

材料の損傷と弾性波の反射係数の関連性に関する一考察

A study on relationship between material damage and reflection coefficient of elastic waves

北海道大学工学部 ○ 学生員 森島舜 (Shun Morishima)
 北海道大学工学研究院 正会員 古川陽 (Akira Furukawa)

1. はじめに

鉄筋コンクリート床版の損傷は、構造物の耐久性に影響を与える。そのため、材料の損傷を適切に評価することは維持管理において重要であり、非破壊評価はその点において大きな役割を果たすことが期待されている。材料内部の損傷を推定する方法は様々であるが、その中に弾性波を利用する方法がある。中でも反射波は、損傷を含まない領域（健全領域）と何らかの損傷を有する領域（損傷領域）の材料物性値の差によって生じるため、材料内部の損傷を推定する上で重要な情報である。

一般に、反射波は入射波と反射係数を用いて表現される。このとき、反射係数の計算では、健全領域と損傷領域を半無限領域と仮定する。この仮定は、損傷領域が半無限領域と考えられる場合（これは入射波の波長が極めて短い場合に該当する）や、損傷領域を空洞に限定した場合に有効である。しかし、実際に非破壊評価に用いられる弾性波の波長はその励起方法によって様々である。加えて、損傷を早期に推定したい場合、損傷領域は必ずしも空洞ではなく、小さなき裂群を含む非均質材料と考えることができる。また、このようなき裂群の空間分布も、反射係数の計算に影響を与えることが考えられる。現状、このような条件下での弾性波の反射特性の議論は十分に行われているとは言えない。

そこで本研究では、材料の損傷と弾性波の反射特性について、数値計算を用いた考察を行う。本稿はその初歩的な議論に位置づけられ、弾性波の反射特性に関する一般的な考察を行うことを目指す。そのため、対象とする材料は単に線形弾性体とし、解析には無次元化された物理量を用いる。

2. 問題設定と反射係数の計算方法

本研究では、線形弾性体の1次元波動問題を考える。今、1次元領域 $V (x \in (-\infty, \infty))$ に、層厚 H の損傷領域 $V_d (x \in [0, H])$ が存在し、それ以外の領域は健全領域 $V_0 (= V \setminus V_d)$ とする。入射波は健全領域の無限遠方から x 軸の正の方向に進行する平面波とし、その波長を λ とする。健全領域と損傷領域では材料物性値（弾性波の位相速度および力学的インピーダンス）が異なると仮定すると、入射波が損傷領域に到達することで反射波が発生する。

上述の問題設定に対して、損傷領域によって発生する反射波の性質、すなわち反射係数について考える。本研究では、1次元多層構造に対する反射係数の計算方法¹⁾をもとに、この反射係数の計算を行う。図-1に、本研究で取り扱う1次元多層構造を示す。同図において、第1層から第 N 層は損傷領域 V_d に対応し、第0層および第 $N+1$ 層は健全領域 V_0 に対応する。なお、本研究では、反射係数を次式で定義する。

$$R = \frac{\tilde{u}^{\text{refl}}(0)}{\tilde{u}^{\text{in}}(0)} \quad (1)$$

ここに、 $\tilde{u}^{\text{in}}(0)$ 、 $\tilde{u}^{\text{refl}}(0)$ は、図-1に示す位置 $x = 0$ における入射波と反射波の変位振幅を表す。

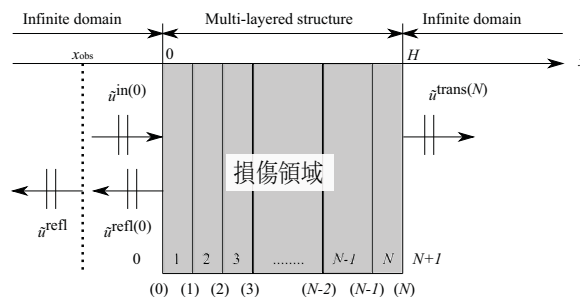


図-1 1次元多層構造

3. 材料の損傷の表現

本研究では、材料の損傷を弾性波の位相速度および力学的インピーダンスの空間分布の変化によって表現する。損傷領域において、弾性波の位相速度 $c(x)$ と力学的インピーダンス $Z(x)$ を、以下の式で与える。

