

泡沫モデルの開発

The development of bubble model

北海道大学大学院工学院 ○学生員 渡邊健太 (Kenta Watanabe)
北海道大学教授 工学研究員 正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

海面上において砕波下で生成される泡沫群は、海中への気体や熱輸送、波浪のエネルギー散逸⁽¹⁾に影響を与えるとされている。また、特に風波砕波に対しては白波被覆率としてマクロパラメータとしてバルクモデルに導入されてきた一方、生成された気泡がどのように流体の流れに影響を及ぼすかといった物理的機構の理解は不十分であり、モデルパラメータとしての不確実性が内在する。

一方、初期に生成された気泡がどのような相互作用を経て残留、崩壊し、あるいは合体、凝集するかといった基本的な物理的機構が不明なまま、結果として現れるマクロな被覆面積のみパラメータとして使用されており、モデルとしての不確実性が懸念される。また泡沫のマイクロ物理特性に関して、石鹸泡沫については多くの研究がある一方、水面上の浮上泡沫については Toba⁽²⁾や Nicolson⁽³⁾など力学平衡を仮定した古い研究以降大きな進展はない。これは μm オーダー程度の薄い気液界面をもつ泡沫間の相互作用の解析が、実験的にも解析的にも困難を極めるためである。そこで Watanabe et al.⁽⁴⁾は、Nicolson の泡沫間力学ポテンシャルを非平衡系へ展開し、同一径における浮上泡沫モデルを開発した。しかしこのモデルでは全ての泡沫径が同一であり、任意の径に拡張したモデルの開発が期待される。

本研究は、生成気泡、泡沫の応答を含む一連の砕波過程の理解を最終目標とするものであり、特に本稿では、Nicolson の泡沫間力学ポテンシャルを非平衡系へ展開し、任意の径における泡沫間の相互作用に、粘性による挙動変化を導入したミクロスケール浮上泡沫を開発するものである。開発したモデルは LES-Stochastic 気液連成モデルに導入され、気液の生成、浮上、水面への残留の影響とフルカップリングした乱流計算が可能となり、最終目標である白波砕波への導入に向けた数値技術を大きく向上させるものである。

2. 泡沫モデル

2.1 気泡間引力と反発力

Nicolson⁽³⁾の、表面張力と浮力、気泡周りに生じるメニスカスの静水圧が釣り合う平衡状態の水面に浮かぶ気泡モデルより、円筒座標系の無次元半径方向軸 $\chi = r/R$ における気泡周りの相対水位 $\zeta = z/R$ は以下で表される⁽⁴⁾。

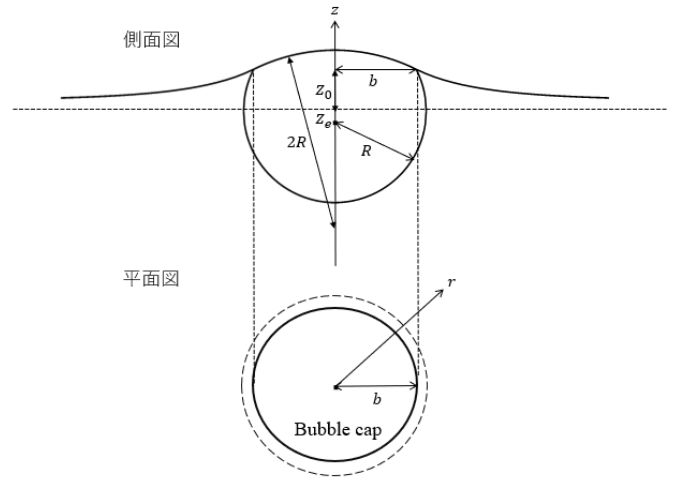


図-1 浮上泡沫の側面図（上）と平面図（下）

$$\zeta(\chi) = \frac{\beta}{\alpha\sqrt{4-\beta^2}} \frac{K_0(\alpha\chi)}{K_1(\alpha\beta)} \quad (1)$$

ここで、 $\alpha^2 = R^2\rho g/\gamma$ (Eötvös 数), $\beta = b/R$, K_0 及び K_1 はそれぞれ 0 次, 1 次の第 2 種修正 Bessel 関数である。また、 $\chi = \beta$ における cap 部の鉛直方向の表面張力と浮力、メニスカスの静水圧のバランスより、平衡状態における β は次で表される。

$$\beta^2 = \frac{2}{3}\alpha^2 \left(1 + \sqrt{(1-\beta^2)\left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)} - \frac{3}{2}\beta\zeta(\beta) \right) \quad (2)$$

