

異方性積層板の自由振動解析への Region-wise ZIG-ZAG 理論の適用

Application of Region-wise ZIG-ZAG theory to Free vibration analysis of anisotropic laminated plates

函館工業高等専門学校
函館工業高等専門学校

学生会員 ○落合 楓 (Kaede OCHIAI)
正 員 渡辺 力 (Chikara WATANABE)

1. まえがき

接着工法によるコンクリートや鋼構造の既存構造物の補修・補強において繊維強化プラスチック (FRP) などの複合材料が用いられているが、異方性積層板として取扱われる複合材料に対して有効な解析理論は未だ確立していない。

複合材料で補強された鋼やコンクリート構造に ZIG-ZAG 理論を適用するために、改良 ZIG-ZAG 理論¹⁾が開発されている。さらに、この理論を複合材料と等方性材料からなるサンドイッチ構造に適用するために Layer-wise 理論を融合させた Region-wise ZIG-ZAG 理論²⁾が開発されている。これらの理論は、有限要素法に組み込むことを目的とした数学モデルである。

本研究では、Region-wise ZIG-ZAG 理論を異方性積層板の自由振動解析に適用し、この理論の精度と適用性を検証することを目的としている。異方性積層板の自由振動解析では板厚方向の固有振動モードが等方性平板に比べて極めて複雑となり、従来の ZIG-ZAG 理論により面内振動モードの固有振動数を精度良く求めるためには高次関数を用いても困難となる¹⁾。

本報告では、Region-wise ZIG-ZAG 理論を対称 6 層積層板の自由振動解析に適用して、固有振動数の精度を検証し、領域の採り方が精度に与える影響を調べた結果について報告する。

2. Region-wise ZIG-ZAG 理論

Region-wise ZIG-ZAG 理論は、改良 ZIG-ZAG 理論と Layer-wise 理論を融合したものである。まず、板厚 h の異方性積層板あるいはサンドイッチ板を、図-1 に示すように板厚方向に対して N_R 個の領域に分ける。第 r 番目の領域の境界での z 座標値を z_r, z_{r+1} とし、領域内の層数を N_r 、領域の厚さを h_r 、第 k 層目の厚さを $h^{r(k)}$ とする。

2.1 変位場

Region-wise ZIG-ZAG 理論では、図-1 に示す領域 r 第 k 層の変位を次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} u^{r(k)} &= f_0^r u_r + f_1^r u_{r+1} + \sum_{s=1}^{P_u^r} \phi_{us}^{r(k)} u_s^r \\ v^{r(k)} &= f_0^r v_r + f_1^r v_{r+1} + \sum_{s=1}^{P_v^r} \phi_{vs}^{r(k)} v_s^r \\ w^{r(k)} &= f_0^r w_r + f_1^r w_{r+1} + \sum_{s=1}^{P_w^r} \phi_{ws}^{r(k)} w_s^r \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに、式(1)の右辺第 1 項と第 2 項が領域境界変位の項で、第 3 項が領域内部変位の項である。 u_r, u_{r+1} などは図-1 に示す領域 r の境界変位で、 u_s^r, v_s^r, w_s^r は領域 r の内部変位を表す。 s は板厚方向 (ζ^r 方向) の補間関数

(多項式) の次数を表し、 P_u^r, P_v^r, P_w^r は各変位成分の領域 r での展開次数を表す。

領域内部変位の項 (式(1)の右辺第 3 項) において、 $s=1$ の場合が ZIG-ZAG 項で、 $\phi_{u1}^{r(k)}, \phi_{v1}^{r(k)}, \phi_{w1}^{r(k)}$ が領域 ZIG-ZAG 関数、 u_1^r, v_1^r, w_1^r が領域 ZIG-ZAG 変位である。また、 $s \geq 2$ の場合が領域高次変位の項で、 u_s^r, v_s^r, w_s^r ($s \geq 2$) は領域内部変位の高次項である。

2.2 補間関数と領域 ZIG-ZAG 関数

(1) 領域境界

領域境界変位の補間関数には次式を用いる。

$$f_0^r = \frac{1}{2}(1 - \zeta^r), \quad f_1^r = \frac{1}{2}(1 + \zeta^r) \quad (2)$$

