

励振周波数に依存した Faraday 波のスペクトル遷移

Spectral transitions of Faraday wave depending on excitation frequency

北海道大学院工学院修士課程 2 年 ○学生員 小嶋亮太 (Ryota Kojima)

北海道大学院工学研究院 正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

円筒容器に入れた液体を一定の周波数, 振幅で鉛直加振した際, 自由水面に Faraday 波と呼ばれる定常波が発生する(Faraday)¹⁾. 容器の直径が充分大きく, 壁面の影響を受けない場合, 上方から観察できる表面張力波を含む水面形は直線, 三角, 四角, 六角等さまざま, 不規則な周期性を持つ(Kumar et al.)²⁾(Kudrolli et al.)³⁾(Christiansen et al.)⁴⁾. また, Benjamin and Ursell は水深 h の非粘性流体が重力場において鉛直加速度 $f \cos \omega t$ を受けるとき, 線形波を仮定することで以下の分散関係を導いた⁵⁾.

$$\frac{d^2 a_{ni}}{dt^2} + k_{ni} \tanh k_{ni} h (g + f \cos \omega t) a_{ni} = 0$$

ここで, k_{ni} は (θ, r) 方向のモード (n, i) の波数, a_{ni} は各モードの振幅である. このように振幅の時間変化, 重力加速度, 鉛直励振の項で表され, もし $f = 0$ であれば分散関係 $\sigma_{ni} = \sqrt{g k_{ni} \tanh k_{ni} h}$ を与える.

一方で, ある周波数, 振幅で鉛直加振し続けた際, 定常波の振幅が増大し非線形な水面形状を表し, 中心にくぼみが発生した後, 中心に対して対象な波同士が衝突し, 鉛直ジェットが発生する(図-1). この現象はミラー効果より, 変形した波が多方向から一点集中した際に発生する flip-through と等価な現象であるといえる⁶⁾. Longuet-Giggins は Faraday 波によって円筒中央でジェットを発生させ水面形の安定限界角を与えている⁷⁾. このことから, Faraday 波の発達過程を明らかにすることにより想定上最大 flip-through の発達機構を明らかにできる可能性がある.

本研究は多方向集中波による波一構造物相互作用を明らかにする最終目的の下, 各周波数に対する Faraday 重複波の時間変化を, 画像解析を用いて明らかにするものである.

2. 実験方法

内径 92 mm, 高さ 100 mm の透明アクリル製円筒容器に水深 50 mm で白色微粉末で白濁させた蒸留水を入れ, 鉛直加振機により振幅 0.025 ~ 0.5 mm, 周波数 20 ~ 200 Hz で鉛直振動させ, 自由水面に Faraday 波を生成する. 水面の変動を観察するため, 上方から撮影した波面に対して Diffusing Light Photography (DLP) で計測する. DLP は液体中に混入した微粉末により, 照射した光が散乱することで水深に応じた散乱距離に伴う光強度の変化を利用して画像輝度から水位を取得する手法である. 本実験では, 円筒容器下に LED パネルを挿入し, 鉛直上向きに光を照射しミラーを介して高速カメラ(解像度 640 ×

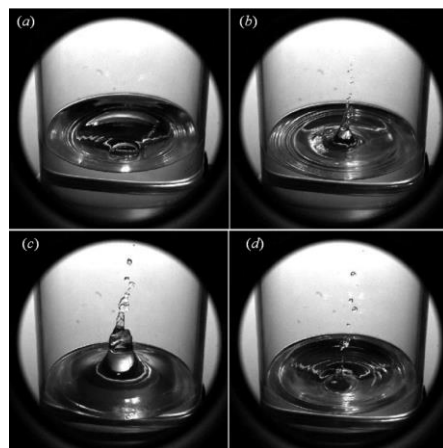


図-1 円筒容器の鉛直励振による波面の集中
(図中(a) ~ (d)の順で時間変化)

640, 撮影周波数 500 Hz)で撮影する(図-2). 水位取得に向け, 各ピクセルに対応する水深 - 画像濃度の更生直線を取得し, 水位の面分布に変換した. さらに水位の画像に対し極座標における 2 次元高フーリエ変換を行い, ある時刻の重複波波面において最も支配的な波数を計測し, 半径方向, 円周方向それぞれのモードの時間変化を調査した.