$$c(x) = c_0 U(x) \quad (2)$$

$$Z(x) = \rho_0 c(x) \quad (3)$$

ここに、 c_0 および ρ_0 は、健全領域における弾性波の位相速度と材料の密度を表す。また、

$$U(x) \sim \mathcal{U}(f(x/H; p, D), 1) \quad (4)$$

であり、 $\mathcal{U}(a, b)$ は a から b の範囲（ただし、 $a < b$ とする）で与えられる一様乱数を表す。加えて、この一様乱数の取りうる範囲として用いられる関数 $f(\cdot)$ は、次式で与えられる。

$$f(\xi; p, D) = 1 - (1 - D) \{1 - (2\xi - 1)^{2p}\}^2; \quad \xi \in [0, 1], p \in \mathbb{Z}_{>0}, D \in [0, 1] \quad (5)$$

この関数において、定数 p, D は関数の形状を決定するためのパラメータであり、数値計算においてはあらかじめ与えられるものとする。

式 (2), (3) に示す $c(x)$, $Z(x)$ の表示式をもとに、本研究で考慮する材料の損傷の表現について説明する。本研究では、損傷の発生・集中と、損傷による非均質性を表現することを目的に、上述の表示式を用いる。損傷の発生・集中に関しては、関数 $f(\cdot)$ によって表現する。関数 $f(\cdot)$ は、 $D \leq f(\cdot) \leq 1$ の範囲で値を出力し、その特性は定数 p, D によって表現される。定数 p は、関数 $f(\cdot)$ の形状（すなわち、損傷の空間分布）を設定するパラメータであり、この値を大きくとれば一様な損傷を表現することができ、小さくとれば損傷の集中を表現できる。一方、定数 D は関数 $f(\cdot)$ の最小値を与えるパラメータである。定数 D が小さい場合、損傷の影響が大きいことに対応する。次に、損傷によって生じる非均質性について説明する。この非均質性は、一様乱数を与える関数 $U(x)$ によって表現される。損傷による非均質性は、損傷の発生・集中の状況と関連があると考えられるため、一様乱数の下限値は関数 $f(\cdot)$ によって設定している。

なお、図-2、図-3には、上述の表示式を用いて計算した弾性波の位相速度 $c(x)$ の例を示す。いずれの計算結果にお

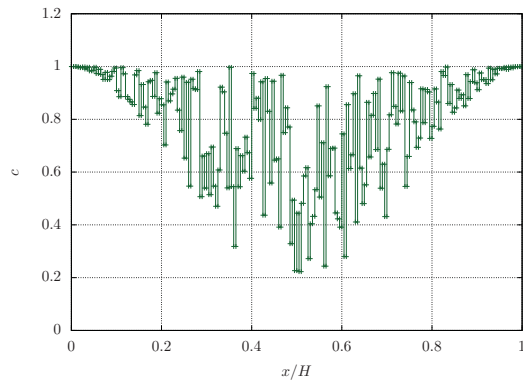


図-2 位相速度 $c(x)$ の計算例 ($c_0 = 1$, $p = 1$, $D = 0.2$, $N = 200$)

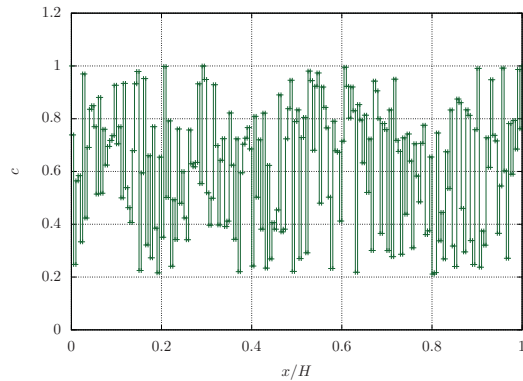


図-3 位相速度 $c(x)$ の計算例 ($c_0 = 1$, $p = 128$, $D = 0.2$, $N = 200$)