(2) 領域内部 $s=1$ (領域 ZIG-ZAG 関数)

領域内部変位の項 $s=1$ の関数には、次の領域 ZIG-ZAG 関数を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{u1}^{r(k)} &= (\beta_u^{r(k)} - F_u^r / 2) \zeta^r + a_u^{r(k)} \\ \phi_{v1}^{r(k)} &= (\beta_v^{r(k)} - F_v^r / 2) \zeta^r + a_v^{r(k)} \\ \phi_{w1}^{r(k)} &= (\beta_w^{r(k)} - F_w^r / 2) \zeta^r + a_w^{r(k)} \end{aligned} \right\} (3)$$

ここに、式(3)の $\beta_u^{r(k)}, \beta_v^{r(k)}, \beta_w^{r(k)}$ は領域 ZIG-ZAG 関数の勾配である。

(3) 領域内部 $s \geq 2$

領域内部変位の項 $s \geq 2$ の補間関数には、領域上下端で関数値がゼロの条件を満たすハイラーキ多項式を用いる。Layer-wise 理論では補間関数に Lagrange 多項式が用いられるが、このハイラーキ多項式は数値計算が容易で、この多項式を用いた剛性行列の条件数は Lagrange 多項式を用いた場合に比べ小さく、消去演算での桁落ちが少なくなる。

$$\begin{aligned} \phi_{us}^r &= \phi_{vs}^r = \phi_{ws}^r \\ &= (1 - (\zeta^r)^2) (\zeta^r)^{s-2} \end{aligned} \quad (4)$$

なお、式(4)の関数は領域 r 内において層番号 k に依存しないので、右上添字 (k) を省略している。

3. 自由振動解析の定式化

級数解法を用いて Region-wise ZIG-ZAG 理論による自由振動解析を定式化し、Region-wise ZIG-ZAG 理論による固有振動数の理論解を求める。

3.1 領域 r の運動方程式

領域 r の仮想ひずみエネルギーと仮想運動エネルギーを求め、これらを Hamilton の原理に用いて次の運動方程式を求める。変分項 $\delta u_r, \delta u_{r+1}, \delta u_s^r, \delta v_r, \delta v_{r+1}, \delta v_s^r, \delta w_r, \delta w_{r+1}, \delta w_s^r$ に関する領域 r の運動方程式は次のようになる。

