

BOS-FBP 法を用いた気流内浮遊液滴近傍の密度分布の可視化

Visualization of density distribution near a levitating droplet in airflow using BOS-FBP method

北海道大学大学院工学院 ○学生員 小林 正法 (Masanori Kobayashi)
北海道大学大学院工学研究院 正 員 猿渡亜由未 (Ayumi Saruwatari)

1. はじめに

今後気候変動に伴い極めて強い台風の出現頻度が高くなっていくことが危惧される中、台風下の大気海洋相互作用を通じた台風強度の発達過程を正しく評価する為には、暴風波浪下における大気-海洋間の熱や湿度の輸送速度をより高精度に予測することが求められている。一方、現在気象計算で用いられている熱・湿度輸送モデルは、大気-海洋間のマクロな輸送量を経験的にモデル化したものとなっている。

台風通過時等の暴風波浪場では大量の気泡が海中に混入し、この気泡が海面に浮上して弾ける際に発生する Film droplets や Jet droplets、発達した高波のクレスト部が強風によって引きちぎられる際に発生する Spume など様々な種類の飛沫が海上に多く放出される¹⁾。発生した飛沫はその蒸発過程の中で周辺空気から気化熱を奪うと共に湿度を供給し、飛沫周辺に熱・湿度境界層を形成する。強風の中でその境界層は剥離し、風下方向に熱と湿度が効率的に供給される。このように海上飛沫は大気-海洋間の熱・湿度交換において重要な役割を果たす。飛沫を介した大気-海洋間の熱・湿度輸送は海上気象を決定する要因の一つであり、熱・湿度輸送モデルの更なる高精度化のためには、飛沫を介した大気-海洋間の熱輸送の素過程を評価することが必要になる。

飛沫による熱輸送過程に対する理解を深めるには、個々の液滴の蒸発過程を調べる必要がある。温度や水蒸気量の変化によって生じる空間的な屈折率分布を可視化する方法として、古くから Schlieren 法が用いられてきた²⁾。この Schlieren 法をベースに空間の屈折率分布を定量的に測定する方法として Background-Oriented Schlieren (BOS) 法が提案されている³⁾⁻⁵⁾。また医療用 CT 等において断層内の構造を再構成する手法として Filtered Back Projection (FBP) 法が広く用いられているが、これを BOS 法と共に用いることにより空間の屈折率分布及び密度分布を推定する方法も提案されている⁶⁾。

本研究では蒸発する浮遊液滴の近傍において温度や湿度が変化する気相内における屈折率分布と密度分布を BOS-FBP 法により可視化計測することにより、気流内の液滴からの境界層剥離現象について定性的特徴を明らかにすることを目的とする。

2. 実験の概略

2.1 Background-Oriented Schlieren 法

Background-Oriented Schlieren (BOS) 法は、密度の変化によって生じる屈折率の変化を検知する方法である。BOS 法では、バックライトの光軸上での密度、即ち屈

折率変化があることによる背景画像の変位量より屈折率の分布を得る。これにより光線に沿った積分値として、密度勾配の分布を知ることができる。BOS 法は一般的な Schlieren 法と比べて、定量性を有する点が特長である。また、その光学システムの簡易さも大きな特長であり、設置の自由度や利便性が高いため、多くの光学機器と繊細な光軸調整を要する従来の Schlieren 法に代わる可視化手法とすることが考えられる⁷⁾。

2.2 Filtered Back Projection 法

画像再構成は被写体の積分変換（投影）から被写体を求める逆問題である。フィルタ補正逆投影（Filtered Back Projection: FBP）法は解析的な画像再構成法であり、CT や MRI など医用イメージングの画像再構成に広く用いられている。本研究ではこの手法と BOS 法を組み合わせることにより、空間の密度分布の可視化を行う。

図-1 のセットアップで BOS 法を行うと、平行光の光軸に沿った屈折率変化の積分値を反映した投影画像が取得できる。通常、二次元の投影データから三次元の空間分布を得るためにはあらゆる方向から投影データを得る必要がある。しかし、本研究では計測対象が液滴であることを利用し、液滴を軸対称とみなし、どの方向から得た投影データも同じであると仮定することで二次元の投影データを全方向に適用し、二次元の密度分布を再構成する。

