

1次元非均質領域による弾性波動の反射に関する考察

Consideration on elastic wave reflection by one-dimensional inhomogeneous region

北海道大学工学部

○ 学生員 袴田 柊 (Shu Hakamada)

北海道大学大学院工学研究院

正会員 古川 陽 (Akira Furukawa)

1. はじめに

非破壊評価はコンクリート構造物の維持管理に重要な役割を果たすことが期待されている。コンクリートの非破壊評価の代表的な手法として超音波法がある。超音波法は弾性波を用いた手法であり、き裂などの損傷を評価することに適している。

コンクリート材料は非均質性を有しており、その中にはモルタルや骨材などの材料の構成要素によるものと、き裂などの損傷によるものがある。非均質性は弾性波の反射や透過に影響を及ぼす。そのため、材料の非均質性と反射波の関係について整理することは重要である。

以上を踏まえ、本研究では、材料の非均質性と反射係数の関係について数値計算を用いて整理する。本研究では非均質領域を1次元多層構造で表現し、その材料物性値を乱数によって与える。また、材料の物性値分布の表現に Haar ウェーブレットを用いる。これにより、非均質性の解像度という観点から、反射係数の特徴を整理することができる。

2. 解析手法

本研究では、線形弾性体を対象とする1次元波動問題について考える。図-1に、解析対象となる1次元多層構造を示す。このとき、非均質領域を V とし、それ以外の領域を均質領域 V_0 とする。これらの領域は、それぞれ以下の式で与えられる。

$$V = \{x | x \in [0, H]\} \quad (1)$$

$$V_0 = \{x | x \in (-\infty, 0) \cup [H, \infty)\} \quad (2)$$

ここに、 H は非均質領域の厚さを表す。このように、本研究では、非均質領域 V を図-1に示す1次元多層構造に対応させる。入射波は平面波とし、均質領域の無限遠方 ($x = -\infty$) から x 軸の正の方向に進行する。なお、入射波の波長は λ とする。均質領域と非均質領域を構成する各層において材料物性値 (弾性波の位相速度、力学的インピーダンス) が異なると仮定すると、非均質領域に到達した入射波は反射・透過する。

このような問題に対して、非均質領域による反射係数について考える。非均質領域によって生じる反射係数は、各層の界面における波の反射・透過を考えることで計算できる¹⁾。本研究では、反射係数を次式で定義する。

$$\tilde{R} = \frac{\tilde{u}^{\text{refl}(0)}}{\tilde{u}^{\text{in}(0)}} \quad (3)$$

ここに、 $\tilde{u}^{\text{in}(0)}$ 、 $\tilde{u}^{\text{refl}(0)}$ は、図-1に示す位置 $x = 0$ における入射波と反射波の変位に対する複素振幅である。

材料物性値のうち、弾性波の位相速度の空間分布は、以下の式で与える。

$$c(x) = \begin{cases} c_0 F(x/H) & : x \in [0, H] \\ c_0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

ここに、 c_0 は均質領域 V_0 の位相速度を表す。また、力学的インピーダンスの空間分布は、次式を用いて与える。

$$Z(x) = \rho_0 c(x) \quad (5)$$

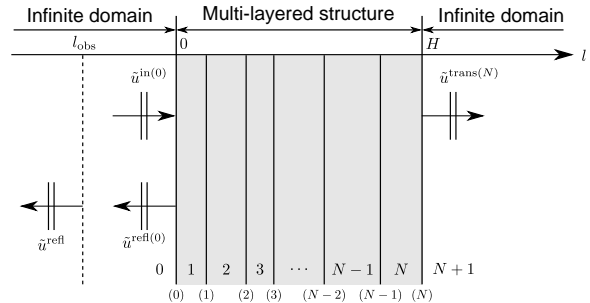


図-1 解析に用いる1次元多層構造

ここに、 ρ_0 は均質領域 V_0 の密度を表す。また、式 (4) において、関数 $F(\cdot)$ は材料の非均質性を表現することを目的に、以下の式で与える。