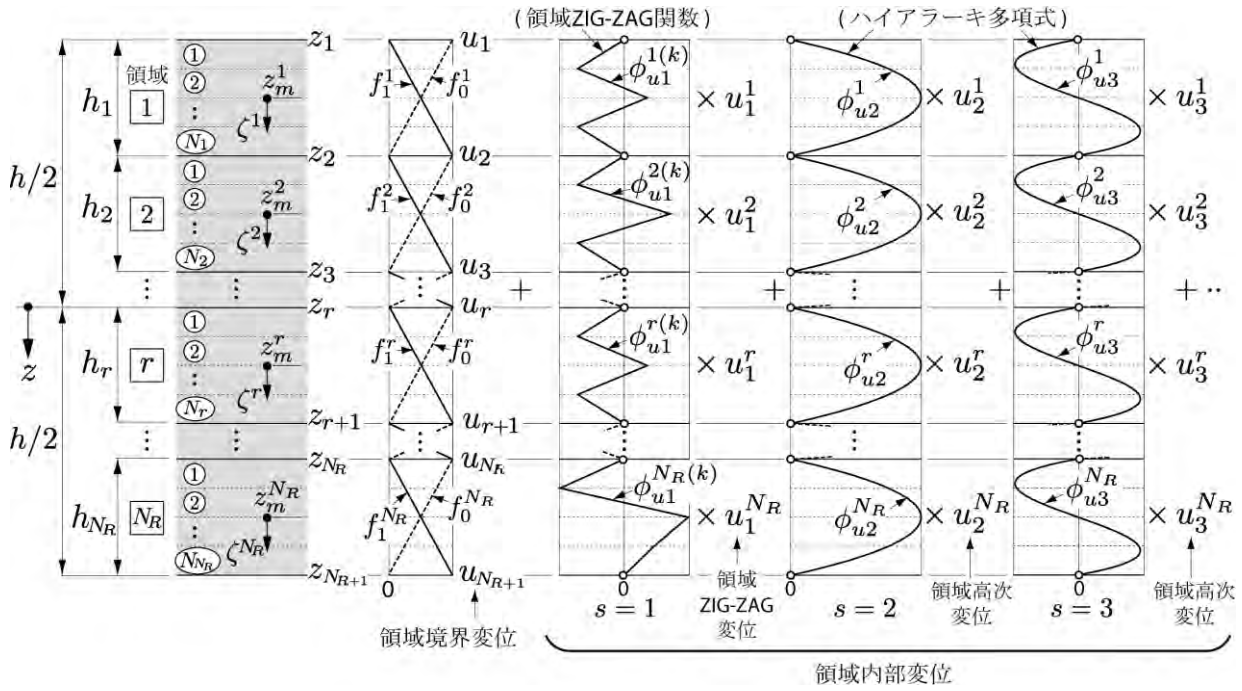


図-1 Region-wise ZIG-ZAG 理論の概念

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ f_0^r (\sigma_{x,x}^{r(k)} + \tau_{xy,y}^{r(k)}) - f_{0,z}^r \tau_{xz}^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{00}^r \ddot{u}_r + I_{01}^r \ddot{u}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_u^r} I_{0u}^{rj} \ddot{u}_j^r \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ f_1^r (\sigma_{x,x}^{r(k)} + \tau_{xy,y}^{r(k)}) - f_{1,z}^r \tau_{xz}^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{10}^r \ddot{u}_r + I_{11}^r \ddot{u}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_u^r} I_{1u}^{rj} \ddot{u}_j^r \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ \phi_{ui}^{r(k)} (\sigma_{x,x}^{r(k)} + \tau_{xy,y}^{r(k)}) - \phi_{ui,z}^{r(k)} \tau_{xz}^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{0u}^r \ddot{u}_r + I_{1u}^r \ddot{u}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_u^r} I_{uu}^{rj} \ddot{u}_j^r \quad (i=1 \sim p_u^r) \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ f_0^r (\sigma_{y,y}^{r(k)} + \tau_{xy,x}^{r(k)}) - f_{0,z}^r \tau_{yz}^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{00}^r \ddot{v}_r + I_{01}^r \ddot{v}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_v^r} I_{0v}^{rj} \ddot{v}_j^r \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ f_1^r (\sigma_{y,y}^{r(k)} + \tau_{xy,x}^{r(k)}) - f_{1,z}^r \tau_{yz}^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{10}^r \ddot{v}_r + I_{11}^r \ddot{v}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_v^r} I_{1v}^{rj} \ddot{v}_j^r \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ \phi_{vi}^{r(k)} (\sigma_{y,y}^{r(k)} + \tau_{xy,x}^{r(k)}) - \phi_{vi,z}^{r(k)} \tau_{yz}^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{0v}^r \ddot{v}_r + I_{1v}^r \ddot{v}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_v^r} I_{vv}^{rj} \ddot{v}_j^r \quad (i=1 \sim p_v^r) \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ f_0^r (\tau_{xz,x}^{r(k)} + \tau_{yz,y}^{r(k)}) - f_{0,z}^r \sigma_z^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{00}^r \ddot{w}_r + I_{01}^r \ddot{w}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_w^r} I_{0w}^{rj} \ddot{w}_j^r \\
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ f_1^r (\tau_{xz,x}^{r(k)} + \tau_{yz,y}^{r(k)}) - f_{1,z}^r \sigma_z^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{10}^r \ddot{w}_r + I_{11}^r \ddot{w}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_w^r} I_{1w}^{rj} \ddot{w}_j^r
 \end{aligned}$$

