

Gomory-Hu 木を援用したセントロイド周辺ノードの集約による ネットワーク縮約手法の構築

Construction of network contraction method by aggregation of nodes around centroid using Gomory-Hu tree

北海道大学工学部

○学生員 成岡亮佑 (Ryosuke Naruoka)

北海道大学大学院工学院

正員 杉浦聡志 (Satoshi Sugiura)

1. はじめに

近年計算機の性能向上と観測技術を背景に道路ネットワーク分析に利用可能なデータは精緻化、詳細化が進められてきた。我が国では道路ネットワークデータも極めて解像度の高いデータが提供されており、これらを利用したネットワーク分析が可能となっている。しかしながら、街路も含むような都市圏の道路ネットワークは非常に大規模となり、分析のための計算コストが課題となる。一方で、交通量配分等で利用される OD 交通量はゾーンレベルで調査された結果を利用することから、これを利用した分析において、極端に子細なリンクへのフローは結果の解釈が困難となることも生じる。本研究では、利用者均衡配分における大規模ネットワークでの計算負荷の低減と、特にセントロイド周辺に生じるフローの解釈が困難となる課題について解決の一助となる手法の構築を目指す。具体的には、交通量配分の際に用いる最短経路探索の計算量を減らすために、分析結果が大きく変動しないようにネットワーク中のノード数を減らすことを考える。最短経路探索はノード数が計算コストに大きく影響される。ネットワーク上のノードを適切に集約することができれば計算負荷は低減できると考える。また、セントロイド周辺のネットワーク縮約により粗視化が可能となり、フローの結果解釈が容易となる。

手法としては、まず利用者均衡配分で需要の発生集中の代表点として設定されるセントロイドのようなコミュニティの核となるノード（以下セントロイドと呼ぶ）の存在を仮定する。次にセントロイドの周辺に存在し、かつ同一コミュニティに属するノードを集約する。コミュニティの特定には様々な方法があるが、本研究では交通量配分の分析結果を縮約前と大きく変動させないために、リンクの交通容量に基づいたネットワークの縮約を行う。これは杉浦・三輪¹⁾の Gomory-Hu 木²⁾を利用したコミュニティの検出法を援用したものである。杉浦・三輪¹⁾のコミュニティ分割の特徴として、簡便な方法でコミュニティ分割が可能となること、セントロイドの存在を前提とするため、交通量配分等ネットワーク上の分析への応用が容易であること、さらに、コミュニティ境界がセントロイド間の最小カットで与えられることが挙げられる。セントロイド間の境界が最小カットで与えられることで、境界内は境界上よりも容量が小さいカットが存在しないことが保証される。すなわち、セントロイド間の断面容量で最も不足する断面は境界上に現れ、境界より内部の混雑状況がその境界上の混雑に依存するネットワ

ーク構造を構築できる。

本稿では提案手法をテストネットワークに適用し、ネットワークの縮約がもたらす結果について分析する。

2. 提案手法

2.1 記号の定義

本稿で用いる変数を以下のように定義する。

V : ネットワーク中のノード集合、その成分は $n \in V$ で示す

A : ネットワーク中のリンク集合

C : セントロイドの集合。 $C \subset V$ である

$G(V, A)$: ノード集合 V 、リンク集合 A で構成される無向グラフで記述されたネットワーク

a : ネットワーク中のリンク ($a \in A$)。ただし、特に端点ノードを記述するときには、 $a = \{u, v\}$ とする

U : ネットワーク中のノードの部分集合 ($U \subseteq V$)

x_a : リンク a を通過するフロー

c_a : リンク a の容量

t_a : リンク a の所要時間

l_a : リンク a の長さ

s : 起点を表現するノード ($s \in V$)

t : 終点を表現するノード ($t \in V$)

p : コミュニティを示すインデックス

P : ネットワーク内のコミュニティ集合 ($p \in P$)

$n(p)$: コミュニティ p 内に含まれるノード集合

$\dot{n}(p)$: コミュニティ p の境界をまたぐリンク端点のうち、コミュニティ p 内に含まれるノードの集合。 $\dot{n}(p) \subset n(p)$ である

