

面的方向集中波砕波過程におけるスペクトル解析

Spectral analysis under planar focusing wave

北海道大学教授 工学研究院 正員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)
 北海道大学大学院工学院 〇学生員 藤澤蓮 (Ren Fujisawa)

1. はじめに

多方向不規則波で特徴づけられる風波砕波では、白波部分の長さをは波峰長と定義し、レーダーや航空写真などから観測することにより、波の運動量やエネルギー損失の評価¹⁾、方向スペクトルの特定²⁾などが行われてきた。しかし砕波過程の中では、時刻の経過とともに白波部の延長及び分布は大きく変化するため、波峰長を不変的なパラメータとして上記のような解析を行うことは不確実性が伴う。浅水域において波峰長が進行方向に対して一様ないわゆる長波峰の砕波に対する研究は、近年の高度な数値計算や実験的研究を通して、物理特性を明らかにしつつあるが、外洋で見られるような複数方向からの波浪の重合によって、局所的な水位上昇が起き発生する、いわゆる短波峰の砕波下の流体運動に関しては、十分な知見がなく、一般化されていなかった。

Watanabe et al.(2022)³⁾は一様海底勾配をもつ計算領域において、波浪を広域方向から面的に集中させる理論を用いて短波峰砕波を発生させ、数値解析を行っている。Watanabe et al.によると短波峰砕波においても長波峰砕波と同様の渦構造が見られ、加えて交差波特有の特徴であるといえる空間的な波高振動が確認されている。

本稿は Watanabe et al.(2022)らが行った短波峰砕波過程における時空間スペクトル解析について、より詳細に解析し、その結果について議論するものである。

2. 数値計算法

既に数値モデルの性能が検証済みである3次元 Large Eddy Simulation を一様海底勾配 α をもつ直方体領域で行った⁴⁾。(図-1)この計算方法では支配方程式として、粗視化された Navier-Stokes 式

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \xi_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \xi_i} - \frac{\partial}{\partial \xi_j} \bar{\tau}_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial \xi_j \partial \xi_j} + g_i \quad (1)$$

および Subgrid 乱れエネルギー($q = (\bar{u}_i \bar{u}_i - \bar{u}_i \bar{u}_i)/2$)に対する輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial q}{\partial \xi_j} &= c_{kk} \bar{\Delta} \frac{\partial}{\partial \xi_j} q^2 \frac{\partial q}{\partial \xi_j} + \frac{\partial}{\partial \xi_j} \bar{u}_i \bar{\tau}_{ij} \\ &- \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial \xi_j} + \nu \frac{\partial^2 q}{\partial \xi_j \partial \xi_j} - c_\epsilon \frac{q^3}{\bar{\Delta}} \end{aligned} \quad (2)$$

を用いる。 u_i g_i はそれぞれ ξ_i に沿う方向の流速、重力ベクトルを表している。 $c_{kk} \sim 0.11, c_\epsilon \sim 1.8$ 代表グリッド幅 $\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$ であり、(1)(2)式中出现くる上線はフィルター化された変数を表す。Subgrid 応力 $\bar{\tau}_{ij}$ は q をパ

ラメータとした Subgrid 渦粘性モデルによって与えられる。支配方程式の計算手順としては、まず Fractional Step 法により移流方程式と非移流方程式に分解し、移流方程式に対しては CIP 法を用いて更新し、非移流方程式に対しては予測子修正子法を用いて計算される。圧力のポアソン方程式は(1)に対する非移流方程式の発散で与えられ、Projection 法ベースのマルチグリッド法による逐次計算で求められる。自由水面の検出は Level-set 法を用いて行う。Level-set 法では水面からの距離を表す Level-set 関数 $\phi(x, t)$ 、の移流方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad (3)$$