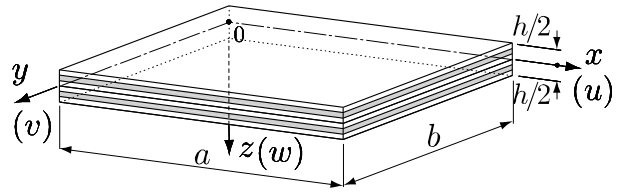


図-2 計算モデル (対称6層積層板)

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{N_r} \int_{z_k^r}^{z_{k+1}^r} \left\{ \phi_{wi}^{r(k)} (\tau_{xz,x}^{r(k)} + \tau_{yz,y}^{r(k)}) - \phi_{wi,z}^{r(k)} \sigma_z^{r(k)} \right\} dz \\
 &= I_{0w}^r \ddot{w}_r + I_{1w}^r \ddot{w}_{r+1} + \sum_{j=1}^{p_w^r} I_{ww}^{rj} \ddot{w}_j^r \quad (i=1 \sim p_w^r)
 \end{aligned} \tag{5}$$

3.2 領域 r の固有方程式

式(1)の変位成分を周辺単純支持の境界条件を満足する二重フーリエ級数でを仮定し、式(5)の運動方程式に代入すると、次の任意の(m,n)項に対する領域 r の固有方程式が得られる。

$$\left[\sum_{k=1}^{N_r} S_{mn}^{r(k)} \right] \mathbf{F}_{mn}^r = p^2 [\mathbf{M}_{mn}^r] \mathbf{F}_{mn}^r \tag{6}$$

ここに、 $S_{mn}^{r(k)}$ は領域 r 第 k 層の剛性行列、 \mathbf{M}_{mn}^r は領域 r の質量行列、 \mathbf{F}_{mn}^r は領域 r の未知フーリエ係数ベクトルで、p は固有円振動数である。固有円振動数 p の計算結果は次の無次元振動数λを用いて表す。

$$\lambda = p h \sqrt{\rho / E_2} \tag{7}$$

4. 数値計算例

4.1 計算モデル

計算モデルは、図-2 に示す長さ a、幅 b、板厚 h の周辺単純支持された異方性積層板で、形状比を a/b=1、板厚比を h/b=1/10 とした対称6層積層板[0/90°/0/0/90°/0]に

表-1 対称6層積層板[0/90°/0/0/90°/0]の固有振動数の誤差 ($N_R=1$) (%)

面外振動モード										面内振動モード											
モード	p	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	モード	p	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
I-B	1	1.05	1.4	1.9	2.3	2.1	2.1	3.1	2.9	2.7	I-P	1	1.2	5.1	11.9	1.1	5.0	5.8	0.9	4.7	11.3
	2	1.03	1.4	1.9	2.3	2.1	2.1	3.1	2.9	2.7		2	1.1	4.6	10.5	1.0	4.5	5.3	0.8	4.2	10.0
	3	0.09	0.2	0.4	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.3		3	1.1	4.6	10.5	1.0	4.5	5.2	0.8	4.2	10.0
	4	0.09	0.2	0.3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2		4	0.9	3.9	8.9	0.8	3.8	4.9	0.7	3.6	8.5
	5	0.03	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1		5	0.9	3.9	8.9	0.8	3.8	4.9	0.7	3.6	8.5
II-B	1	1.3	3.3	7.2	1.2	3.1	7.1	1.2	3.0	7.0	II-P	1	0.5	0.6	0.5	2.4	2.4	8.1	5.8	5.2	7.5
	2	1.3	3.3	7.2	1.2	3.1	7.1	1.2	3.0	7.0		2	0.5	0.5	0.4	2.2	2.1	7.1	5.6	4.8	6.7
	3	1.2	2.9	6.0	1.1	2.9	5.4	1.1	2.8	5.8		3	0.5	0.5	0.4	2.0	2.0	6.9	4.6	3.9	6.0
	4	1.2	2.9	6.0	1.1	2.9	5.4	1.1	2.8	5.8		4	0.4	0.5	0.4	1.9	1.9	5.5	4.0	3.4	5.5
	5	1.0	1.8	3.2	0.9	1.8	2.9	0.9	1.8	3.1		5	0.4	0.5	0.4	1.9	1.9	5.5	4.0	3.4	5.5
III-B	1	5.4	5.1	5.0	6.5	6.4	6.3	10.5	10.4	10.3	III-P	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2	5.4	5.1	5.0	6.5	6.4	6.2	10.5	10.4	10.3		2	15.4	15.6	16.7	16.4	16.4	17.5	16.5	17.3	16.0
	3	0.5	0.6	0.5	1.8	1.7	2.3	4.7	4.6	4.6		3	15.4	15.5	16.6	16.3	16.4	17.4	16.4	17.1	15.8
	4	0.5	0.6	0.5	1.7	1.7	2.2	4.5	4.5	4.4		4	7.9	9.4	10.4	9.6	9.7	10.6	10.0	10.9	9.5
	5	0.4	0.5	0.4	1.1	1.1	1.3	2.9	2.9	2.8		5	7.9	9.4	10.3	9.6	9.7	10.5	10.0	10.9	9.4