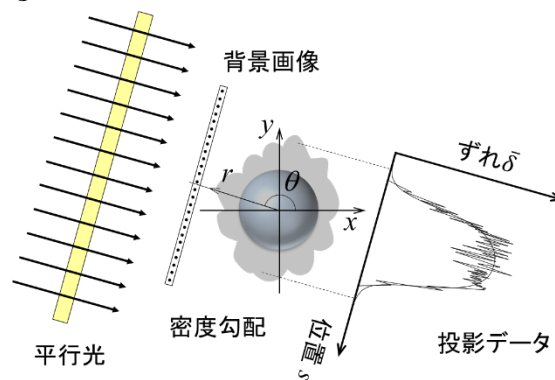


図-1 密度勾配による気相内屈折率分布の変化に起因する背景画像のずれの検出

2.3 解析手法

BOS-FBP 解析は Xiong et al. (2020) に従って行う。図-2 に示すような典型的な BOS 法のセットアップ図において、 x 方向および y 方向の屈折角 ϵ_x および ϵ_y は変位量が十分小さいと仮定すると、単純な幾何学的関係から次

のように表される．

$$\varepsilon_x \approx \frac{\Delta x}{Z_d}, \quad \varepsilon_y \approx \frac{\Delta y}{Z_d} \quad (1)$$

ここで， Z_d は背景画像から密度勾配の中心までの距離， Δx および Δy はそれぞれ x 方向および y 方向の変位量である．

一方，空間の屈折率 n を正規化した屈折率フィールドを次式のように定義する．

$$\delta = \frac{n}{n_0} - 1 \quad (2)$$

ここで， n_0 は周辺空気の屈折率であり，本研究では1.000273（25℃）とした． δ を z 方向に線積分した $\bar{\delta}$ は次の Poisson 方程式を解くことで得られる．

$$\frac{\partial^2 \bar{\delta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\delta}}{\partial y^2} = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial y} \quad (3)$$

検査領域内の $\delta(x, y)$ と，投影データ $\bar{\delta}(s, \theta)$ の関係は次式で表される．

$$\bar{\delta}(s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y) \Lambda(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy \quad (4)$$

ここで， Λ はディラックのデルタ関数である．(4)式は，ラドン変換として知られており，原画像のうち回転座標系の s に相当する部分のみをデルタ関数によって抽出し，抽出された値の総和を取ることを示す．従って，角度 $\theta(0 \leq \theta < \pi)$ において位置 s に相当する投影線上で $\delta(x, y)$ を線積分することに相当する．

画像再構成は投影 $\bar{\delta}(s, \theta)$ から原画像 $\delta(x, y)$ を復元するものであり，その数学的關係は投影切断面定理によって与えられる．投影切断面定理は $\bar{\delta}(s, \theta)$ の1次元フーリエ変換 G_θ の関係を表す．

$$G_\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\delta}(s, \theta) e^{-i2\pi\omega s} ds \quad (5)$$

しかし，実際には投影を θ について連続的に取得することができず，極座標で得た投影 G_θ を直交座標に再配置

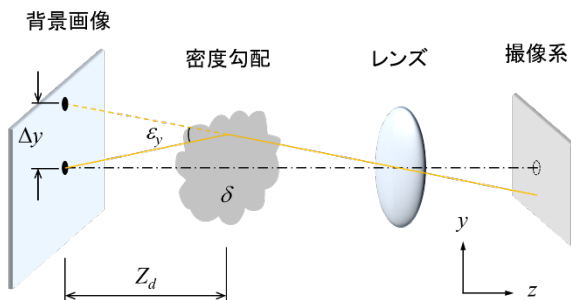


図-2 典型的な BOS 法のセットアップの概略図

する際，高周波成分ほどデータが粗になってしまう．この誤差をなくすためフィルタ $|\omega|$ を掛け，平滑化を図る．更に1次元フーリエ逆変換を行い実空間に戻す．

$$\delta(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{\infty} |\omega| G_\theta e^{i2\pi\omega s} d\omega \right] d\theta \quad (6)$$

フィルタ補正した投影を $\theta(0 \leq \theta < \pi)$ について積分し，原画像 $\delta(x, y)$ を得る． $\theta(0 \leq \theta < \pi)$ についての積分は， $s = x \cos \theta + y \sin \theta$ で示される $\delta(x, y)$ に1次元フーリエ逆変換後の値を加算する操作を行う．ここでやっている投影線上に投影の値を書き込む操作を逆投影（Back Projection: BP）といい，以上の方法がFBP法である．

