

## 種々の混合粒径モデルが河床変動計算に与える影響

Effects of Graded Sediment Model on the Morphodynamic Calculation of graded sediment bed

北海道大学工学部環境社会学科 ○学生員 有田圭吾 (Keigo Arita)  
北海道大学工学研究院 正員 岩崎理樹 (Toshiki Iwasaki)

## 1. はじめに

河床の土砂は通常様々な粒径を持った混合砂である。土砂はそれぞれの粒径ごとに移動し、河川地形と粒度分布が相互に影響することで変化する。河川地形の予測は治水や環境保全といった点から重要である<sup>1)</sup>。また、ダムの下流などでは、土砂の不連続による河床低下が発生し、河床が粗い礫で覆われた状態になる粗粒化(アーミング)が起きる。これらの現象は近年、流路の固定化や生態系への環境変動を引き起こすことで問題視されている。これらの課題を解決するためにも、粒度分布の予測も重要である。しかしながら、混合粒径からなる土砂移動は実験的に定量化することが極めて難しく、したがってこれらをモデル化することも容易ではない。これまで数多くのモデルが提案されているものの、これらを河床変動解析に適用した際にどの程度の違いを生むかは必ずしも把握されておらず、すなわちそれぞれの特性の分析が求められている状況である。これらの検討は使用するモデルによる結果の不確実性評価という意味からも重要であると考えられる。

これらの背景の下、本研究では既に提案されている混合粒径モデルの比較、評価を目的とし、Orrú et al., 2016によるアーミングの形成と破壊に関する実験<sup>2)</sup>を基に、三峰性の粒度分布を持つ一次元混合砂河床を再現し、各モデルについて数値計算を行い、モデルの比較、検討を行った。

## 2. 計算モデル

数値計算を行うにあたって、流れモデルとして1次元浅水流方程式を用いた。抵抗則には Manning 則を用いている。流砂モデルにおいては以下の式を用いた。なお、本研究においては流砂のうち掃流砂のみを考慮している。

河床の高さに関しては平野<sup>3)</sup>による交換層モデルによって次のように表される。

$$(1-\lambda)\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial L_a}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial x} \sum_i F_i q_i \quad (1)$$

ここに、 $\lambda$ : 空隙率、 $\eta$ : 河床高さ、 $L_a$ : 交換層厚、 $k$ : 河床材料の粒径階、 $F_i$ : 交換層における  $i$  階層粒子の占有率、 $q_i$ : 交換層における  $i$  階層の単位幅あたりの流砂量である。

各  $i$  階層における占有率は以下のように表される。

$$(1-\lambda)\left(f_{ii}\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(L_a F_i)\right) = -\frac{\partial}{\partial x}(F_i q_i) \quad (2)$$

$$f_{ii} = \begin{cases} F_i & \text{for } \frac{\partial\eta}{\partial t} > 0 \\ f_{sub\ i} & \text{for } \frac{\partial\eta}{\partial t} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 $f_{ii}$ : 交換層と貯留層の境界における  $i$  階層粒子の占有率、 $f_{sub\ i}$ : 貯留層における  $i$  階層粒子の占有率である。

## 2. 1 混合粒径モデル

混合粒径モデルの特徴は、主に遮蔽効果と掃流砂量の評価にある。遮蔽効果とは、異なる粒径をもつ粒子の干渉によって粒子の移動限界が粒径ごとに変化していく現象のことである。掃流砂量とは、河床が十分に存在し、平衡状態に達したときに、各粒径階層ごとの運搬される砂量を表す。

本研究では、遮蔽効果式、掃流砂量式とともに、代表粒径の定義の違いについてもそれぞれ比較し検討している。

## 2. 2 代表粒径

河床変動計算においては、算術的な平均  $D_m$  だけでなく、粒径を対数にとり平均化した幾何平均  $D_{sg}$  を代表粒径に用いる。それぞれ、以下のように表される。

$$D_m = \sum_i F_i D_i \quad (4)$$

$$D_{sg} = 2^{\psi_m} \quad (5)$$

$$\psi_m = \sum_i F_i \log_2 D_i \quad (6)$$

ここに、 $D_i$ :  $i$  階層粒子の粒径である。算術平均の場合、粒径が対数軸上で平均されるために、特に粒度分布が広い場合は、算術平均との差が大きくなる。