ついて計算する。各層の厚さは全て同じとし、材料定数には次の値を用いる。

$$E_1/E_2 = 25, \quad E_3 = E_2 \quad G_{12} = G_{13} = 0.5E_2$$

$$G_{23} = 0.2E_2, \quad \nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.25$$

また、質量密度は全層同じ ρ とする。

4.2 固有振動モードの分類

異方性積層板の自由振動解析の厳密解やモード分類に関する研究は極めて少ない。これは異方性積層板の振動数方程式を一般的な形で表すのが困難であるためである。本研究では、三次元弾性理論に基づき対称6層積層板の固有振動数の厳密解を求め、³固有振動モードを卓越する変位成分の固有関数のモードから分類して、面外振動モード (I-B, II-B, III-B) と面内振動モード (I-P, II-P, III-P) に分類する¹⁾。この厳密解を用いて、Region-wise ZIG-ZAG 理論の精度を検証する。

4.3 固有振動数の精度に領域の採り方が与える影響

図-2の対称6層積層板に対して、図-3に示すように3ケースの領域を設定する。板厚方向に領域を分割しない $N_R=1$ (図(a))、各領域の層数を $N_r=3$ とし領域数を2とする $N_R=2$ (図(b))、各領域の層数を $N_r=2$ とし領域数を3とする $N_R=3$ (図(c))とした場合の精度を検証する。

(1) 領域数 $N_R=1$ (改良 ZIG-ZAG 理論)

表-1は、板厚比 $h/b=1/10$ の対称6層積層板に対するRegion-wise ZIG-ZAG 理論による固有振動数の厳密解に対する誤差(%)を示したものである。領域数は $N_R=1$ とし、式(1)の展開次数は各変位成分で同じ $p_u = p_v = p_w = p$ とし、解の収束性の確認のため $p=1\sim 5$ まで採っている。また、表中の (m,n) は x, y 軸方向の半波長数で、1~3の波形についてまとめている。

領域を分割しない $N_R=1$ のときの Region-wise ZIG-ZAG

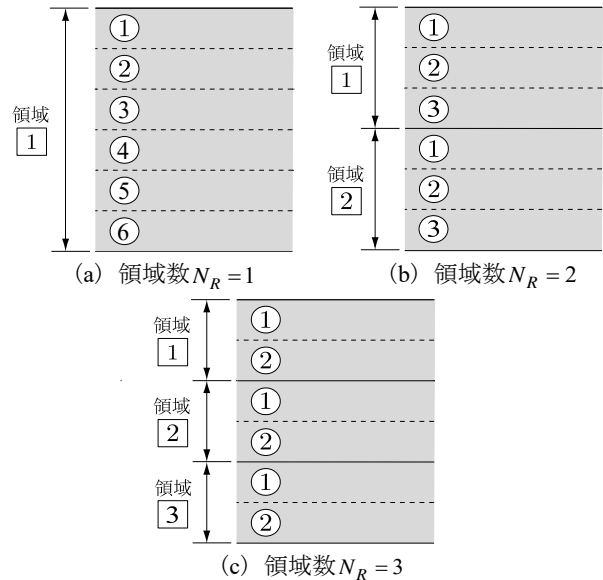


図-3 領域の採り方

理論の解は、改良 ZIG-ZAG 理論の解に一致する。すなわち、式(1)の変位場の採り方は平板理論と大きく異なるが、 $N_R=1$ として上下端のみに領域境界変位を与え、領域内部変位に改良 ZIG-ZAG 理論の変位場で用いる板厚方向座標 z と同じ次数の変位成分を与えると、改良 ZIG-ZAG 理論の解が計算できる。

