

サブグリッド気泡-泡沫モデルの開発

Subgrid model of bubble-foam-coupled turbulent flow

北海道大学大学院工学院

○学生員 渡邊健太 (Kenta Watanabe)

北海道大学大学院工学研究院

正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

砕波帯において海面上に生成される泡沫群は、界面を通じた気体及び熱の輸送を促進し、特に風波砕波に対しては白波被覆率（残留泡沫の専有面積）というマクロパラメータとしてバルクモデルに導入されてきた一方、生成された気泡及び泡沫がどのような相互作用を経て残留、崩壊し、または合体、凝集するかといった基本的な物理機構についての理解が不十分なまま、結果として現れるマクロな被覆面積のみパラメータとして利用されており、モデルとしての不確実性が懸念されている。それに伴い渡部ら(2021)は、Nicolson (1949) の力学平衡モデルを利用した泡沫浮上モデルを開発し、浮上気泡群の振動、凝集、拡散効果が乱流構造に与える影響を議論した。しかし、気泡-水面間にはたらく相互作用モデルの妥当性は十分に確認されておらず、また浮上気泡のメニスカス形成に起因する気泡間の水平引力と接触後の反発に対する泡沫モデルについての議論も充分ではなく、現象解明に向けた今後の研究が期待される。

本研究は、生成気泡、泡沫の応答を含む一連の砕波過程の理解を最終目標とするものであり、特に本稿では、Nicolson の力学平衡モデルを非平衡系へ展開した浮上泡沫モデルを開発しその妥当性を議論し、最終目標である白波砕波への導入に向けた数値技術を大きく向上させるものである。

2. 泡沫モデル

2.1 気泡間相互作用

Nicolson は、表面張力、浮力と気泡周りに生じるメニスカスの静水圧がバランスする平衡状態の水面に浮かぶ気泡を考え、鉛直気泡位置、水面形状を解析的に与えている。

今、気泡が水面に達しメニスカスによって傾斜した水面に別の気泡が存在する場合、その別の気泡には浮力の水面接線方向成分が生じ、気泡は凝集するように引き付けられる。この時、気泡間にはたらく力は、

$$F_{atr} = -\pi R^3 \rho g \frac{\beta^3}{\alpha^2 \sqrt{4 - \beta^2}} \frac{K_1(\alpha\chi)}{K_1(\alpha\beta)} \quad (1)$$

で表される。ここで、 R は気泡半径、 $\beta = b/R$ (b は球形気泡上部の cap 部の対象鉛直軸からの水平距離)、 $\alpha^2 = R^2 \rho g / \gamma$ (Eötvös 数)、 $\chi = r/R$ (円筒座標系の無次元半径方向軸)、 K_1 は1次の第2種修正 Bessel 関数を表す。

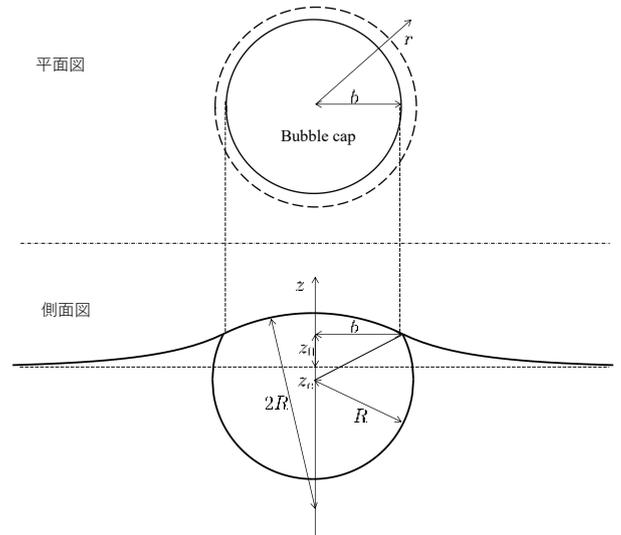


図-1 浮上気泡の平衡状態モデル

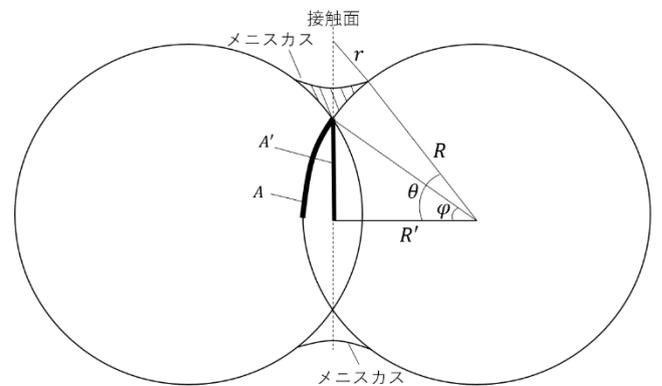


図-2 気泡の衝突とメニスカスの生成

また、気泡同士が接触すると過剰圧力が生じ、各気泡は反発する方向に力がはたらく。

$$F_{rep} = 2\pi R^3 \rho g \frac{2 - \chi}{\alpha^2} \quad (2)$$

従って、気泡間の水平引力は、気泡間距離 $\chi \leq 2$ では $F_{atr} + F_{rep}$ で与えられ、 $\chi > 2$ では F_{atr} のみで与えられる。