## 2. 3 遮蔽効果

土砂の移動限界は無次元掃流力  $\tau^*$  を用いて評価される。これは土砂を移動させるせん断力である掃流力  $\tau$  を無次元化した変数である。また、移動しない最大の  $\tau^*$  を無次元限界掃流力  $\tau_{ci}^*$  という。

式(7)の Egiazaroff<sup>4)</sup>式は、混合粒径モデル構築の初期に提案された式である。式(8)の浅田<sup>5)</sup>の式、式(9)の芦田・道上<sup>6)</sup>の式は式(7)の修正版である。

$$\frac{\tau_{ci}^*}{\tau_{cm}^*} = \left[ \frac{\log_e(19)}{\log_e\left(19\frac{D_i}{D_m}\right)} \right]^2 \quad (7)$$

$$\frac{\tau_{ci}^*}{\tau_{cm}^*} = \left[ \frac{\log_e(23)}{\log_e\left(21\frac{D_i}{D_m} + 2\right)} \right]^2 \quad (8)$$

$$\frac{\tau_{ci}^*}{\tau_{cm}^*} = \begin{cases} 0.85 \times \left(\frac{D_i}{D_m}\right)^{-1}; & \frac{D_i}{D_m} \leq 0.4 \\ \left[ \frac{\log_e(19)}{\log_e\left(19\frac{D_i}{D_m}\right)} \right]^2; & \frac{D_i}{D_m} > 0.4 \end{cases} \quad (9)$$

ここに、 $\tau_{cm}^*$ : 代表粒径における無次元限界掃流力、 $\tau_{ci}^*$ :

$i$ 階層粒子における無次元限界掃流力である。

なお、代表粒径における無次元限界掃流力 $\tau_{cm}^*$ は、岩垣の式<sup>7)</sup>によって以下のように表される。

$$\tau_{cm}^* = \begin{cases} 0.14; & D_m \leq 0.0065 \text{ (cm)} \\ 0.0052 \times D_m^{\frac{21}{32}} & 0.0065 \text{ (cm)} \leq D_m \leq 0.0565 \text{ (cm)} \\ 0.034; & 0.0565 \text{ (cm)} \leq D_m \leq 0.118 \text{ (cm)} \\ 0.083 \times D_m^{\frac{9}{22}}; & 0.118 \text{ (cm)} \leq D_m \leq 0.303 \text{ (cm)} \\ 0.050; & D_m \geq 0.303 \text{ (cm)} \end{cases} \quad (10)$$

## 2. 4 掃流砂量

式(11)の Meyer-Peter-Muller<sup>8)</sup> (MPM) 式は広く使われている古典的な実験式である。本来は均一粒径に対する流砂量式であるが、ここでは便宜的に混合粒径の流砂量式として用いることとする。式(12)の 芦田・道上<sup>9)</sup> による式はより理論的な検証を行い提案された式で、こちらも広く使われている。式(13)の Wong & Parker<sup>9)</sup> による式は式(14)を再分析し修正した式である。

$$\frac{q_i}{\sqrt{RgD_iD_iF_i}} = 8.0 \times (\tau_i^* - \tau_{ci}^*)^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

$$\frac{q_i}{\sqrt{RgD_iD_iF_i}} = 17 \times (\sqrt{\tau_i^*} - \sqrt{\tau_{ci}^*}) \times (\tau_i^* - \tau_{ci}^*) \quad (12)$$

$$\frac{q_i}{\sqrt{RgD_iD_iF_i}} = 3.97 \times (\tau_i^* - \tau_{ci}^*)^{\frac{3}{2}} \quad (13)$$