を CIP 法を用いて計算し、格子点上の ϕ を求め、Subgrid 水面位置 $\phi = 0$ を内挿することによって水面位置を決定する。自由水面上においては、Watanabe と同様に圧力のジャンプ条件並びにゼロ接線方向剪断力条件が境界条件として与えられる⁵⁾。計算領域における境界条件は、側方には周期境界条件が与えられ、底面において non-slip 条件が課せられる。またすべての変数は造波水深 h 周期 T 、流体密度 ρ により無次元化を行って、各種物理量を算出している。

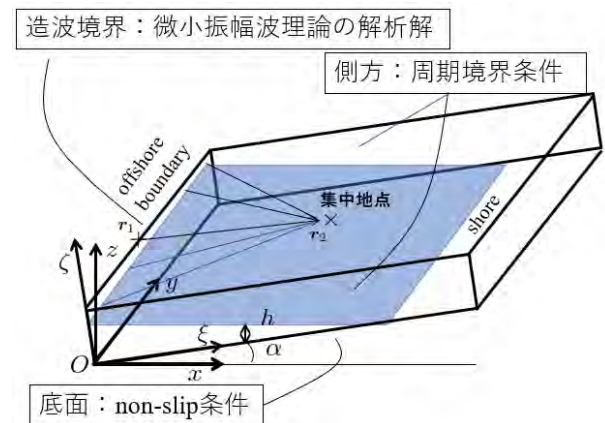


図-1 計算領域、座標系

3. 造波境界での波の与え方

一定水深下($\alpha = 0$)において波を集中させる方法を考える。造波境界上における任意地点の位置ベクトル、集中地点における位置ベクトルをそれぞれ、 $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$ 、 $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$ とすると、 \mathbf{r}_1 から \mathbf{r}_2 の単位方向ベクトルは次の式で表される。

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = \frac{1}{r}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) \quad (4)$$

これと単位波数ベクトル

$$\mathbf{s}_k = \frac{1}{k}(k_x, k_y) \quad (5)$$

が等しいという関係から造波する波数ベクトルが得られる。

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y) = \frac{k}{r}(x_2 - x_1, y_2 - y_1) \quad (6)$$

ここで $r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ $k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ である。ここで造波波数 k は任意の造波地点において一定の値である。また位相差 ϵ を導入すると、集中地点における位相差は

$$\epsilon_1 = -k_x(x_2 - x_1) - k_y(y_2 - y_1) + \sigma(t_2 - t_1) + \theta \quad (7)$$

で与えられる。ここで t_1, t_2 はそれぞれ造波時刻、集中時刻を表している。振幅 A の余弦波

$$\eta = A \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \sigma t + \epsilon_1) \quad (8)$$

を位相 $\theta = 0$ として造波境界で与えれば、集中時刻において波峰を集中させることができる。図-2は造波波数の分布例を示したものであり、数値造波水槽の中央を境として対称的な波数が連続的に与えられる

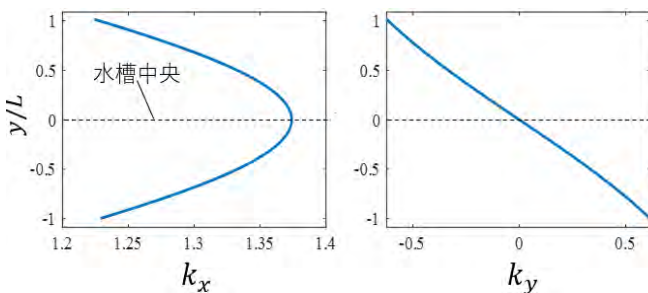


図-2 造波波数の分布例 (y 軸は造波波長 L でスケールされている)

一方一定水深でない場合は波の屈折を考慮する必要がある。波向線の記述は以下の Ray 方程式を数値的に解くことにより可能となる。

$$\frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{\sigma \mathbf{k}}{\sinh 2kh} \nabla h \quad (9)$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\sigma \mathbf{k}}{k^2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (10)$$

本数値計算では上式により波向線が集中地点に向かうように、造波境界で波を与えた。

各種パラメータとしては、集中地点は微小振幅波が McCowan の砕波限界 ($H_b/h_b = 0.78$) を達成する位置と設定、造波波高 5cm, 造波水深 30cm, 一様海底勾配 $\alpha = 1/15$ と与えた。また本稿では造波周期 $T = 2.0\text{s}$ において、時空間スペクトルの解析を行った。