さらに、気泡が接触する時、気泡の接触面を囲むようにメニスカスが生成される (図-2 参照)。このメニスカスにはたらく表面張力によって、接触した気泡は離れないように保持する方向に力がはたらく。この表面張力を求めるため、メニスカスの曲率半径 r をモデル化する。

まず気泡の衝突によって生じるメニスカスの体積 (図

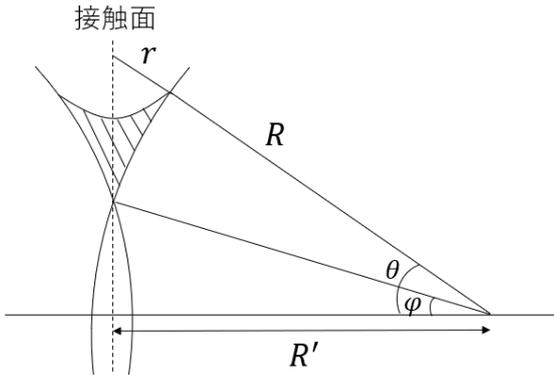


図-3 図-2の拡大図

の斜線部分) について考える。気泡が衝突する際、2つの気泡の気液界面は合体し1つの接触面となる。その際の流体の減少体積 V が、メニスカスの体積と一致すると考える。は、気泡の界面の表面積を A 、接触面の表面積を A' (それぞれ図の太線)、フィルム厚さを h とすると、以下の式で表される。

$$A = 2\pi R(R - R') \quad (3)$$

$$A' = \pi R^2 \sin^2 \varphi = \pi(R^2 - R'^2) \quad (4)$$

$$V = 2h \left(A - \frac{1}{2} A' \right) = h \left\{ \frac{3}{2} \pi R^2 + \pi R' \left(\frac{R'}{2} - 2R \right) \right\} \quad (5)$$

ここで、 R' は気泡中心位置から接触面までの距離である。

次に、幾何学的にメニスカスの体積を求める。図-3のように2つの角度 θ, φ (φ は幾何学的に既知)を取ると、幾何学的にメニスカスの体積が V' 求められる。

$$V' = \left\{ \frac{1}{2} R' \sqrt{(R+r)^2 - R'^2} + \frac{R}{2} (R\varphi - R' \sin\varphi) - \frac{1}{2} R^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right\} 2R \sin\varphi \quad (6)$$

$V = V'$ であるから、(5)=(6)より θ が求められる。

$$\theta = \frac{h}{(r^2 - R^2) R \sin\varphi} \left\{ \frac{3}{2} R^2 + R' \left(\frac{R'}{2} - 2R \right) \right\} - \frac{1}{r^2 - R^2} \left\{ R' \sqrt{(R+r)^2 - R'^2} + R(R\varphi - R' \sin\varphi) + \frac{\pi}{2} r^2 \right\} \quad (7)$$

また $r = \frac{R' - R \cos\theta}{\cos\theta}$ であるから、

$$F(r) = r \cos\theta - R' + R \cos\theta = 0 \quad (8)$$

として上式をテイラー展開すると次式が得られ、 $\Delta r = r_1 - r_0$ としてニュートン法を用いてメニスカスの曲率半径 r を更新していく。

$$F(r + \Delta r) = F(r) + \Delta r \frac{\partial F}{\partial r} = 0 \quad (9)$$

$$r_1 = r_0 - \frac{F(r)}{\frac{\partial F}{\partial r}} \quad (10)$$

ここで、

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \cos\theta - \frac{\partial\theta}{\partial r} \sin(r + R) \quad (11)$$

であり、

$$\frac{\partial\theta}{\partial r} = \frac{-2rh}{(r^2 - R^2)^2 R \sin\varphi} \left\{ \frac{3}{2} R^2 + R' \left(\frac{R'}{2} - 2R \right) \right\} +$$

