

波群集中に関する研究

Study of Wave packet focusing

北海道大学大学院 工学院 ○学生員 小熊多佳史 (Takashi Oguma)
北海道大学大学院工学研究院 正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

局所的に短時間で発達する巨大波(Rogue Wave)は以前から多くの海難事故の要因とされてきた。巨大波の形成要因は①非線形相互作用, ②分散波浪の集中, ③屈折及び流れの影響の3つであるとされてきたが、分散性が低下する浅水域においては①による巨大波形成は非常に限定的であり、相対的に浅水域では②、③の影響が重要になる。Longuet-Higgins(1974)は②に関して深水域の波群の集中条件を導出し、著者ら(2020)が同条件に関して任意水深の浅水域に適用可能な一般化を行った。③に関して、アガラス海流、メキシコ湾流、黒潮など強い流れをもつ海域で度々異常波が観察されているが、検討の多くは一般的な風波と同様な波流れ共存場における波エネルギーを推定するものであり、流れの巨大波への定量的寄与は依然分かっていない。また著者ら(2021)は以前著者ら(2020)が導出した浅水域における波群の集中条件に流れの要素を加味し、一様流れ中の波群の集中条件を導出し、集中波の増幅特性を調査した。また波浪集中における要素波の振幅依存性を明らかにし、最大水位を記録する最適スペクトルを調査した。しかし著者ら(2021)が導出した波群の集中条件において、全要素波のエネルギーが集中地点で一点に集中しないという課題が挙げられていた。現状上記の課題の原因は要素波の集中時刻における位置が造波板の変位分ずれる事だと考えられている。集中距離は時間変化に伴い一定であるのに対し、造波板の位置が変化する事で実際の波の造波位置は変化する為に要素波の集中位置が設定した集中距離よりも実際の造波位置の分だけずれてしまうのである。よって本論文では著者ら(2020)における波群の集中条件において造波板の移動に伴い集中距離を変化させる新たな集中条件を用いて集中波の増幅特性を調査する。

2. 集中波形成の理論

著者ら(2020)によって一定水深において時刻 t に造波された波のエネルギーが時刻 t_f において位置 x_{f0} に到達する波群の集中条件として以下の角周波数、角周波数の時間変化の式が挙げられている。ここで h は一定水深、 k は波数を表している。

$$\sigma(t) = \frac{t_f - t}{2x_f} \operatorname{gtanh}\left(1 + \frac{2k(t)}{\sinh 2k(t)h}\right) \quad (1)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = -g \frac{\alpha_0 \alpha_1 \tanh kh}{2x_f \alpha_1 - h(t_f - t) \alpha_2} \quad (2)$$

$$\alpha_0 = 1 + 2kh \operatorname{csch} 2kh \quad \alpha_1 = \sinh kh + kh \operatorname{sech} kh$$

$$\alpha_2 = \alpha_0 \operatorname{sech} kh + (4 - 2\alpha_0) \sinh kh \operatorname{csch} 2kh$$

(1)、(2)式の角周波数条件を満たす様に波を造波し続けると、全ての要素波が時刻 t_f において集中位置 x_{f0} に到達するのである。本論文では要素波の全エネルギーを正確に一点で集中させる為に時刻 t_f 間で各要素波が到達する距離 x_f を以下の通りに設定する。

$$x_f = x_{f0} + \frac{S}{2} \sin \theta \quad (3)$$

ここで x_{f0} は波群の集中位置であり(1)式における x_f に相当するものである。また S は造波板のストローク、 θ は位相を表している。ストローク S は実際に造波される波の波高 H_0 とした際に(4)式で表される。正し $\frac{S}{2}$ は x_{f0} と比べて限りなく小さいものとする。(2)式を(1)式の x_f に代入する事で(4)式が得られ、(4)式を時間 t で微分する事で(5)式が得られる。

$$\frac{H_0}{S} = \frac{2(\cosh 2kh - 1)}{\sinh 2kh + 2kh} \quad (4)$$

$$(x_{f0} + \frac{S}{2} \sin \theta) \sigma = \frac{t_f - t}{2} \operatorname{gtanh}\left(1 + \frac{2k(t)}{\sinh 2k(t)h}\right) \quad (5)$$

$$\sigma(t) = \frac{t_f - t}{2(x_{f0} + \frac{S}{2} \sin \theta)} \operatorname{gtanh}\left(1 + \frac{2k(t)}{\sinh 2k(t)h}\right) \quad (6)$$

$$(x_{f0} + \frac{S}{2} \sin \theta) \frac{d\sigma}{dt} + \frac{S}{2} \cos \theta \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\alpha(t)}{dt} \quad (7)$$

$$\text{ここで } \alpha(t) = \frac{t_f - t}{2x_f} \operatorname{gtanh}\left(1 + \frac{2k(t)}{\sinh 2k(t)h}\right), \quad \sigma = -\frac{d\theta}{dt}$$