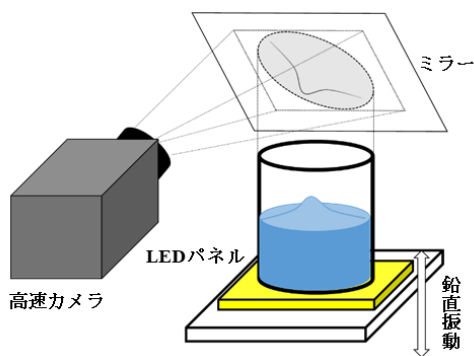


図-2 実験装置

3. 実験結果

3.1 水位分布の特徴

振動条件 20Hz において, 振動初期から中期にかけて円周方向モード $n = 0$, 半径方向モード $i = 4$ の同心モードの重複波が出現し(図-3, 左上), 振幅が増減しながら重畳し, 最終的に $i = 2$ で局所的な水位の上昇が観察された(図-3, 右上). 図-3 下の画像は 20Hz 励振下において極座標系の水位分布を, 2 次元フーリエ変換し得られるパワースペクトル分布に対して, 同等のモードが観察でき

る時間で平均したものである。振動初期から中期において $n=0$, $i=2\sim6$ にかけて高いパワースペクトルを持つことから、複数の低次の同心半径方向モードの重複波が存在することがわかる(図-3, 左下)。その後、より高いパワースペクトルのピークが $i=2$ に位置することから、異なるモードの波浪が重畳、共鳴したことが観察できる。

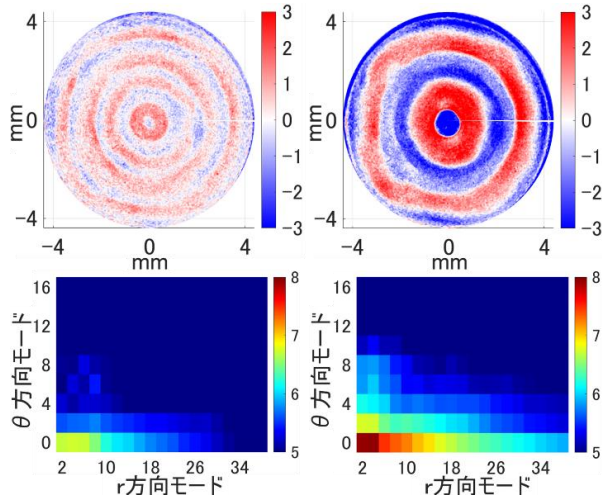


図-3 20Hz 励振下における水位分布(上); $t=0.384$ s (左), $t=0.514$ s (右) と極座標系における平均パワースペクトル分布(下); 振動初期(左)と振動中-後期(右)

振動条件 200Hz において、振動初期において高次の半径方向モードを持つ同心モードの重複波の出現後(図-4, 左上), 不規則に小さな水位が変動する様子が観察された(図-4, 右上)。パワースペクトル分布より、振動初期に発生した高次の半径方向モードが終始存在する一方、さらなる加振により円周方向モードの重複波が出現していることが観察できる。このことから高周波条件の鉛直振動において、より高次の円周・半径方向モードの出現により同心モードの振幅が減衰したため、低周波条件で発生した局所的な水位上昇が観察されなかったことがわかった。

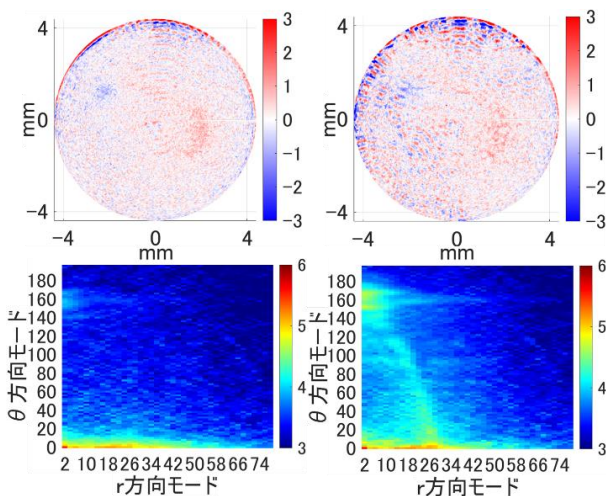


図-4 200Hz 励振下における水位分布(上); $t=0.3$ s (左), $t=1.2$ s (右) と極座標系における平均パワースペクトル分布(下); 振動初期(左)と振動中-後期(右)