$E(p)$: 完全グラフに含まれるリンク集合

Q_p : コミュニティ p のゾーン内交通量

O_p : コミュニティ p の発生交通量

D_p : コミュニティ p の集中交通量

H_p : コミュニティ p のゾーン内平均速度

ϕ : コミュニティに含まれるリンク集合

$out(p)$: コミュニティ p から流出するリンク集合

$in(p)$: コミュニティ p に流入するリンク集合

a : 最小カットに含まれるリンク集合

W : OD ペアの集合 $((s, t) \in W)$

2.2 GH 木によるコミュニティ分割

杉浦・三輪¹⁾による Gomory-Hu 木によるコミュニティ検出法について概説する. Gomory-Hu 木(以下, GH 木と呼ぶ)は, 無向グラフで記述されたネットワーク中の全てのノードペア間の最小カットを全域木上に表現したものである. なお, 全域木とは, ネットワーク中の全てのノードを閉路が含まれないように接続したグラフである. 以下, GH 木の定義である.

定義: Gomory-Hu 木

無向グラフ $G(V, A)$ の Gomory-Hu 木は以下の特徴を満たす重みつき無向全域木である.

1. ノードペア (s, t) 間の最小カットの解は, $T(V, E)$ 内の s と t を接続するただ一つの経路中に存在するリンクの重みの最小値として得られる. このリンクを e^* と呼ぶ. また, $T(V, E)$ 内の (s, t) 間経路に最小の重みをもつリンクが複数存在する場合には, このいずれかを e^* とすることができる.
2. 任意のノードペア (s, t) について, $T(V, E)$ から e^* を除去することによって生成される 2 つの分割は元のグラフ $G(V, A)$ における最小 (s, t) カットと一致する. なお, e^* の候補が複数ある場合, いずれの候補リンクにおいてもこの性質が成立する.

例として図-1に示すネットワークに対して生成された GH 木を図-2に示す. GH 木の各リンクの重みは, その端点間の最大流問題の解の値となっている. 例えば, ノード 1 と 3 の間にあるリンクは重みが 1100 であるが, これはノード 1 とノード 3 を起終点とした元のネットワーク上における最大流問題の解と一致する. このときの最小カットは $\{L2, L4, L5\}$ であり, これらの容量の合計は 1100 である. また, ノード 1 とノード 4 を起終点とした時の最大流問題の解は 1300 であり, 最小カットは $\{L1, L4, L5\}$ である. GH 木上でのノード 1, 4 間の経路は $\{TL2, TL3\}$ を通過し, それぞれの重みは $\{1300, 1700\}$ である. したがって, e^* は TL2 で特定される. 以上のことから, GH 木の定義で示した 1 つ目の特徴が実現していることを確認できる. また, 求めた e^* を GH 木から取り除くことで, 2 つのサブノード集合 $U_{a_k} = \{1, 3\}$ と $V - U_{a_k} = \{2, 4, 5\}$ が生成される. これはノード 1 とノード 4 を起終点としたときの最小カットと一致している. したがって, 2 つ目の定義も実現していることが確認できる. GH 木の詳細な作成方法は杉浦・三輪¹⁾および Gomory and Hu²⁾を参照されたい. また杉浦・三輪¹⁾では GH 木の作成において, セントロイドに隣接するノードとセントロイド間に大きな容量を持つダミーリンクを付与することで最小カットが起終点に接続したリンクとして特定されることを回避している. これにより, ネットワークに恣意的な変更を加えることになるが隣接ノードも含めてノード代表点と解釈している.