ここに、 $R$  : 粒子の水中密度、 $\tau_i^*$  :  $i$ 階層粒子における無次元掃流力である。

## 2. 5 Wilcock & Crowe<sup>10)</sup>によるモデル

このモデルは、実際に土砂が移動している河床表層の粒度分布から土砂量を評価している点、砂による礫の移動限界への影響を考慮している点が特徴として挙げられる。なお、このモデルは遮蔽効果式と掃流砂量式が一体化して評価されている。

$$\phi = \frac{\tau_{sg}^*}{\tau_{ssrg}^*} \left( \frac{D_i}{D_m} \right)^{-b} \quad (14)$$

$$\tau_{sg}^* = \frac{\tau_{bs}}{\rho RgD_m} \quad (15)$$

$$\tau_{ssrg}^* = 0.021 + 0.015 \exp(-14F_s) \quad (16)$$

$$b = \frac{0.69}{1 + \exp(1.5 - D_i/D_m)} \quad (17)$$

$$G(\phi) = \begin{cases} 0.002\phi^{7.5} & \text{for } \phi > 1.35 \\ 14 \left( 1 - \frac{0.894}{\phi^{0.5}} \right)^{4.5} & \text{for } \phi \leq 1.35 \end{cases} \quad (18)$$

$$W_i^* = \frac{Rgq_i}{F_i u_{*s}^3} = G(\phi) \quad (19)$$

ここに、 $\tau_{bs}$  : 表層での掃流力、 $F_s$  : 交換層に占める砂粒子 (粒径 2mm 以下として定義) の割合、 $u_{*s}$  : 摩擦速度である。

## 3. 検証方法

本研究ではこれら上記の代表粒径・遮蔽効果・掃流砂量式を Orrú et al., によって行われた実験を再現することによって比較する。ここで計算に用いるモデルの組み合わせを表-1に示す。

ただし、先述の通り Wilcock & Crowe のモデルにおいては遮蔽効果式と掃流砂量式が一体化しているため、単純な比較とならないことに留意されたい。

表-1 各計算に用いるモデル

Case	代表粒径	遮蔽効果式	掃流砂量式
1	算術平均	浅田	Wong & Parker
2	幾何平均	浅田	Wong & Parker
3	幾何平均	Egiazaroff	Wong & Parker
4	幾何平均	芦田・道上	Wong & Parker
5	幾何平均	浅田	MPM
6	幾何平均	浅田	芦田・道上
7	幾何平均	Wilcock & Crowe	

## 3. 1 実験の概要

この実験では、全長 14.40m、幅 4.0m の水路を用いている。土砂は F1 (砂)、F2 (礫)、F3 (粗い礫) の 3 種類あり、それぞれ平均粒径は 0.001m、0.006m、0.01m である。上流端では礫と粗い礫が半分ずつ混合され、 $x = 0.88$ (m) から 0.40(m) ずつに砂が 10% ずつ増えるように配置されている。また、下流部 6.67(m) では砂が敷き詰められている。河床勾配は 0.0022 であり、給砂は行われていない。

この実験はアーミングの形成に関する実験 T1 ( $-16$ (h)  $\leq t \leq 0$ ) と破壊に関する実験 T2 ( $0 \leq t \leq 4$ (h)) に分かれており、それぞれ流量が  $0.0465$ ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )、 $0.0547$ ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ) である。本研究では T1 のみを対象とした。

実験 T1 を通して、混合砂が敷き詰められた上流部では河床が低下したほか、平均粒径が増加しアーミングが形成された。一方、均一砂である下流部では平均粒径が一定のままさらに河床が低下した。

## 4. 結果と考察

### 4. 1 代表粒径

図-1、2 に数値計算の結果を示す。算術平均・幾何平均ともに、平均粒径では初期分布から増加していることがわかり、河床は双方で低下しアーミングが形成されている。また、上流側においては算術平均の値は幾何平均の値に比べ大きくなっている。さらに河床高さでは、幾何平均の方が上流側での下げ幅が大きいことが分かる。これは、幾何平均が算術平均より小さい値をとる傾向にあり、これによって移動限界を減少させ河床低下を促進させていることを示唆している。