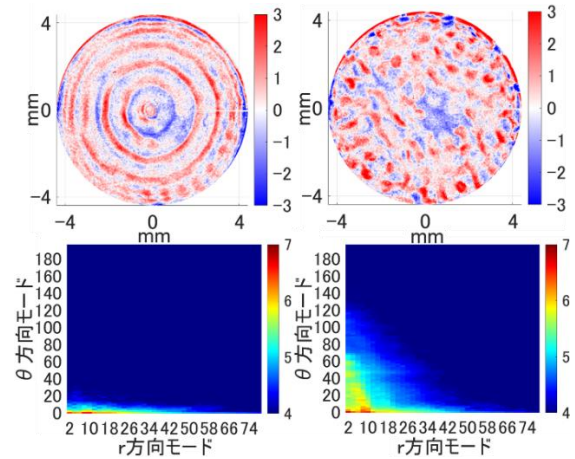


図-5 50Hz 励振下における水位分布(上); $t=0.50$ s (左), $t=1.1$ s (右) と極座標系における平均パワースペクトル分布(下); 振動初期(左)と振動中-後期(右)

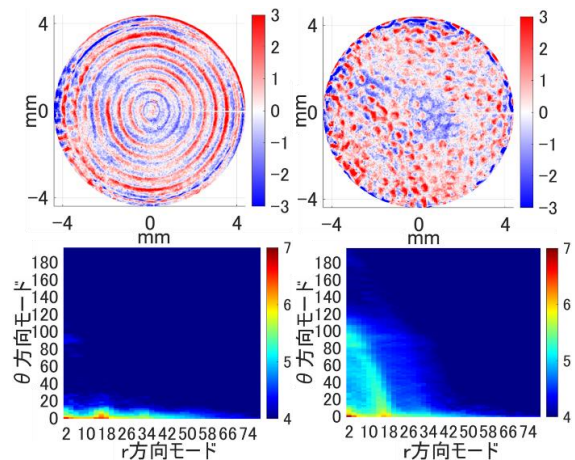


図-6 100Hz 励振下における水位分布(上); $t=0.26$ s (左), $t=1.21$ s (右) と極座標系における平均パワースペクトル分布(下); 振動初期(左)と振動中-後期(右)

同様に振動条件 50Hz, 100Hz において 200Hz の条件同様の水位変動が観察された(図-5, 図-6 上)。また、振動中-後期におけるパワースペクトル分布(図-4, 5, 6 下)を比較すると、各高周波励振下において、共通して一定の勾配の分布が確認された。このことから、励振条件に伴い支配する複数のモードの組み合わせが存在し、加振によりその周辺のモード中心で重複波が振動すると考えられる。

3.2 モード遷移の特徴

20Hz 励振下における各モードのパワースペクトル分布(図-7)より、半径方向モード $i=2, 4$ の同心モードが共に同等のパワースペクトルで発達していることから局所的な水位上昇が異なるモードの波が共鳴することで発生したことがわかる。同様に高周波励振の例として振動条件 50Hz における各モードのパワースペクトル分布の時間変化(図-8)より、振動初期に同心モード発生後、振動開始 1~2s において同心モードと $(n, i) = (26, 6)$ におけるパワースペクトルの波形が交互に増減を繰り返す様子が観察できる。これより、同心モード発達に伴い、高次の

(n,i)モードにエネルギーが移行し各モードで同等のエネルギーを持って変動していることがわかる。また、各モードのパワースペクトルの波形を観察すると、1秒間で約50個の波形から形成されていることから、微小時間の変動を示す鉛直励振の周波数と全体として大きな周期を持つ水面変動によりパワースペクトルが分布していると考えられる。これは Benjamin and Ursell の分散関係を示す理論解と矛盾がないといえる。

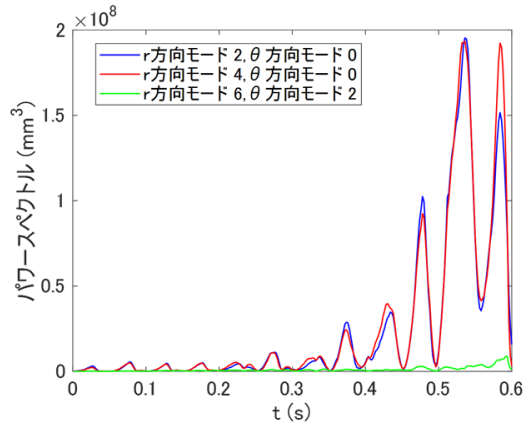


図-7 20Hz 励振下における各モードのパワースペクトル分布の時間変化

また、同心モードにおける波数—平均パワースペクトル分布(図-9,10)より、励振条件によらず低周波帯でピークを持ち、高周波帯のエネルギーは-2 から -3 の一定の勾配で減少している。これより高周波領域においてエネルギーが低次から高次に一定勾配で移行することが確認できた。