4. 結果(時空間スペクトル)

(1) 造波初期～砕波前

図-3は造波初期から砕波前の地点における基本周波数

のスペクトルを表しているもので、上段は波を面的に方向集中させた場合、下段は方向集中させない場合 ($k_y = 0$) である。上段の場合は y 方向の造波成分が存在することにより、下段の場合と比べて、スペクトル強度が高い部分が y 方向に広く存在する。

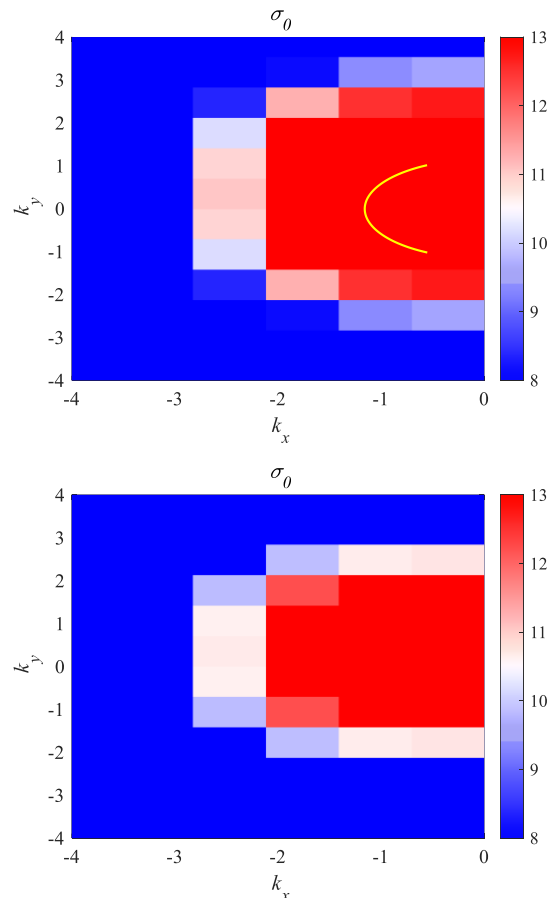


図-3 基本周波数 σ_0 におけるスペクトル, (上)波を面的に方向集中させた場合, 黄色の線は造波波数を表している (下)方向集中させない場合
カラーバーはスペクトル強度を表している。

図-4は基本周波数の7倍成分におけるスペクトルを表している。方向集中波の場合、高波数成分になるにつれてスペクトル分布の広がりが見られた。上段の黄色の線は造波波数の7倍成分、すなわち非線形効果によって生じる波の調和成分を表している。このスペクトル分布の広がりが起きる原因として、浅水変形、複数の波の存在による非線形共鳴相互作用、交差波独自の影響などが考えられる。また方向集中させない場合と比べてスペクトルのピーク点の位置が大きく異なることについても今後調査していく必要がある。