次に, 以下の二つの条件によりコミュニティ分割を行

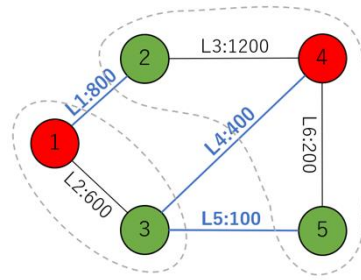


図-1 例題ネットワーク

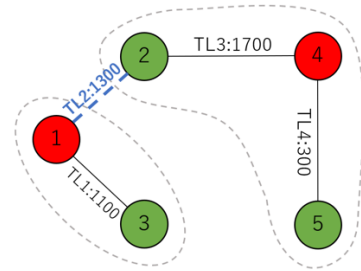


図-2 例題ネットワークに対する GH 木

う. 一つは分割されたコミュニティには必ず 1 つのセントロイドが存在すること. もう一つは分割されたノード集合とその外側のノードは, 最小カットによって境界を与えられること. コミュニティ分割の手順を以下に述べる. まず, 対象とするセントロイド ($0 \in C$ とする) について他の全てのセントロイド ($\forall d \in C | d \neq 0$) への経路を GH 木上で探索し, 最小重みをもつリンク $e^* = \{e_1^*, e_2^* \dots e_d^* \dots e_{|C|-1}^*\}$ を特定する. これは GH 木の特性から簡便に特定できる. そして特定した e^* を取り除き, セントロイドが含まれる連結成分をコミュニティとする.

2.3 ネットワーク縮約の手順

本稿で提案するネットワーク縮約の手順を示す. Step1 から 2 までは杉浦・三輪¹⁾と同等である.

Step1. GH 木の生成

対象とするネットワークを入力として GH 木を出力する.

Step2. コミュニティの特定

前述の杉浦・三輪¹⁾のコミュニティ特定手法を用いる. 結果として, コミュニティに含まれないノードも含め, ネットワーク上の全てのノードについて, どのコミュニティに属しているかが出力される.

Step3. 境界リンクの特定

リンクの端点である 2 ノードがそれぞれ異なるコミュニティに属しているリンクを境界リンクと呼ぼう. すなわち, 境界リンクは $a = \{i, j | i \in n(p), j \notin n(p)\}$ で特定できる. 境界リンクを全てのコミュニティにおいて特定する.

Step4. コミュニティ内補完グラフの作成

各コミュニティ内で, 境界リンクを構成しているノード $n(p)$ とセントロイドを頂点とする完全グラフを構成する. 完全グラフに含まれるリンク集合を $E(p)$ としよう.

Step5. コミュニティ内一般ノードの除去

縮約による除去の対象となるノードは、コミュニティにおいて境界リンクを構成せず、かつ、セントロイドでないノードである。すなわち、 $i \notin \hat{n}(p)$ であるノードをネットワークから除去する。

以上の手順により出力される縮約後のネットワークは図-3に示すような形状となる。破線は境界リンクである。各コミュニティは色で表現しており、セントロイドは大きなサイズとした。また、灰色のノードはどのコミュニティにも属さないノードである。コミュニティ内補完グラフのリンク $E(p)$ は実線で示しており、各コミュニティの $\hat{n}(p)$ とセントロイドが完全グラフで接続される。

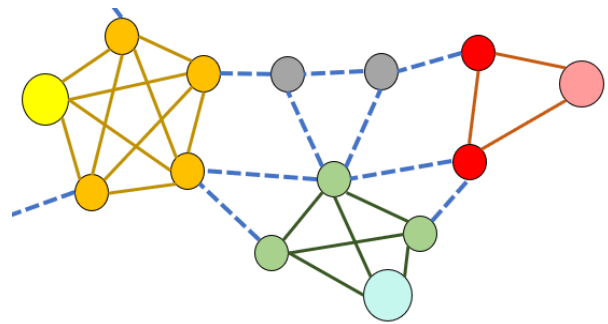


図-3 提案手法により構成される縮約ネットワーク

2.4 交通量配分のためのリンクコスト関数の特定

縮約後のネットワークはコミュニティ p 内のノードおよびリンクが一部除去されている。そのため、もとのネットワークの諸元が失われている。そこで、コミュニティ内補完グラフとして与えたリンクにリンクコスト関数を与える。まず、完全グラフは $\hat{n}(p)$ およびセントロイドの接続を概念的に示したものである。このリンクに、コミュニティ内の移動時間を与える。コミュニティ内の移動時間は交通量に依存するため、リンクコスト関数を以下のように考える。まず、本稿で提案するコミュニティは境界が最小カットで定義されることから、コミュニティ内の所要時間が境界リンクを通過する交通量に依存すると仮定する。すなわち、境界リンクの集合を通過する交通量がその断面の容量よりも大きければ、コミュニティ内部もそれと同様に混雑し、小さければ混雑しにくいと考える。この前提において以下のように設定する。