表-1より解の収束性を見ると、面外振動モード I-B, II-B, III-Bでは、次数 p を増加させると奇数項において精度が大きく改善されているが、偶数項では殆ど改善されていない。一方、面内振動モード I-P, II-P, III-P では偶数項で精度が大きく改善されているが、奇数項では殆ど改善されていない。

平板理論では、板厚方向のモード形状により曲げ項と内面項が分離されて、曲げ(面外)振動に対して偶数モードが、伸縮(面内)振動に対して奇数モードが影響し

表-2 対称6層積層板[0/90°/0/90°/0]の固有振動数の誤差 ($N_R = 2$, $N_R = 3$) (%)

モード	次数 p	領域数 $N_R = 2$									領域数 $N_R = 3$								
		(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
I-B	1	1.05	1.40	1.83	2.32	2.09	2.07	3.10	2.87	2.66	0.36	0.62	0.80	0.67	0.68	0.77	0.84	0.82	0.83
	2	0.14	0.22	0.31	0.29	0.27	0.31	0.36	0.34	0.35	0.08	0.10	0.14	0.21	0.17	0.15	0.33	0.28	0.24
	3	0.07	0.18	0.24	0.14	0.15	0.18	0.22	0.20	0.20	0.01	0.04	0.09	0.00	0.02	0.05	0.01	0.01	0.04
II-B	1	1.29	3.25	7.18	1.23	3.10	7.11	1.15	2.97	6.96	1.22	2.23	4.28	1.17	2.25	4.01	1.10	2.17	4.15
	2	1.19	2.85	5.84	1.14	2.90	5.21	1.07	2.80	5.64	0.76	2.03	4.22	0.73	2.08	3.88	0.69	2.01	4.09
	3	1.18	2.82	5.77	1.13	2.88	5.16	1.06	2.77	5.58	0.04	0.13	0.30	0.04	0.14	0.29	0.04	0.13	0.29
III-B	1	5.36	5.11	5.02	6.49	6.37	6.25	10.52	10.43	10.27	1.05	1.10	1.00	1.94	1.91	2.10	4.44	4.40	4.34
	2	0.55	0.65	0.54	1.61	1.59	2.11	4.25	4.21	4.16	0.31	0.39	0.31	1.37	1.34	1.62	3.82	3.78	3.73
	3	0.48	0.58	0.48	1.59	1.57	2.07	4.12	4.08	4.03	0.05	0.06	0.05	0.17	0.17	0.17	0.41	0.41	0.40
I-P	1	0.74	3.03	6.54	0.64	2.96	4.71	0.53	2.77	6.26	0.47	1.87	4.04	0.40	1.83	3.08	0.33	1.72	3.86
	2	0.57	2.29	4.95	0.49	2.23	3.57	0.40	2.09	4.73	0.30	1.16	2.28	0.26	1.14	2.07	0.21	1.07	2.20
	3	0.54	2.17	4.57	0.47	2.12	3.44	0.38	1.98	4.38	0.02	0.08	0.16	0.02	0.08	0.15	0.02	0.08	0.16
II-P	1	0.53	0.54	0.47	2.34	2.29	3.91	4.93	5.32	6.10	0.34	0.35	0.31	1.52	1.48	2.32	3.75	4.53	4.50
	2	0.36	0.37	0.32	1.57	1.53	2.72	3.85	4.76	4.67	0.29	0.29	0.26	1.30	1.26	1.36	2.99	2.69	3.15
	3	0.36	0.37	0.32	1.56	1.51	2.47	3.60	3.32	3.86	0.02	0.02	0.02	0.10	0.10	0.10	0.25	0.23	0.26
III-P	1	6.82	6.83	6.95	7.66	7.28	7.15	7.67	7.04	6.23	6.07	6.01	5.93	6.90	6.43	6.12	6.73	5.58	5.33
	2	6.36	6.34	6.35	7.20	6.77	6.53	7.00	5.77	5.69	1.58	1.80	1.95	2.20	2.06	2.07	2.30	2.52	2.10
	3	2.20	2.51	2.79	2.91	2.83	2.95	3.00	3.28	2.89	0.11	0.13	0.18	0.12	0.15	0.19	0.13	0.19	0.20