空間の屈折率の分布 n は(2)式から，

$$n = n_0(\delta + 1) \quad (7)$$

と表される．そして，空間の密度分布は Gladstone-Dale の関係式から屈折率分布をもとに推定することができる．

$$\rho = \frac{n - 1}{G_d} \quad (8)$$

ここで， G_d は Gladstone-Dale 定数であり，本研究では $0.23 \times 10^{-3} \text{m}^3/\text{kg}$ を用いた．

2.4 実験装置及び方法

図-3 に実験装置の概略図を示す．本実験では液滴と周辺空気との熱交換を調べるにあたって，液滴に対する他の物質の影響を除外するため，超音波浮遊法を利用した．図のような超音波浮遊装置を用いて計測領域に音響定在波を形成し，その音圧の節の位置にエタノール 5 μl をシリンジにより注入することで直径 1.06mm の液滴を浮遊させた．背景画像と計測領域を透過する光源としてハロゲンライトを用い，ピンホールを介して凸レンズ（焦点距離 100.0mm）に照射し，平行光にする．背景画像及び計測領域を透過した後，再び凸レンズ（焦点距離 500.0mm）で集光し，カメラ（オムロン社製，STC-MBS2041U3V）によって撮影した．詳しい実験条件お

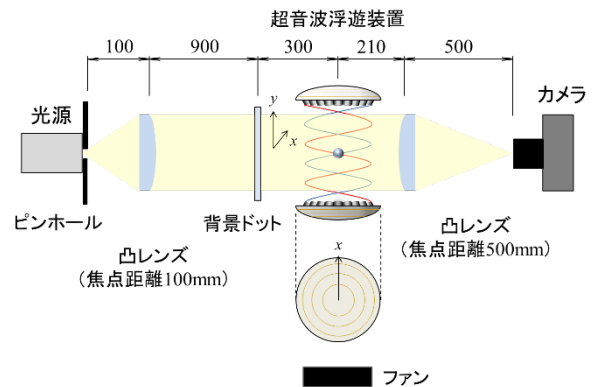


図-3 実験装置

表－1 実験条件および撮影条件

室温(℃)	25.0	case	風速(m/s)
撮影(解析)枚数	100(50)	①	0.0
液滴の直径(mm)	1.06	②	0.18
露光時間(ms)	9.926	③	0.55
背景ドット間隔(mm)	0.125	④	0.73
解像度(mm/pix)	0.006	⑤	0.88
撮影周波数(fps)	9.19		
FOV(mm)	20.5×20.5		

および撮影条件を表－1 に示す。また、液滴の側方（ x 軸方向）からファンによって風を当てており、風速は表のように変化させたケースを行った。1 ケースあたり 100 枚の連続画像を撮影し、そのうちの代表的な 50 枚程度を解析対象とした。背景画像には 0.125mm 間隔のドットパターンを使用し、背景ドットの移動量を算出するためにカメラの焦点は背景画像に合わせている。

すべての実験は恒温室および暗室内で行っており、外部からの光学的な影響を排除し、室温は 25℃を保っている。

3. 超音波が及ぼす液滴の浮遊特性

超音波によって空間中に保持された液滴は、表面張力に依存する固有の振動モードによって変形や振動を行う。液滴挙動を安定的に制御する際に、特に液滴挙動に影響を及ぼすのが液滴径と音圧である。音場の影響が卓越した場合には、図－4 に示すように液滴の界面が短時間で大きく変動する不安定な状態となり、やがて微粒化する。