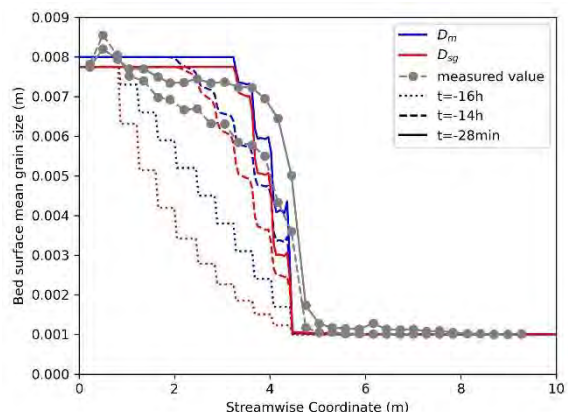


図-1 平均粒径の時間経過 (代表粒径の影響)

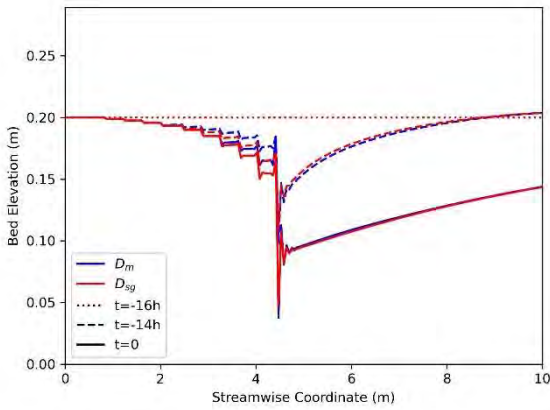


図-2 河床高さの時間経過 (代表粒径の影響)

4. 2 遮蔽効果

図-3、4、5、6に数値計算の結果を示す。これらの計算においては、代表粒径にはすべて幾何平均粒径 $D_{sg}$ を用いた。なお、Wilcock & Crowe のモデルでは無次元限界掃流力を他のモデルと同様には評価できないため、図-5からは除外されている。

Egiazaroff 式や芦田・道上の式の場合、計算終了時点( $t = 0$ )でも $x = 2(m)$ 地点で平均粒径が比較的小さいため、アーミングが十分に形成されていないことがわかる。このことはこれらの式が砂の無次元限界掃流力を過大に評価していることを示唆している。

一方、浅田の式や Wilcock & Crowe のモデルでは概ねアーミングが形成されており、砂の移動限界については適切に評価されているように見受けられる。また、Wilcock & Crowe のモデルでは他のモデルと異なり、礫・粗い礫の掃流砂量が少なからず生じている。このことは、式(16)で表現される砂による礫の移動限界低下への影響が表れていると推察できる。

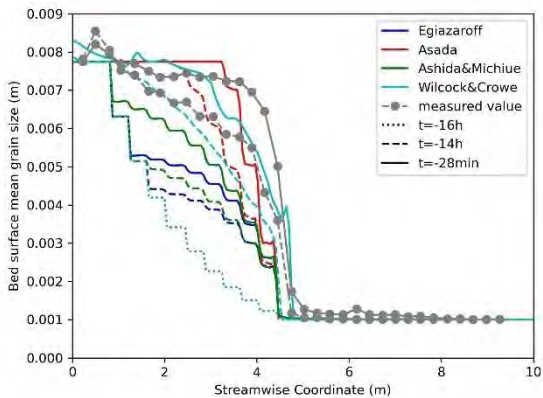


図-3 平均粒径の時間経過 (遮蔽効果モデル)

