w} p_r^w(\boldsymbol{c}) = 1,\ w \in W \tag{15}$$

式(14)両辺の対数を取り、$l_{p,r_i} = \ln(p_{r_i}^w)$とすると、以下の式のようになる。

$$l_{p,r_i} - l_{p,r_j} = \theta\left(c_{r_j}^w - c_{r_i}^w\right),\quad \forall r_i, r_j \in R^w,\ r_i \neq r_j,\ w \in W \tag{16}$$

以上より、元の CNDP を再定式化したモデル（RCNDP）は以下のようになる。

$$\min F = \rho \sum_{a \in A} T_a x_a + \rho \sum_{a \in A} T_a R_a h_a + \sum_{a \in A} g_a(y_a) \tag{17}$$

subject to

$$\underline{y}_a \leq y_a \leq \bar{y}_a,\ a \in A \tag{18}$$

$$x_a = \sum_{w \epsilon W} d^w \cdot q_a^w(\boldsymbol{c}),\ a \in A \tag{19}$$

$$q_a^w(\boldsymbol{c}) = \sum_{r \epsilon R^w} \delta_{ar}^w \cdot p_r^w(\boldsymbol{c}),\ a \in A,\ w \in W \tag{20}$$

$$l_{p,r_i} - l_{p,r_j} = \theta\left(c_{r_j}^w - c_{r_i}^w\right),\quad \forall r_i, r_j \in R^w,\ r_i \neq r_j,\ w \in W \tag{21}$$

$$\sum_{r \epsilon R^w} p_r^w(\boldsymbol{c}) = 1,\ w \in W \tag{22}$$

$$l_{p,r_i} = \ln\left(p_{r_i}^w\right),\ \forall r_i \in R^w,\ w \in W \tag{23}$$

$$c_r^w = \sum_{a \epsilon A} \delta_{ar}^w \cdot c_a(x_a, y_a),\ r \in R^w,\ w \in W \tag{24}$$

$$l_{h,a} = 5 l_{x,a} - 4 l_{y,a},\ a \in A \tag{25}$$

$$l_{h,a} = \ln(h_a),\ a \in A \tag{26}$$

$$l_{x,a} = \ln(x_a),\ a \in A \tag{27}$$

$$l_{y,a} = \ln(y_a),\ a \in A \tag{28}$$

$$c_a(x_a, y_a) = T_a(1 + R_a k_a),\ a \in A \tag{29}$$

$$l_{k,a} = 4 l_{x,a} - 4 l_{y,a},\ a \in A \tag{30}$$

$$l_{k,a} = \ln(k_a),\ a \in A \tag{31}$$

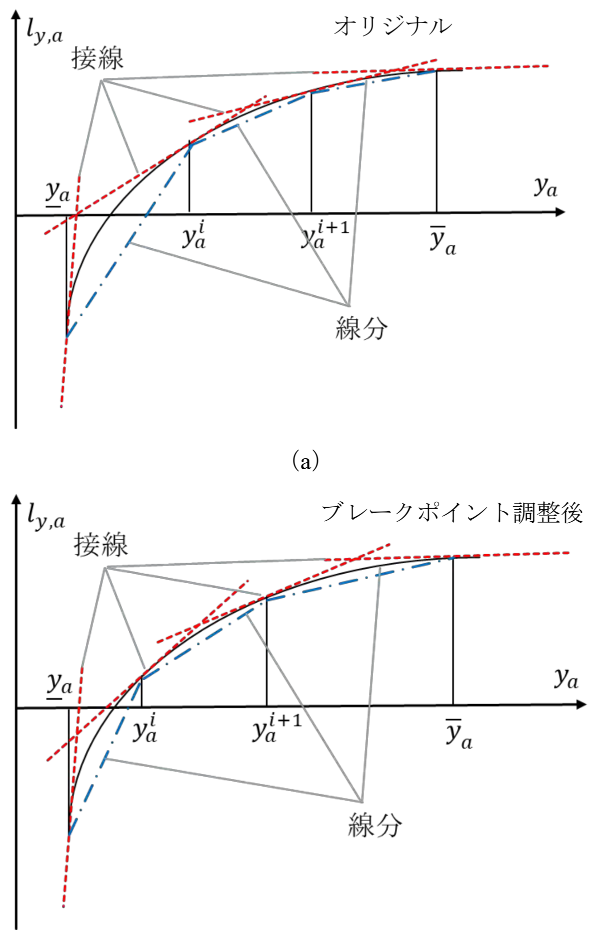
このモデルの再定式化において、非線形性は式(23)、(26)～(28)、(31)に示した制約条件にのみ起因している。