$E(p)$ に含まれるリンクの距離は $\hat{n}(p)$ およびセントロイドの2点間における縮約前のネットワークでの最短距離で与える。実ネットワーク上では境界リンクの交通量に対して、コミュニティ内の平均速度を観測機等から取得し、複数日の観測データから交通量に対する平均速度の関数を得る。境界を通過する交通量、コミュニティ内の平均速度の関数および2点間の縮約前のネットワークにおける距離により、 $E(p)$ に含まれるリンクの所要時間が求められる。

3. ネットワーク縮約の結果

テストネットワークとして、Anaheim ネットワーク³⁾を利用する。ノード数は416、リンク数は914、セントロイド数は38である。GH木の作成、及びコミュニティの特定を行いコミュニティ内部のノードを縮約した。

図-4はAnaheimのコミュニティ分布を示している。図中にはコミュニティ毎に背景色を与えている。どのコミュニティにも属さないノードは1つあった。図-5は縮約後のネットワークである。なお、付与するコミュニティ内補完グラフのリンクは煩雑さを回避するために省略した。図-4および図-5を比較すると、コミュニティ内部のノードが集約されたことがわかる。縮約後のノード数は189、リンク数は3299であった。ノード数は大幅に削減されたことが確認できる。一方でリンク数は大きく増大した。これは、コミュニティ内補完グラフを構成するこ

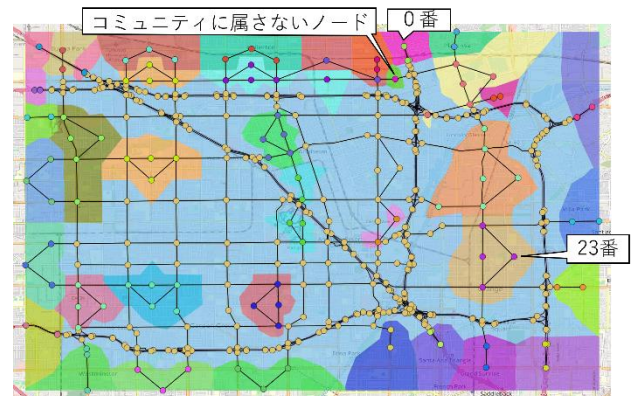


図-4 コミュニティの分布状況



図-5 縮約後のネットワーク

とから、ノードを多く含むコミュニティではリンク数が大きく増大したことにより、この結果となった。基本的に最短経路探索の計算負荷はノード数に依存するため、これにより計算負荷が小さくなることを期待する。

4. 縮約ネットワークに基づく交通量配分の挙動確認

縮約後のネットワークで交通量配分を行い、その挙動を確認する。交通量配分にあたっては、コミュニティ内補完グラフで構成したリンクのリンクコスト関数を設定する必要がある。しかしながらテストネットワークであるAnaheimでは実測の交通量と平均速度の関係を調べることができない。そこで、ここでは日常の変動を想定した交通量配分の結果に基づいた設定を与えることとする。所与のOD交通量に対して、各ODペアで最大上下20%変動する一様分布により生成したOD表を100個用

意する．この OD 表をそれぞれ入力としてもとのネットワークにおいて交通量配分を実行したときのリンクフローと走行速度を記録した．コミュニティ内を走行する交通量は以下で与えられる．

$$Q_p = \frac{O_p + D_p + \sum_{a \in \text{in}(p)} x_a + \sum_{a \in \text{out}(p)} x_a}{2} \quad (1)$$