液滴の固有振動数は(9)式のように記述される。

$$\omega^2 = \frac{\tau}{\rho r_0^3} l(l+2)(l-1) \quad (9)$$

ここで、 τ は液滴の表面張力係数、 ρ は液滴の密度、 r_0 は振動前の液滴半径、 l は振動モードの次数である。本実験では 40kHz の超音波で液滴を浮遊させているため、51 次モードの振動が誘発されていると考えられる（図－4）。51 次モードでは変形波数が大きく少なくとも目視では顕著な液滴の変形は確認できない。よって本研究で

mode					
2					
3					
4					
5					
51					

図－4 超音波による浮遊液滴の振動モード

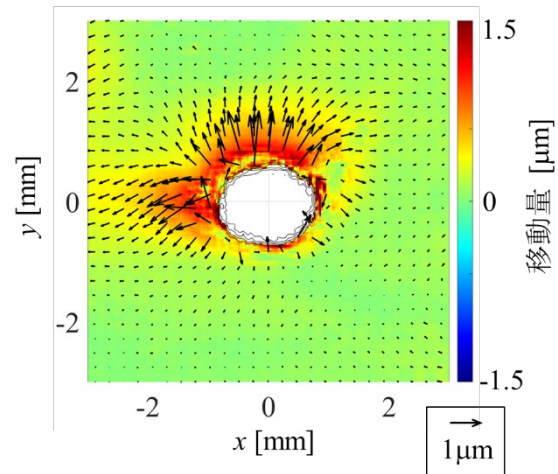
は、超音波放射による液滴への影響は無視できるものとして実験を行った。

4. 実験結果および考察

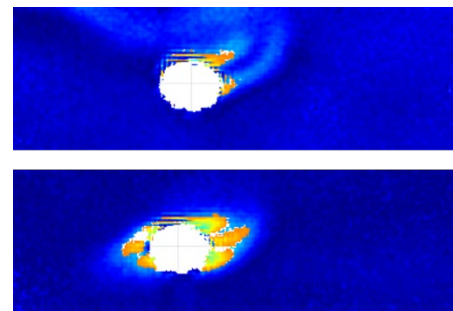
4.1 背景画像の移動量

背景の参照画像と実験での撮影画像を画像相関法により比較することで、背景ドット位置のずれを求めた。図－5 に典型的な実験ケースにおける、取得画像数で平均化した背景画像のずれの大きさと方向の分布をベクトルにより表したものを示す。ここで液滴中心を原点とする座標系に画像を変換している。この図から浮遊液滴から外側に向かう大きいベクトルが確認できる。これは液滴近傍における蒸発に伴う屈折率変化により、背景ドットからの光軸のずれを捉えたものである。

図－6 はケース 2 における気流中の液滴周辺の背景ドットの移動量の分布を表す。背景ドットの移動は液滴の気化による空気密度変化を反映したものであるが、気流中では液滴周りの境界層が剥離するため液滴背後にドット移動量の大きな領域が生じている。液滴背後に形成されていると考えられる三次元的な流れにトラップされ、ドット移動量の生じる領域は時々刻々と変化する。



図－5 背景画像の移動量ベクトル



図－6 気流中の背景画像の移動量分布

4.2 浮遊液滴近傍の密度分布

図－5 のような背景画像の移動量から、FBP 法を用いて検査空間における r 方向の屈折率分布が推定される。図－6 に典型的な屈折率分布の例としてケース 4 の結果を示す。原点付近の白い領域は液滴を表している。図－

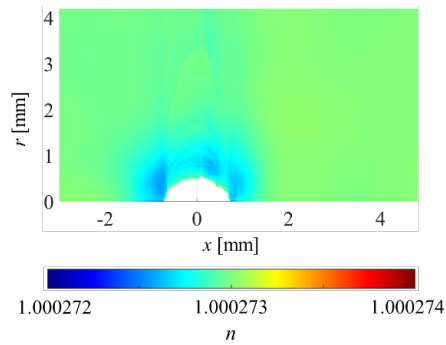


図-7 浮遊液滴近傍の屈折率分布 (0.73m/s)