数値計算に Nicolson の平衡モデルを導入するためには、気泡が水中から浮上するまでの任意時刻の遷移的な力のバランスを考慮する必要がある。気泡から十分離れた静水位を基準とした気泡中心座標 $\zeta_p = z_p/R$ は、非平衡時の無次元メニスカス接触点距離 β_p 、無次元メニスカス高さ ζ_{op} と以下の幾何学関係を持つ。

$$\begin{aligned} \zeta_p &= \zeta_{op} - \sqrt{1 - \beta_p^2} \\ &= \frac{\beta_p}{\alpha\sqrt{4 - \beta_p^2}} \frac{K_0(\alpha\beta_p)}{K_1(\alpha\beta_p)} - \sqrt{1 - \beta_p^2} \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式をニュートン法により任意の気泡中心座標 ζ_p における無次元メニスカス接触点半径 β_p を求め、求めた β_p により以下の浮力 B 、表面張力 T が求められる。

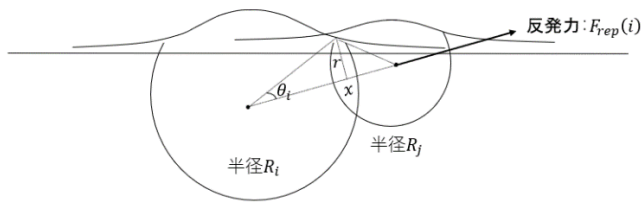


図-2 浮上泡沫の幾何学的関係

$$B = \frac{2}{3}\pi R^3 \rho g \left(1 + \sqrt{(1 - \beta_p^2) \left(1 + \frac{1}{2}\beta_p^2 \right)} - \frac{3}{2}\beta_p^2 \zeta_{0p} \right) \quad (4)$$

$$T = -\pi R \gamma \beta_p^2 \quad (5)$$

さて、ある気泡により生じたメニスカスの傾斜面に他の気泡が存在する場合、浮力の水面接線方向成分のより見かけの引力がはたらく。気泡の径が任意のとき、気泡間にはたらく引力 F_{atr} は以下で示される。

$$F_{atr} = B * \frac{d\zeta}{d\chi} = -\pi R^3 \rho g \frac{\beta_p^2}{\alpha^2} * \frac{\beta_p}{\sqrt{4 - \beta_p^2}} \frac{K_1(\alpha\chi)}{K_1(\alpha\beta_p)} \quad (6)$$

ここで、右辺の前半部分は今着目している気泡の浮力、後半部分はその気泡の周辺の気泡による水面勾配を表している。また、周辺に気泡が n 個存在する場合、それらの気泡により生じた水面勾配により、ある気泡には様々な方向に引力がはたらく。ある気泡に着目するとその気泡に働く引力 F_{atr} は、以下で表される。

$$F_{atr} = \sum_{k=1}^n B * \frac{d\zeta_k}{d\chi} \quad (7)$$

次に、気泡間引力により気泡同士が接触すると、過剰圧力が生じ気泡間に反発力が発生する。衝突する気泡の径がそれぞれ任意の場合の気泡*i*にはたらく反発力を考えると、図-2 より接触面半径 r は $r = R_i \sin\theta_i$ であるため、反発力 $F_{rep}(i)$ は以下のように表される。

$$F_{rep}(i) = \frac{2\gamma}{R_i} \pi (R_i \sin\theta_i)^2 = 2\pi R_i^3 \rho g \frac{(\sin\theta_i)^2}{\alpha_i^2} \quad (8)$$

ここで、 γ は表面張力係数であり、 θ_i は余弦定理より幾何学的に求める。

2.2 粘性力

各気泡が互いに近づくと、厚さ $h(t)$ の膜の中で接触面半径方向 r に速度を持つ軸対称な流体が低レイノルズ数のストークス流によって記述されると仮定する。このときナビエーストークス方程式のストークス近似は以下で表される

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 u_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r^2} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left(\nabla^2 u_\theta - u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} - \frac{u_\theta}{r^2} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 u_r \quad (11)$$

このとき、膜の粘性流による圧力分布は次のようになる(5)。

$$p(r, t) = p_0 - \frac{3\mu}{\beta h^3} \left(\frac{dh}{dt} \right) (a^2 - r^2) \quad (12)$$

ここで、 p_0 は $r > a$ における連続相の圧力、 μ は粘性、 a は気泡の接触面半径、 h は膜厚を表しており、接触膜に slip 条件を適応する場合、すなわちせん断力を 0 の場合は $\beta = 4$ 、non-slip 条件すなわち接線方向の速度を 0 とする場合は $\beta = 1$ となる。

以上より、接触面にはたらく粘性に起因する力は

$$F_{hydro} = 2\pi \int_0^a (p - p_0) r dr = -\frac{3\pi\mu a^4}{2\beta h^3} \left(\frac{dh}{dt} \right)$$