ゾーン内平均速度は，リンク距離を得られたリンク所要時間で除したのに対して平均をとったものであり，以下のように求められる．

$$H_p = \frac{\sum_{a \in \varphi_p} \frac{l_a}{t_a}}{|\varphi_p|} \quad (2)$$

ここで， φ_p はコミュニティ p の境界リンク集合である．

図-6 はセントロイド 0 番が含まれるコミュニティで得られた Q_p と H_p の関係をプロットしたものである．同様に図-7 はセントロイド 23 番が含まれるコミュニティで得られたプロットである．この図からゾーン内交通量とゾーン内平均速度の間には線形の関係があることが確認できる．他のセントロイドが含まれるゾーンのプロットでも同様の傾向が確認できた．得られたプロットをもとに回帰分析を行い，ゾーン内を走行する交通量に対してゾーン内平均速度が出力される関数を特定する．その後，縮約後のネットワークでの交通量配分を行い，得られた交通量配分結果を元ネットワークと OD 所要時間，総旅行時間，残存リンクのリンクフローなどで比較して分析する．縮約後のテストネットワークでの交通量配分の結果については講演時に報告する．

5. おわりに

本稿では，杉浦・三輪の GH 木を援用したコミュニティの検出方法を活用したネットワーク縮約手法を示した．提案した手法はコミュニティ内部のノードを縮約することでネットワーク全体のノード数を減らすことを可能にしている．テストネットワークでは，元のノード数に対して 55% のノードを縮約できた．詳細な結果は講演時に報告する．

謝辞：本研究は国土交通省「道路政策の質向上に資する技術研究開発」の令和2年度研究助成（テーマ名：公共交通ターミナル整備の空間経済分析に関する研究開発）の助成を受けたものである．

参考文献

- 1) 杉浦聡志，三輪三太：Gomory-Hu 木を利用した最小カット構造に基づくコミュニティ検出方法，第63回土木計画学研究発表会・講演集，2021
- 2) Gomory, R.E. and Hu, T.C.: Multi-terminal network flows. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 9, pp.551-570, 1961.
- 3) <https://github.com/bstabler/TransportationNetworks/tree/master/Anaheim> (2021.12.13 閲覧)

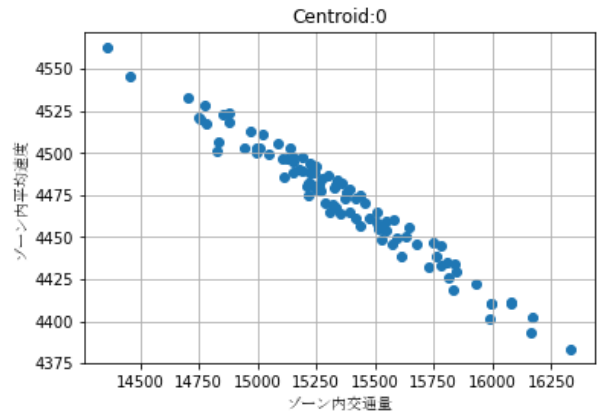


図-6 0 番コミュニティにおける Q_p と H_p の関係

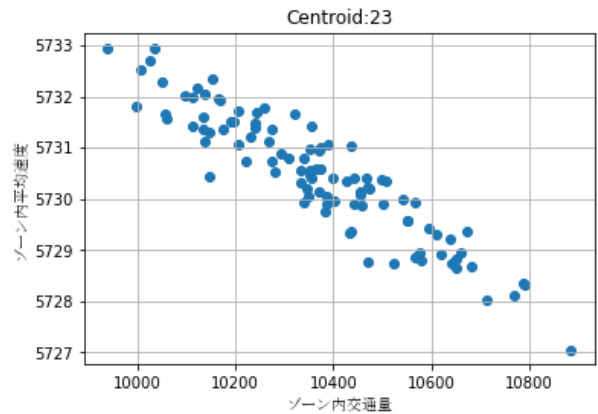


図-7 23 番コミュニティにおける Q_p と H_p の関係