ないことになる。それに対して、平板理論の変位場に ZIG-ZAG 項を付加する ZIG-ZAG 理論では、ZIG-ZAG 項により連成が生じて僅かに影響を及ぼすことになるが、その影響は極めて小さくなっている。

面外振動モードでは、次数に $p=5$ を用いると I-B モードで 1%未満、II-B モードでは 1~3%程度、III-B モードでは 0.5~3%程度の誤差が生じている。式(1)の Region-wise ZIG-ZAG 理論の変位場により、任意の次数の改良 ZIG-ZAG 理論の解を容易に計算できる。

一方、面内振動モードでは、どのモードにおいても誤差が面外振動モードに比べ極めて大きくなっている ($p=1$ では III-P モードは現れない)。 $p=1$ が ZIG-ZAG 項であり、ZIG-ZAG 項は曲げ項であるので面外振動モードには効果があるが、面内振動モードには殆ど影響を及ぼさない。このことから、次数に $p=5$ を用いても、I-P モードで 1~9%程度、II-P モードで 0.5~6%程度、III-P モードでは 8~11%程度の誤差が生じている。

(2) 領域数 $N_R = 2$, $N_R = 3$

表-2 は領域数 $N_R = 2$ と $N_R = 3$ を用いた場合の固有振動数の厳密解に対する誤差(%)を示したものである。展開次数は $p=1\sim 5$ まで採っている。

領域を 2 以上に採った場合の解の収束性を表-1 と比較すると、次数の偶数、奇数に関係なく精度が改善されていることが確認できる。紙面の都合により、表-2 には $p=3$ までしか載せていないが、領域数 $N_R = 2$ の場合で $p=5$ を用いると、I-B モードで 1%未満、II-B モードでは 0.5~1.5%程度、III-B モードでは 0.3~2.3%、I-P モードでは 1%未満、II-P モードで 0.1~2%程度、III-P モードでは 1~2%程度の精度の良い固有振動数が計算できている。

さらに、領域数 $N_R = 3$ を用いると収束性がさらに改善され、次数 $p=3$ を用いると全てのモードで厳密解に対する誤差が 1%未満となっている。

5. まとめ

異方性積層板の自由振動解析に Region-wise ZIG-ZAG 理論を適用し、板厚比 $h/b=1/10$ の対称 6 層積層板の固有振動モードを面外振動モードと面内振動モードに分類し、固有振動数の厳密解に対する精度と領域数の採り方が固有振動数の精度に与える影響について検証した。

Region-wise ZIG-ZAG 理論では、領域数を 2 以上に採ることで次数の偶数項、奇数項に関係なく、精度が改善され、面内振動モードでも精度の良い固有振動数が得られる。さらに、領域数を増加させることで解の収束性はさらに改善される。

従来の ZIG-ZAG 理論では面内振動モードに対して ZIG-ZAG 項の効果は無いが、本研究の Region-wise ZIG-ZAG 理論により、従来の ZIG-ZAG 理論の適用性を大幅に拡張できる。

謝辞： 本研究は、JSPS 科研費 JP22K04295 の補助を受けた。ここに、感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 渡辺 力, 金浜瞳也, 佐々木恵一: 異方性積層板の自由振動解析における厳密解の導出と改良 ZIG-ZAG 理論の精度検証, 構造工学論文集, vol.66A, pp.187-200, 2020.
- 2) 渡辺 力: 複合材料ならびに等方性材料からなる積層構造のための Region-wise ZIG-ZAG 理論の開発, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.76, No.1, pp.58-74, 2020.