3. 計算アルゴリズム

計算アルゴリズムでは、Liu and Wang[5]で用いられた手法を応用する。ここでは、計算に用いられる線形外部近似とレンジリダクション法について、概要を説明したのち、道路ネットワークへの適用について解説する。

3.1 線形外部近似

まず、RCNDP の非線形制約に注目し、これらの制約の線形外部近似を構築することで、RCNDP の線形計画緩和を導出する。ここでは、$l_{y,a} = \ln(y_a)$を例に線形緩和法の説明をする。図－1（a）のようにy_a^iと表記されるいくつかのブレークポイントを選択し、各ブレークポイントと端点上の接線と、隣接するブレークポイントとエンドポイントの各ペアを結ぶ線分を介して外部近似は構築される。この区分線形関数は、混合整数型線形制約として定式化される。区分線形関数の選択区間を表すために二値変数が導入され、この二値変数の数が計算効率に大きく影響する。また、ブレークポイントの数が大きければ、計算効率に大きな影響が及ぶ一方で、外部近似が元の対数関数に近くなる。つまり、線形緩和された混合整数線形計画問題の解は、元の CNDP モデルの解に近づくことになる。



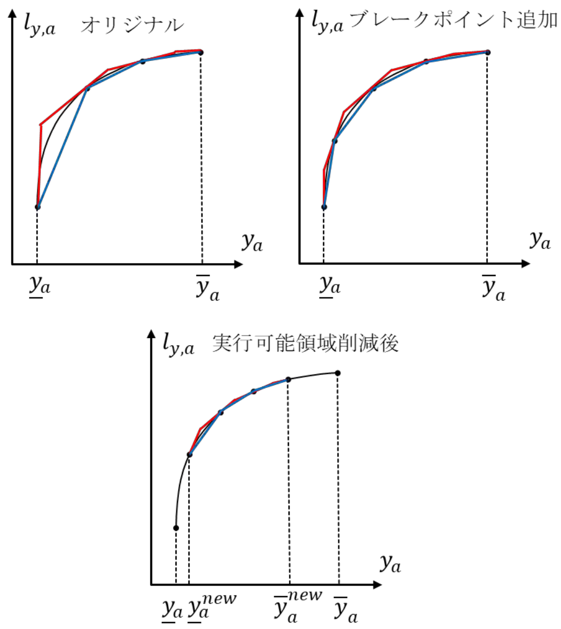
図－1　線形外部近似の図解

3.2 線形外部近似の改良

Liu and Wang[5]では、ブレークポイントをそれぞれの間隔が等しくなるように設定していた。本研究では、道路縮減を考慮しているため、得られる解が比較的小さな値となる可能性がある。また、対数関数を線形外部近似する上で、ブレークポイントを等間隔に設定した場合、横軸の値が比較的小さな範囲における元の対数関数との誤差が大きくなる。そこで、図－1（b）のようにブレークポイントの位置を変更し、線形外部近似を元の対数関数により近づけることで、得られる解の厳密性を向上させる手法を用いる。線形外部近似をする際に、各ブレークポイント上の接線と、それぞれの点を結ぶ線分によってグラフ上にいくつかの三角形が描かれる。この手法では、ここで描かれた三角形について、その面積の総和が最小となるときのブレークポイントの位置を用いて解を求める。