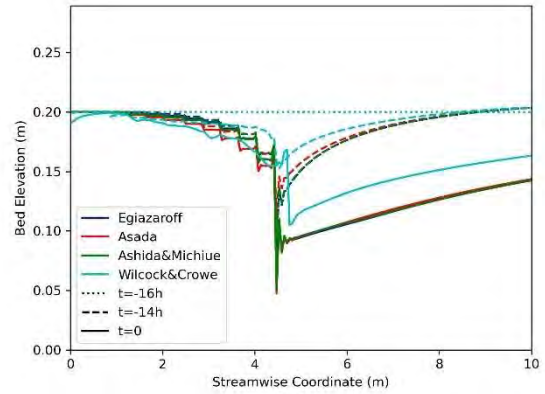


図-4 河床高さの時間経過 (遮蔽効果モデル)

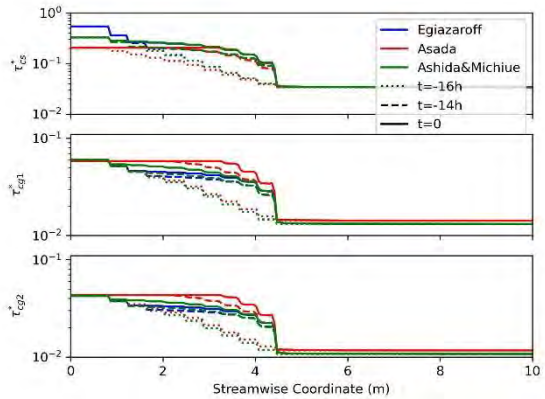


図-5 無次元限界掃流力の時間経過 (遮蔽効果モデル)。上段は砂 (F1)、中段は礫 (F2)、下段は粗い礫 (F3) における結果である。なお、縦軸は対数軸である。

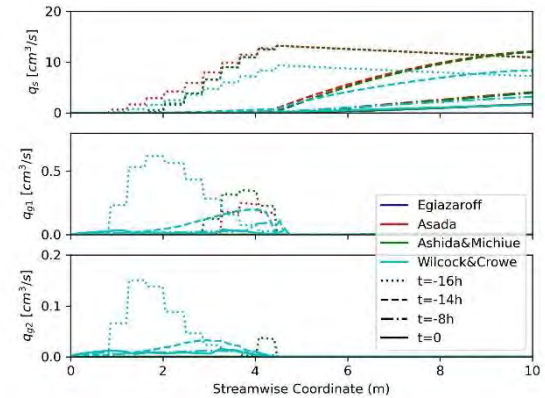


図-6 掃流砂量の時間経過 (遮蔽効果モデル)。上段は砂 (F1)、中段は礫 (F2)、下段は粗い礫 (F3) における結果である。

4. 3 掃流砂量式

図-7、8、9に数値計算の結果を示す。これらの計算においては、代表粒径にはすべて幾何平均粒径 $D_{sg}$ を用いた。

河床が混合砂となっている上流部に着目すると、Wilcock & Crowe のモデルを除けば、各モデルでの河床高さの計算に大きな違いはない。また、平均粒径の場合においても大きな差異がなかった。一方、Wilcock & Crowe のモデルでは砂の掃流砂量が一番少なく、粒径分布も他の

モデルとは異なる。これらの違いが河床高さや粒度変化の時間変化の違いとして現れるものの、計算終了時にはいずれのケースもアーミング領域から砂が排出されきった平衡状態となるため河床高さでは同じような結果となった。

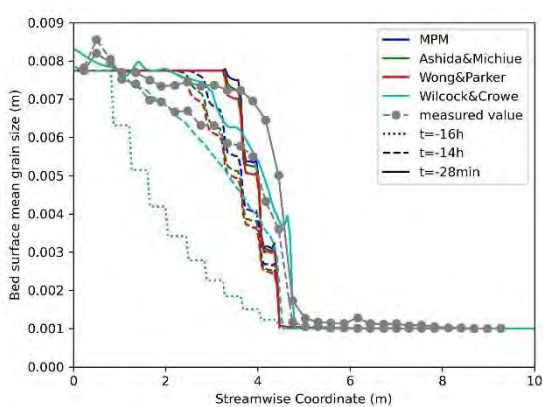


図-7 平均粒径の時間経過 (掃流砂量モデル)