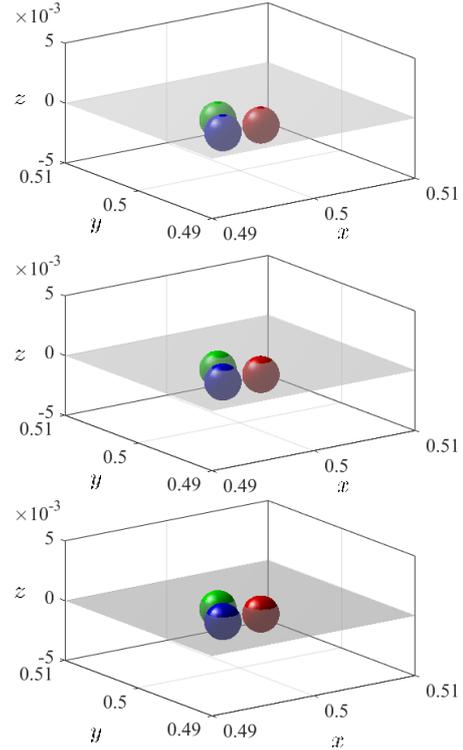


図-4 気泡モデルの水面近傍での挙動

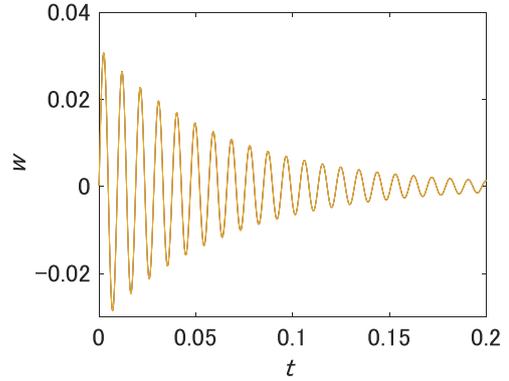


図-5 浮上気泡の鉛直流速の時系列

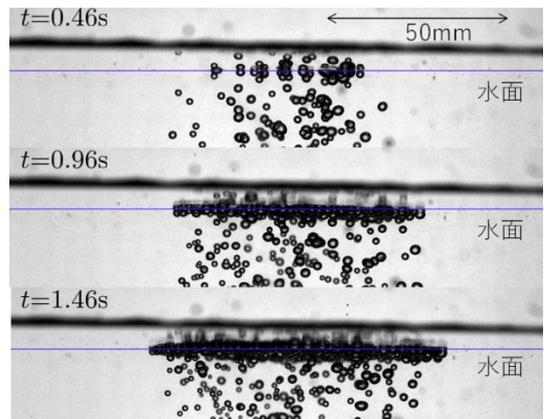


図-6 水面直下の気泡分布の側方バックライト実験画像

$$\frac{2r}{(r^2 - R^2)^2} \left\{ R' \sqrt{(R+r)^2 - R'^2} + R(R\phi - R' \sin\phi) - \frac{\pi}{2} r^2 \right\} - \frac{1}{r^2 - R^2} \left\{ \frac{2(R+r)R'}{2\sqrt{(R+r)^2 - R'^2}} - \pi r \right\} \quad (12)$$

である。

2.2 気泡-水面間相互作用

気泡が放出され浮力により水面に向かって上昇し、気泡-水面間にはたらく相互作用を経て平衡状態に達する一連の流れを再現するためには、気泡にはたらく任意時刻での遷移的な力のバランスを考慮する必要がある。ここでは、渡部ら(2021)が導入した任意時刻での泡沫モデルと、実際の実験で得られた実験結果を比較し、モデルの妥当性を確認する。

3. 泡沫モデルテスト結果

3.1 気泡間相互作用

開発した気泡間相互作用のモデルの基礎的性能を、気泡半径 $R=1.0\text{mm}$ の3つの気泡を一定間隔で配置し、フィルム厚さ h を場合分けすることで今後検証していく。さらにヤング・ラプラスの式より、気泡の衝突時にメニスカスに働く圧力差は表面張力を γ とすると、

$$P = \gamma \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R \sin\phi} \right) \quad (13)$$

で表されるので(図-3参照)、フィルム厚さに対する圧力差を求め、それをモデルに導入していくことで気泡間相互作用のモデルを拡張していく。

3.2 気泡-水面間相互作用

渡部ら(2021)が導入した泡沫モデルの妥当性を確認するために、泡沫モデルテストと側方バックライト実験の実験結果を、気泡径や水深を同じ条件にして比較した。

静水 R で一定間隔に配置された3つの気泡は、浮力により水面に達すると、気泡と水面の接触面であるキャップ部が現れ(図-4参照)、メニスカスに起因する接触点上(図-1 $r = b$ の位置)の表面張力の鉛直下向き成分により水中へと押し下げられ、浮力との間で鉛直振動が発生する。図-5は、 $R=0.5\text{mm}$ の気泡の鉛直流速の時間変化を表している。これによると、 $R=0.5\text{mm}$ の浮上気泡の水面での反発周期は 0.011s である。またこの鉛直振動は側方バックライト実験でも確認されており(図-6参照)、本実験で観察された $R=0.5\text{mm}$ の浮上気泡の水面での反発周期は 0.012s であり、モデルとしての導入に矛盾はないことが確認できた。今後は気泡間相互作用のモデルを開発していくとともに気泡間の反発周期にも着目し、モデルと実際に実験で観察された両者に矛盾はないかを確認することで、モデルの拡張を図っていく。

参考文献

- 1) Nicolson M.M.: The interaction between floating particles: Mathematical Proceedings of they Cambridge

Philosophical Society, Vol.45, pp.288-295, 1949

- 2) 渡部靖憲・渡邊健太, サブグリッド気泡-泡沫モデルの開発, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), 77 巻 2 号, p. 1_43-1_48, 2021