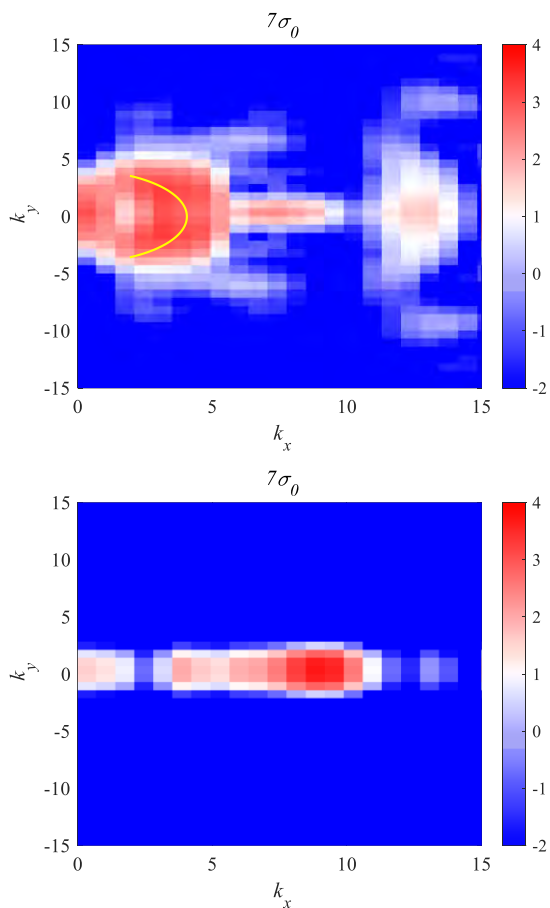


図-4 基本周波数の7倍成分におけるスペクトル, (上)波を面的に方向集中させた場合, 黄色の線は造波波数の7倍成分を表している (下)方向集中させない場合

(2) 砕波後

図-5 は砕波後, 砕波前の基本周波数の20倍成分におけるスペクトルを表した図である. 図からわかる通り高周波数においては砕波後に砕波目と比べて, 高いスペクトル強度が発現していることが分かる, これは砕波後の乱流作用による影響であると考えられるが, 方向集中させない波峰長が進行方向に対して一様な波の砕波の場合とも今後比較検討していく必要がある.

参考文献

- 1) Melville W.K. and Matusov P.: Distribution of breaking waves at the ocean surface *Nature* Vol. 417 pp. 58-63 2002.
- 2) Goda Y.: Directional wave spectrum and its engineering applications *Advances in Coastal and Ocean Engineering* Vol. 3 World Scientific pp. 66-71 1997.
- 3) Watanabe Y. Saeki H. Hosking R.J.: Three-dimensional vortex structures under breaking waves *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 545 pp. 291-328 2005.
- 4) Watanabe Y. Saruwatari A. Ingram D.M.: Free-surface flows under impacting droplets *Journal of Computational Physics* Vol. 227 pp. 2344-2365 2008.
- 5) 渡部靖憲・藤澤蓮・猿渡垂由未, 面的方向集中砕波下の渦及び流れ構造, 土木学会論文集, No.78 Vol.2 pp37-42 2000

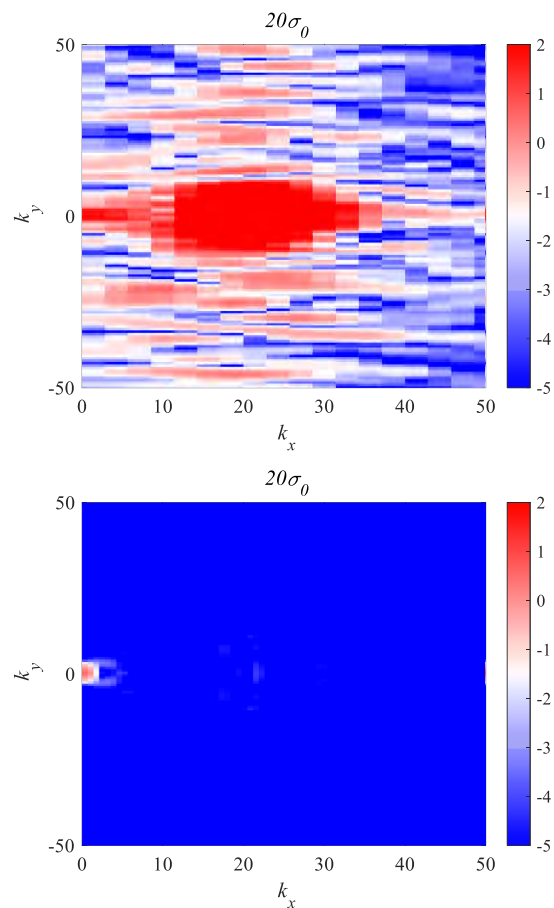


図-5 方向集中波における基本周波数の20倍成分におけるスペクトル, (上)砕波後 (下)砕波前