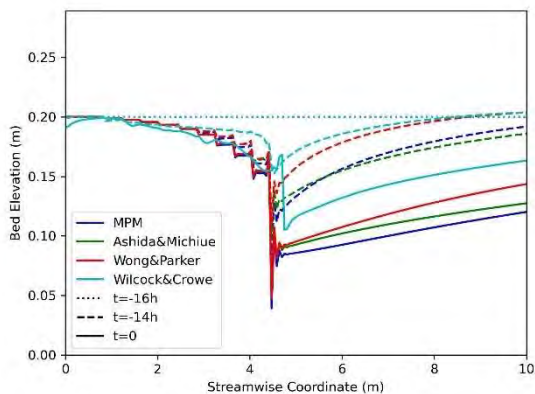


図-8 河床高さの時間経過 (掃流砂量モデル)

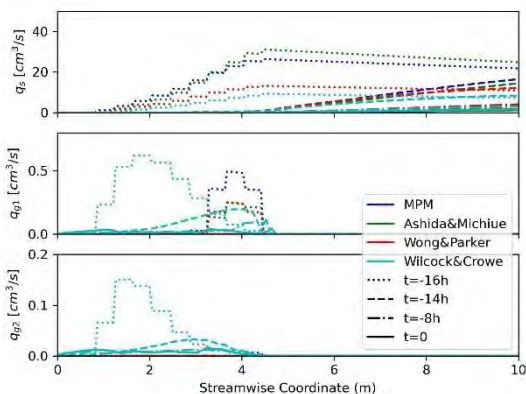


図-9 掃流砂量の時間経過 (掃流砂量モデル)。上段は砂 (F1)、中段は礫 (F2)、下段は粗い礫 (F3) における結果である。

## 5. まとめ

実験との比較を通じて、代表粒径の計算では、幾何平均の場合において低い値をとり、それによって移動限界が減少し河床低下を促進していることが示唆された。遮蔽効果式においては、Egiazaroff 式と芦田・道上の式が砂の移動限界を過大に評価していることが示唆された。一方、砂による礫の輸送量への影響を評価している Wilcock & Crowe

のモデルにおいては、他のモデルにはない礫の移動が発生していることが確認できた。掃流砂量式の計算においては、混合砂での計算に対する大きな影響は見られなかった。

今後は本検討のみならず、他のケースによる各モデルの検討や、より詳細な砂による礫の移動限界に関する検討についても考えていきたい。

## 参考文献

- 1) 岩崎理樹、矢部浩規：混合砂河床における砂州の形態に関する一考察. 寒地土木研究所月報. No.794. Pp.20-29. 2019.
- 2) Clara Orrú, Astrid Blom, and Wim S.J.Uijtewaal: Armor breakup and reformation in a degradational laboratory experiment, *Earth Surface Dynamics*, 4, 461-470, 2016.
- 3) 平野宗夫：Armoring を伴う河床変動について. 土木学会論文報告集. 第 195 号. Pp.55-65. 1971.
- 4) Egiazaroff, I.V. : Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, *Proc. ASCE, HY 4*, 1965.
- 5) 浅田宏、石川晴雄：水流による河床砂礫の分級機構に関する研究 (Ⅲ). 電力中央研究所報告. 第 71015 号. 1972.
- 6) 芦田和男、道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究. 土木学会論文報告集. 第 206 号. Pp59-69. 1972.
- 7) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究, 土木学会論文集, 第 41 号, pp.1-21. 1956
- 8) Meyer-Peter, E. and Muller, R. : Formulas for Bed-Load Transport. I.A.H.R., Stockholm, 1948.
- 9) M, Wong and G, Parker: Reanalysis and Correction of Bed-Load Relation of Meyer-Peter and Müller Using Their Own Database, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.132, Issue 11, 2006
- 10) P. R. Wilcock, J. C. Crowe: Surface-based Transport Model for Mixed-Size Sediment, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 129, Issue 2, 2003