3.3 レンジリダクション法

計算効率に関する問題を解決するために、解が更新された範囲に留まるようにしながら、実行可能領域を縮小する手法（レンジリダクション法）を導入する。この手法では、大域最適解が発生しない範囲を削除することで、図－2 に示すようにブレークポイントの数が少なくても、外部近似が元の対数関数に近づくため、計算効率の向上を図ることができる。また、レンジリダクション法を導入すると、変数の境界を更新したうえで再度緩和した CNDP モデルを解くことになる。この反復回数を増やすことで、得られる解を元の CNDP モデルの大域最適解に十分に近づかせるができる。



図－2　レンジリダクション法による線形緩和

3.3 道路ネットワークへの適用

線形外部近似の改良について、その妥当性を検証するために改良前後での得られる解の比較をする。ここでは、レンジリダクション法を用いることなく、線形外部近似による緩和のみによって解を求める。それぞれの解を、レンジリダクション法を用いて得られる大域最適解と比較することで、線形外部近似の改良により解の厳密性が向上したことを確かめる。

道路ネットワークの縮減を考慮するうえで、特定のリンクaを廃止する場合、$y_a = 0$となる。しかし、式(2)では、定式化の都合上y_aに 0 ではない特定の数値を持つ下限を設定している。そこで、大域最適解が下限を取る場合、該当のリンクを廃止すると仮定した、新たなネットワーク上における各変数の値を解として表現する。

また、人口減少による各 OD ペアの交通需要低下を考慮する際に、需要低下の度合いによって、廃止すべきリンクが変化する可能性がある。そのため、いくつかの段階に分け、それぞれの需要の状態における最適解を求めることで、廃止すべきリンクの組み合わせの比較を可能にする。

4. まとめと今後の課題

本研究では、Liu and Wang[5]と同様に元の CNDP モデルを混合整数線形計画問題として再定式化し、人口減少に伴う需要低下時における、道路ネットワーク上の道路容量の縮減や廃止を決定するモデルを提案した。

このモデルでは、大域最適解において道路容量が下限を取る場合、$y_a = 0$とすると、不連続点が生じる。この

時の最適解との誤差をどのように評価するかが今後の課題となる。また、本研究で提案したモデルを用いて、小規模なテストネットワークにおける数値実験でモデルの検証を行い、最終的には大規模ネットワークへの適用を目指す。

参考文献

１）総務省：情報通信白書　人口減少の現状，2018，https://www.soumu.go.jp/johotsusintokei/whitepaper/ja/h30/html/nd101100.html　（閲覧日 2022.11.14）.
２）社会資本整備審議会道路分科会道路メンテナンス技術小委員会：道路のメンテナンスサイクルの構築に向けて，2013 https://www.mlit.go.jp/road/sisaku/yobohozen/yobo9_1.pdf　（閲覧日　2022.11.14）.
３）David Z.W. Wang　Hong K. Lo: Global optimum of the linearized network design problem with equilibrium flows: Transportation Research Part B: Methodological Volume 44 Issue 4 Pages 482-492 2010.
４）Changmin Li　Hai Yang　Daoli Zhu　Qiang Meng: A global optimization method for continuous network design problems: Transportation Research Part B: Methodological Volume 46 Issue 9 Pages 1144-1158 2012.
５）Haoxiang Liu　David Z.W. Wang: Global optimization method for network design problem with stochastic user equilibrium: Transportation Research Part B: Methodological Volume 72 Pages 20-39 2015.
６）Jian Wang　Xiaozheng He　Srinivas Peeta　Wei Wang: Globally convergent line search algorithm with Euler-based step size-determination method for continuous network design problem: Transportation Research Part B: Methodological Volume 163 Pages 119-144 2022.
７）杉浦聡志，御村まゆ，高木朗義：道路縮減のためのネットワークデザイン問題における付加的評価指標の導入，土木学会論文集D3，Vol. 74，No. 5，I_269-I276，2018.
８）杉浦聡志，町勉，塚本睦，高木朗義，倉内文孝：道路統廃合を念頭にした生活道路ネットワークデザインモデルの実装に向けた拡張，土木学会論文集 F4，Vol. 71，No. 4，I_53-I63，2015.