となり、粘性に関わる気泡間相互作用も今後泡沫モデルに導入していく必要がある。

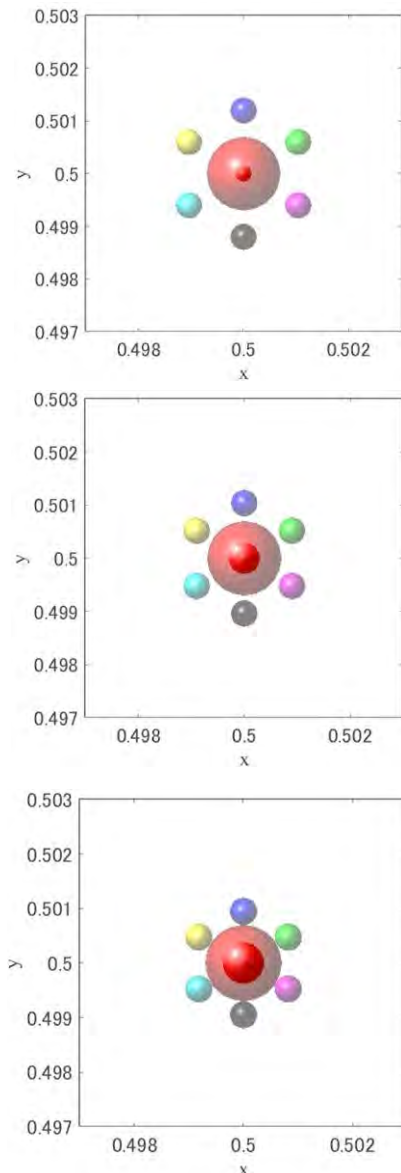


図-3 気泡モデルの水面近傍での挙動 ($R = 0.7mm, 0.25mm$)

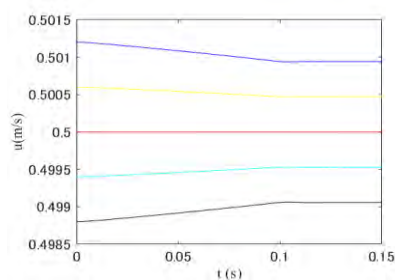


図-4 水面上の気泡の水平速度（線の色は図-3の気泡の色を表す）

3. 計算結果

開発したモデルの基礎的性能を、一定間隔で配置された3つの気泡が静水下 R_i の位置から浮上した際に生じる挙動から検証した。各気泡が水面に達すると円形接触面を持つcap部が現れ(図-3)、メニスカスの傾斜面に起因する気泡間引力により各気泡は凝集する。また、図-3では赤い気泡($R = 0.7\text{mm}$)を中心に6つの同一径の気泡($R = 0.25\text{mm}$)を対称に配置している。そのため、中心の赤い気泡にはたらく6方向の引力はそれぞれ相殺されるため、中心の気泡は初期位置から水平方向に対して不動である(図-3,図-4)。また周囲の6つの気泡それぞれにはたらく引力は、足し合わされ中心気泡の中心に向かい凝集する。

また、各気泡が衝突した際は気泡間に反発力がはたらくが、図-4より青と黒の気泡に着目すると、衝突した後、微かに中心気泡から離れる方向に挙動している様子がわかる。実際の実験で観測した気泡間相互作用では気泡の反発は目視で確認できないことから、このスケールの反発力に矛盾はないと考えられる。

図-4は、気泡モデルのy方向流速の時間変化を表している。このグラフから、中心の赤い気泡は引力の相殺により常に不動であり、周囲の気泡は対称的に中心の気泡に向かって凝集している様を確認することができる。

4. 結論

開発したモデルの基礎的性能を、対称に配置された複数の気泡の挙動から検証した。モデルテスト結果は実際の実験で観測した泡沫の挙動と類似の挙動を示した。しかし、粘性による影響はまだ本泡沫モデルに導入していない。今後はその導入に努め、完成したモデルが実際の実験で撮影した挙動の特徴を正確に表すものかを議論し、泡沫の凝集から消滅にわたる一連の基本的物理機構の解明を促進させていく。

参考文献

- 1) Callaghan, A. H., Deane, G. B., and Stokes, M. D.: Two Regimes of Laboratory Whitecap Foam Decay: Bubble-Plume Controlled and Surfactant Stabilized, *J. Physical Oceanography*, 43, pp. 1114-1126, 2013
- 2) Toba Y., Drop production by bursting of air bubbles on the sea surface (II) Theoretical study on the shape of floating

bubbles, *J. Oceanographical Society of Japan*, 15(3), 1-10, 1959

- 3) Nicolson M.M.: The interaction between floating particles particles: *Mathematical Proceedings of they Cambridge Philosophical Society*, Vol.45, pp.288-295, 1949
- 4) 渡部靖憲・渡邊健太：サブグリッド気泡—泡沫モデルの開発，*土木学会論文集 B2*，Vol.77, No2, I_43-I_48, 2021
- 5) Derek Y. C. Chan, Evert Klaseboer, and Rogerio Manica: Film drainage and coalescence between deformable drops and bubbles, *The Royal Society of Chemistry* 2011, pp.2235-2264