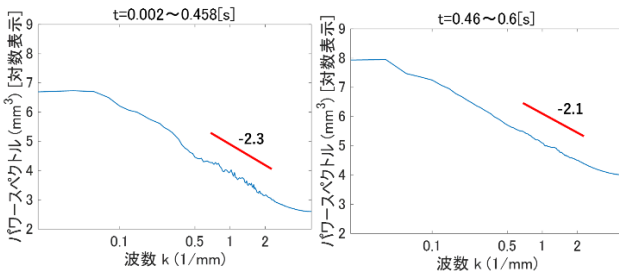


図-9 20Hz 励振下における同心モードにおける波数—平均パワースペクトル分布

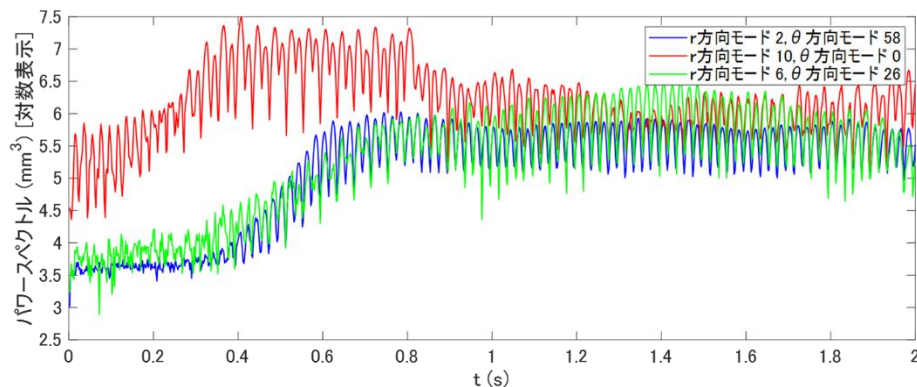


図-8 50Hz 励振下における各モードのパワースペクトル分布の時間変化

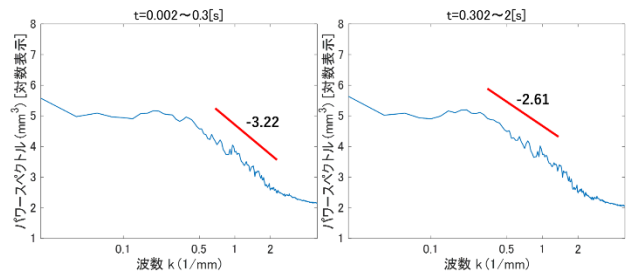


図-10 200Hz 励振下の同心モードにおける波数—平均パワースペクトル分布

4.まとめ

多方向集中波による波—構造物相互作用を明らかにするため、Faraday 波の重量の時間変化を極座標系におけるスペクトル遷移を観察、調査した。水深に応じた光強度の変化を利用した DLP による水位分布画像において、視覚的に確認できた円周・半径両方向のモード変化や、鉛直振動と水面の強制振動の両影響を、パワースペクトル分布を利用することでより詳細に観察することができた。今後は自由水面におけるミクロな変化を観察するため、水面の PIV 計測を用いて粒子の挙動を調査していく。

参考文献

- 1) M. Faraday, Philos. Trans. R. Soc. London 121, 219 (1831)
- 2) K.Kumar and K. M. S. Bajaj, Phys. Rev. E 52, R4606 (1995).
- 3) A.Kudrolli and J. P. Gollub, Physica D 97, 133 (1996).
- 4) B. Christiansen, P. Alstrom, and M. T. Levinson, Phys. Rev. Lett. 68, 2157 (1992)
- 5) Benjamin, T. B. and Ursell, F. J.(1954): The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion. Proc. Royal Soc. London. A, 225(1163), 505-515.
- 6) 渡部靖憲 & 小嶋亮太. (2020). Faraday 波動場における波浪集中と崩壊過程. 土木学会論文集 B2 (海岸工学), 76(2), I_13-I_18.
- 7) Longuet-Higgins, M. S.(1982): Bubbles, breaking waves and hyperbolic jets at a free surface. J. Fluid Mech., 103-121. (doi:org/10.1017/S0022112083002645)