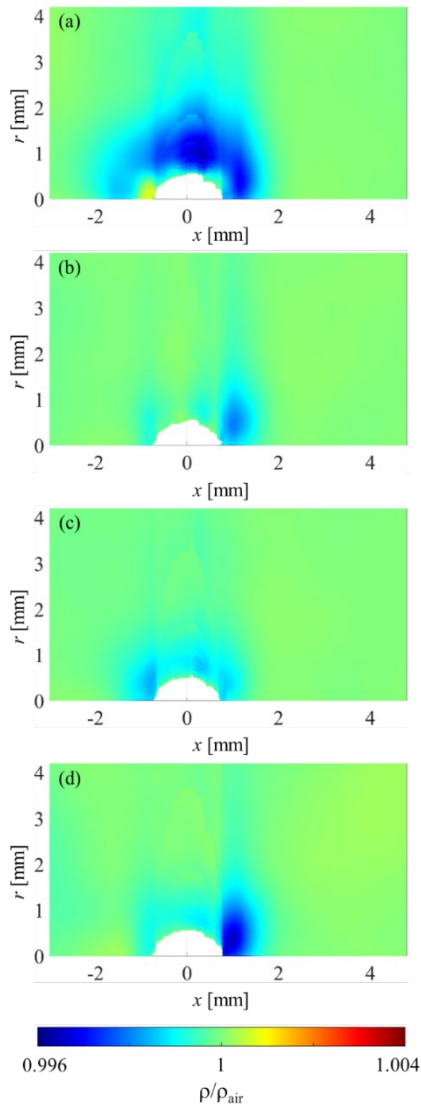


図-8 浮遊液滴近傍の密度分布. (a) 0.18m/s, (b) 0.55m/s, (c) 0.73m/s, (d) 0.88m/s

7 から、屈折率の分布は液滴近傍で周囲の領域より低い値を示しており、液滴表面に近づくにつれて大きい屈折率勾配が生じていることがわかる。

得られた屈折率分布から(8)式により空間の密度分布を推定することができる。図-8 に推定された空間密度分布を示す。推定された密度分布を周囲の空気密度 ρ_{air} で除した相対密度を表示している。それぞれ風速が (a) 0.18m/s, (b) 0.55m/s, (c) 0.73m/s および (d) 0.88m/s の

ケースを示している。また液滴の中心は $r = 0$ である。どのケースにおいても液滴近傍で密度変化が生じており、液滴の周囲に変化が顕著に見られることから液滴の蒸発に起因する密度変化が生じていると考えられる。また、風速の上昇に伴って液滴周囲の密度の変化量が減少していることが確認でき、密度変化が熱境界層を表すとする、ある風速を境に境界層が剥離すると考えられる。

5. 結論

本研究では、画像再構成手法として FBP 法を導入した BOS 法を利用し、気流中において蒸発する単一浮遊液滴近傍における屈折率と密度分布の定量的可視化を実施した。本研究の結論を以下に示す。

1. 背景画像の移動量を表すベクトルから浮遊液滴近傍において背景画像が顕著に移動していることが確認された。
2. 背景ドットの移動量が大きくなっていることから、浮遊液滴近傍においてはより大きな屈折率勾配が生じていると考えられ、風速増加に伴ってその勾配は減少する。
3. 空間の屈折率分布から Gladstone-Dale の関係式によって密度分布を推定した。浮遊液滴近傍における密度変化が熱境界層を表すとする、ある風速を境に境界層が剥離する様子が計測された。

本研究では、BOS-FBP 法を用いて空間内の密度分布の推定のみに留まったが、その結果を利用した気液間の熱輸送の定量的な評価が今後求められる。

参考文献

- 1) H. Grythe, J. Ström, R. Krejci, P. Quinn and A. Stohl: A review of sea-spray aerosol source functions using a large global set of sea salt aerosol concentration measurements, *Atmospheric Chemistry and Physics*, Vol.14, pp.1277-1297, 2014.
- 2) T.P. Davies: Schlieren photography – short bibliography and review *Optics & Laser Technology*, 13, 1, pp. 37-42, 1981.
- 3) G.E.A. Meier: Computerized background-oriented schlieren, *Experiments in Fluids*, 33, 1, pp. 181-187, 2002.
- 4) Dalziel S., Hughes G. and Sutherland B.: Whole-field density measurements by ‘synthetic schlieren’, *Experiments in Fluids*, 28, 4, pp. 322-335, 2000.
- 5) M. Ota, H. Kato and K. Maeno: Computed-tomographic density measurement of supersonic flow fluid by colored-grid background oriented schlieren (CGBOS) technique, *Measurement Science and Technology*, 22, 104011, 2011.
- 6) S. Amjad, S. Karami1, J. Sorial and C. Atkinson: Assessment of three-dimensional turbulent density measurements from tomographic background-oriented schlieren (BOS), *13th International Symposium on Particle Image Velocimetry*, 2019.
- 7) Y. Xiong, T. Kaufmann and N. Noiray: Towards robust BOS measurements for axisymmetric flows, *Experiments in Fluids*, 61, 178, 2020.