である事をふまえて(5)式を式変形する事で以下の式(7)、式(8)、式(9)、式(10)が得られる。(9)式に関しては x_{f0} に比べて $\frac{S}{2}$ は限りなく小さい為に(8)式の s^2 の項を無視する事で導出した。

$$\frac{d\sigma}{dt} - \frac{\frac{S}{2} \cos \theta}{x_{f0} + \frac{S}{2} \sin \theta} \sigma^2 = \frac{1}{x_{f0} + \frac{S}{2} \sin \theta} \frac{d\alpha}{dt} \quad (7)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} - \frac{(x_{f0} - \frac{S}{2} \sin \theta) \frac{S}{2} \cos \theta}{x_{f0}^2 - (\frac{S}{2} \sin \theta)^2} \sigma^2 = \frac{x_{f0} - \frac{S}{2} \sin \theta}{x_{f0}^2 - (\frac{S}{2} \sin \theta)^2} \frac{d\alpha}{dt} \quad (8)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} - \frac{S}{2x_{f0}} \cos \theta \sigma^2 = \frac{x_{f0} - \frac{S}{2} \sin \theta}{x_{f0}^2} \frac{d\alpha}{dt} \quad (9)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{S}{2x_{f0}} \cos \theta \sigma^2 + \frac{x_{f0} - \frac{S}{2} \sin \theta}{x_{f0}^2} \frac{d\alpha}{dt} \quad (10)$$

式(6)、(10)は本論文で提示する新たな波群の集中条件である。ある時刻 t の σ と対応する θ が与えられれば、その時刻の $\frac{d\sigma}{dt}$ が数値的に決まる。式(10)の集中条件を満たす様に要素波の角周波数を変化させ続ける事で全ての波のエネルギーが時刻 t_f において集中位置 x_{f0} に正確に集

中する。また本論文の波群の集中条件の角周波数の時間変化の式においては式(10)に加えて、式(9)導出時に s^2 の項を無視する事なく、式(7)を変形して得られる式(11)も同様に波群の集中条件として採択し、式(10)を採択したケースと比較した。

$$\frac{d\sigma}{dt} - \frac{\frac{s}{2}\cos\theta}{xf_0 + \frac{s}{2}\sin\theta} \sigma^2 = \frac{1}{xf_0 + \frac{s}{2}\sin\theta} \frac{d\alpha}{dt} \quad (11)$$

図-1 は、集中位置 $x_{f0} = 10\text{m}$ で集中する波群の角周波数と時間の関係を表している。(6) 及び (10) に従い、時間と共に周波数の低い(群速度の速い)波を造波し、波群集中を実現する。また図-2 は時刻 t_f 間で各要素波が移動する距離 x_f と時間の関係を表している。時間と共に造波板のストロークは大きくなる事から、それに伴って時刻 t_f 間で要素波が移動する距離 x_f を変化させていく様子を表している。

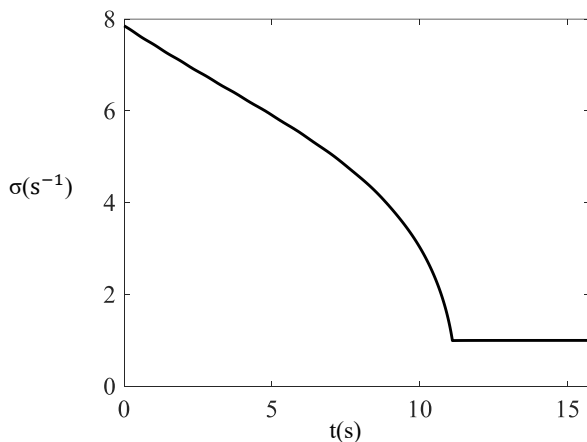


図-1 角周波数の時間変化

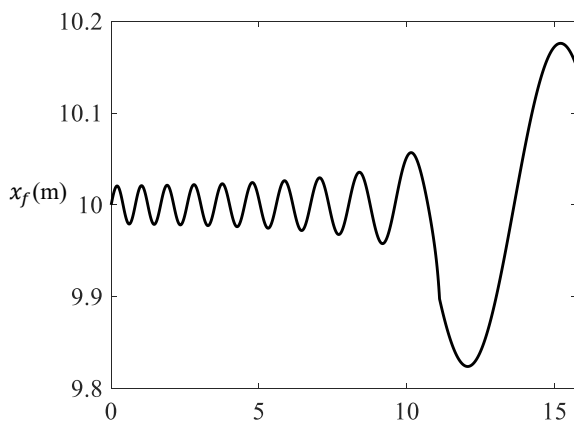


図-2 x_f の時間変化

3. 実験

2章で説明した波群の集中条件を用いて集中波形成実験を行った。本論文の実験で採択した波群の集中条件は前述の通り角周波数条件は式(6)のみであるが、角周波数変化の条件は式(10)と式(11)の2通り存在するので、両ケースで集中波形成実験を行い最大波高を比較した。また実験装置は筆者ら(2021)と同様である。本論文の実験において水深は 50cm であり、造波板の中立位置から

を原点として波の伝播方向に x 軸を設定した。集中位置 $x_{f0} = 10\text{m}$ の位置に設定した。また角周波数 σ が初期角周波数 $\sigma_0 = 7.8536/\text{s}$ から式(10)と式(11)を満たしながら $\sigma = 1.0/\text{s}$ を満たすまで減少する様に造波シグナルを設定した。