$$F(s) = \sum_{j=1}^N \tilde{b}_j(s) \tilde{f}_j; \quad s \in [0, 1] \quad (6)$$

ここに、 $\tilde{b}_j(\cdot)$ は多重解像度表現に基づく基底関数、 \tilde{f}_j は係数を表す。 N は最大解像度 J を用いて $N = 2^J$ で与えられる。加えて、基底関数 $\tilde{b}_j(\cdot)$ は Haar ウェーブレット²⁾ によって構成され、次式で与える。

$$\tilde{b}_j(s) = \begin{cases} \phi(s) & : j = 1 \\ \psi(2^m s - n) & : j = 2^m + n + 1 \end{cases} \quad (7)$$

ただし、 $m = 0, 1, \dots, J-1$ および $n = 0, 1, \dots, 2^m - 1$ である。このとき、関数 $\phi(\cdot)$ および $\psi(\cdot)$ は、以下に示す Haar ウェーブレットのスケール関数とウェーブレット関数で与える。

$$\phi(s) = \begin{cases} 1 & : s \in [0, 1] \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

$$\psi(s) = \begin{cases} 1 & : s \in [0, 1/2] \\ -1 & : s \in [1/2, 1] \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

さらに、式 (6) に含まれる係数 \tilde{f}_j は、次式で与える。

$$\tilde{f}_j = \begin{cases} 1 & : j = 1 \\ Y_j & : j = N/2 + 1, N/2 + 2, \dots, N \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

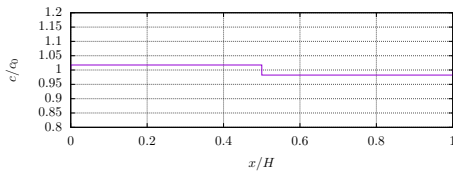
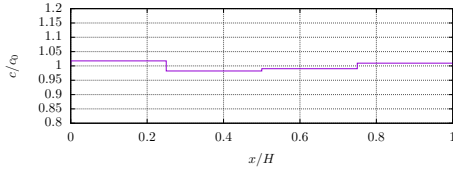
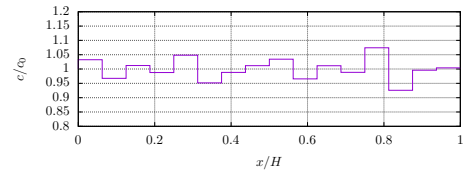
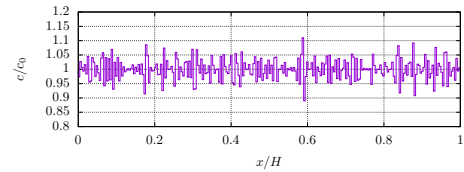
ここに、 Y_j は正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う乱数である。ただし、 μ は平均、 σ は標準偏差を表す。式 (10) では、最大解像度の成分にのみ乱数によるばらつきが生じる。乱数 Y_j は、次式を用いて与える。

$$Y_j = \mu + \sigma X_j \quad (11)$$

ここに、 X_j は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う乱数である。乱数 X_j は Box-Muller 法³⁾ を用いて以下の式で与える。

$$X_j = \sqrt{-2 \ln U_{j;1}} \cos(2\pi U_{j;2}) \quad (12)$$

ここに、 $U_{j;1}$ および $U_{j;2}$ は、区間 $(0, 1)$ の一様分布に従う互いに独立な乱数である。

図-2 非均質領域における位相速度の計算例 ($J = 1$)図-3 非均質領域における位相速度の計算例 ($J = 2$)図-4 非均質領域における位相速度の計算例 ($J = 4$)図-5 非均質領域における位相速度の計算例 ($J = 8$)