4. 実験結果

図-3 は式(6)・式(10)を波群の集中条件として造波した波の包絡波高が集中位置 $x_{f0} = 10\text{m}$ に近づくにつれて増加する様子を表している。集中位置に近づくにつれて包絡波高は増大し、波群の集中以降は徐々に包絡波高は減少する。図-4,5 はそれぞれは式(6)・式(10)と式(6)・式(11)を波群の集中条件として造波した包絡波高の推移と著者ら(2020)が提案した式(1)・式(2)を波群の集中条件として造波した包絡波高の推移を比較している。図-4,5 共に集中位置近辺である $8 \leq x \leq 11$ において包絡波高の推移を比較しているが、どちらも式(1)・式(2)を集中条件としたケースと比べて最大包絡波高は大きくなったが、理論上の集中位置 $x_{f0} = 10\text{m}$ と最大包絡波高を記録した実際の集中位置が約 1m ずれていた。以上の事から本論文で使用した波群の集中条件とそれを元に作成された造波プログラムでは正確に集中地点で波群の全エネルギーを集中させる事は出来なかった。

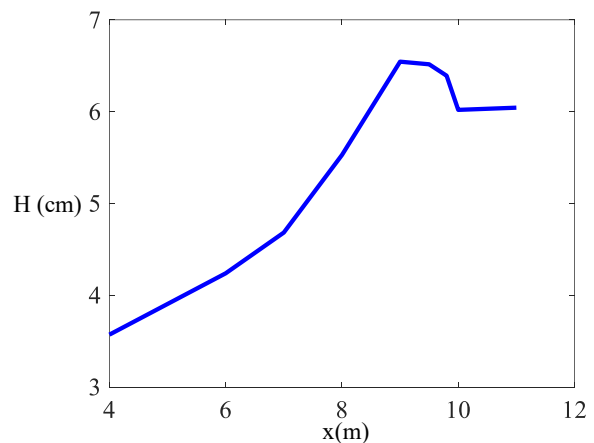


図-3 角周波数の時間変化

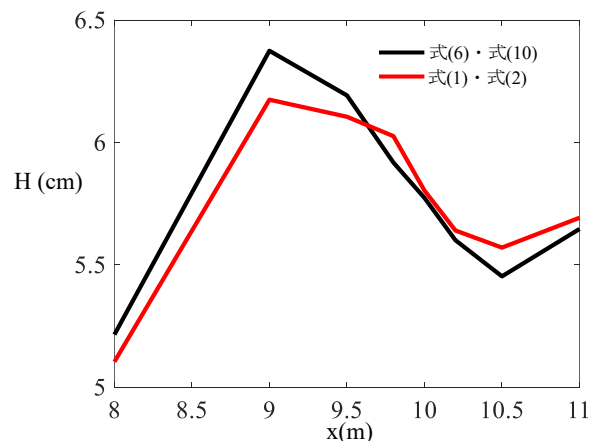


図-4 角周波数の時間変化

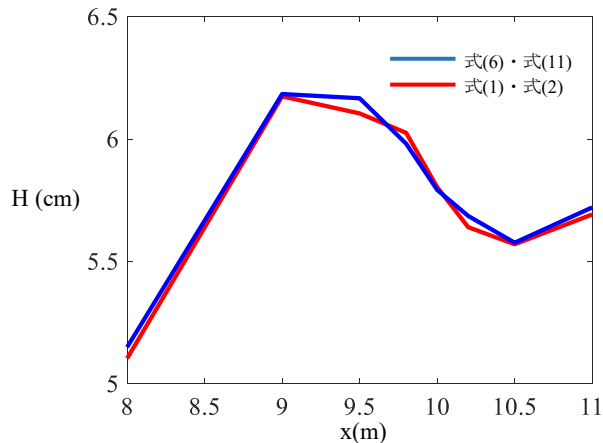


図-5 角周波数の時間変化

5. まとめ

本論文では波群の全エネルギーを集中位置で正確に集中させる為に、著者ら(2020)が提案した波群集中を拡張し新たな波群の集中条件を提案し、集中波形成実験を行った。提唱した波群の集中条件を用いて設定した集中位置近辺で集中波を形成する事はできたが、最大包絡波高を記録した地点は集中位置 x_{10} と比べて約 1 m のずれがあった。以上の事から本論文で用いた波群の集中条件とそれを元に作成された造波プログラムでは波群の全エネルギーを正確に集中位置で集中させる事は出来なかったため、引き続き理論又は造波プログラムの改良を行っていく所存である。

6. 参考文献

(1) Watanabe, Y., Tsuda, Y., Saruwatari, A.: Wave packet focusing in shallow water, Coastal Engineering Journal, Vol. 62, pp336-349, 2020.

(2) 渡部靖憲, 小熊多佳史: 一様流れ中の集中包絡波, 土木学会論文集 B2 (海岸工学), No.77, Vol.2, pp.31-36, 2021.

(3) Longuet-Higgins MS.: Breaking waves in deep and shallow water, Proc. 10th Symp. Nav. Hydrogen., pp597-605, 1974.