3. 数値解析例

前節に示した解析手法を用いて反射係数を計算し、その結果を整理する。均質領域 V_0 における位相速度は $c_0 = 1$ とし、密度は $\rho_0 = 1$ とした。非均質領域 V の厚さは $H = 1$ とし、材料物性値の空間分布を表現するための最大解像度は $J = 1, 2, 4, 8$ とした。また、乱数 Y_j の計算では、平均を $\mu = 0$ とし、標準偏差を $\sigma = 0.1/3$ とした。反射係数は、上述の条件ごとに、100 ケースずつ計算を行った。図-2 から図-5 には、非均質領域における位相速度の空間分布の計算例を示す。これらの図から、最大解像度 J に応じて、非均質性の特徴が変化していることが確認できる。

計算結果として、図-6 から図-9 に反射係数の絶対値 $|\tilde{R}|$ と入射波の波長 λ の関係を示す。これらの図に示す結果から、最大解像度 J が大きくなると、反射係数 $|\tilde{R}|$ の最大値が大きくなることが確認できる。また、図-6 から図-8 では反射係数 $|\tilde{R}|$ にピークが出現していることがわかる。加えて、これらのピークに対応する波長は、最大解像度が大きくなるにつれて小さくなることが確認された。

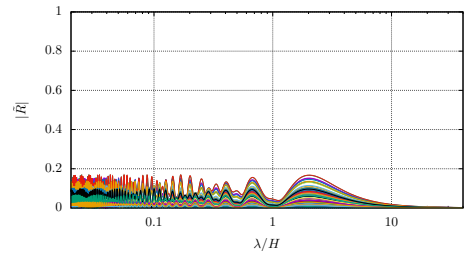
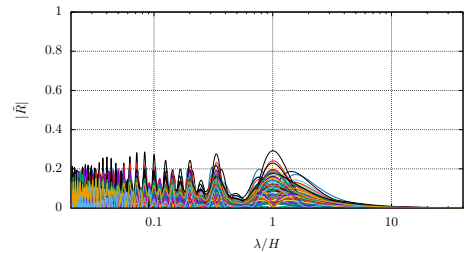
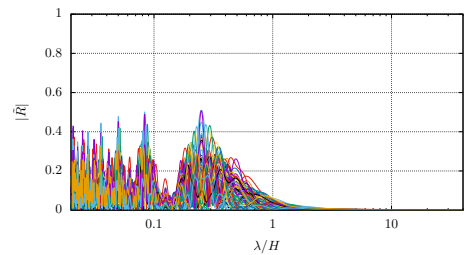
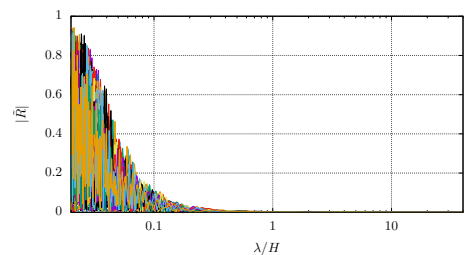
4. おわりに

本研究では、材料の非均質性と反射係数の関係を整理することを目的に、乱数を用いた反射係数の数値計算を行った。材料の非均質性は Haar ウェーブレットによる多重解像度表現で与えた。数値解析例では、反射係数の絶対値を非均質性の解像度ごとに整理した。結果の比較から、非均質性の解像度は反射係数の最大値やピークの出現に影響を与えることを確認した。

今後は、最大解像度 J 、乱数 Y_j の標準偏差 σ を変更した場合の計算を実施する。また、各条件におけるケース数を増やし、得られた計算結果を統計的に処理する。これらを通して、材料の非均質性の特徴と反射係数の関係について考察を行う。

参考文献

- 1) 斎藤正徳: 地震波動論, 東京大学出版会, 2009.
- 2) 和田成夫: よくわかる信号処理, 森北出版, 2009.
- 3) 東京大学教養学部統計学教室: 自然科学の統計学, 東京大学出版会, 1992.

図-6 反射係数と入射波の波長の関係 ($J = 1$)図-7 反射係数と入射波の波長の関係 ($J = 2$)図-8 反射係数と入射波の波長の関係 ($J = 4$)図-9 反射係数と入射波の波長の関係 ($J = 8$)