いても、一様乱数を用いたことによる非均質性が表現されていることがわかる。また、定数 p の値によって、位相速度の分布が大きく異なっている様子も確認できる。

4. 数値計算例

数値計算例として、反射係数の計算結果と考察を示す。健全領域の位相速度は $c_0 = 1$ とし、密度は $\rho_0 = 1$ とした。損傷領域を表す多層構造の層厚は $H = 1$ 、層数は $N = 200$ とした。損傷領域の位相速度と力学的インピーダンスを表すパラメータは、 $D = 0.2$ および $p = 1, 128$ とした。本稿では、定数 p の異なる2つの条件について結果を整理し、考察を行う。なお、定数 $p = 1$ の場合の位相速度の空間分布は図-2に対応し、定数 $p = 128$ の場合の位相速度の空間分布は図-3に対応する。

計算結果として、図-4に $p = 1$ における反射係数の計算結果を示す。本研究で用いた計算方法において、反射係数 R は複素数で与えられるため、ここではその絶対値 $|R|$ を示している。また、入射波の波長は、 $\lambda = c_0/f$ で与えた。ただし、 f は入射波の周波数を表す。同図には、一様乱数の値が異なる40回分の計算結果を重ねて示している。この図に示す結果から、入射波の波長と損傷領域の層厚の比が $\lambda/H < 2$ において、反射係数は損傷による非均質性の影響を強く受けることがわかる。また、 λ/H が小さいほど、反射係数の絶対値の取りうる範囲の上限が、 $|R| = 1$ に近づくことが確認できる。一方で、 $\lambda/H > 2$ においては、反射係数は概ね類似した傾向を示すことが確認され、 $\lambda/H = 3.5$ の近傍においてスペクトルのピークが存在することが確認された。加えて、 $\lambda/H = 2$ の近傍では、反射係数が小さくなることも確認された。

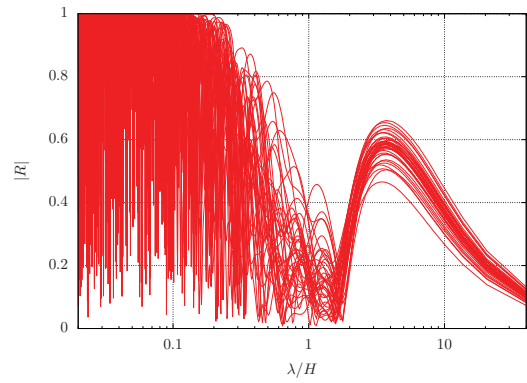


図-4 入射波の波長と反射係数の関係 ($p = 1$)

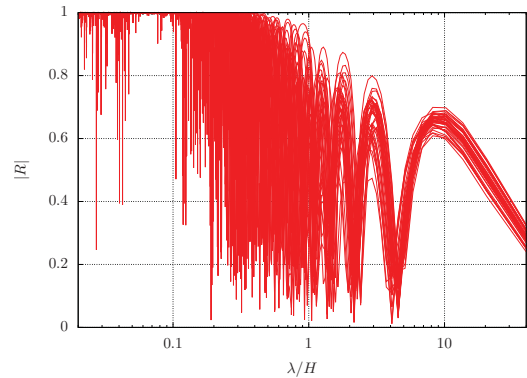


図-5 入射波の波長と反射係数の関係 ($p = 128$)

図-5に、 $p = 128$ における反射係数の計算結果を示す。同図に示す結果は、図-4に示す結果と同様に、反射係数を40回分計算した結果を重ねて示している。この結果から、 $\lambda/H < 0.1$ において、反射係数のばらつきは比較的小さくなった。一方、 $0.1 < \lambda/H < 2$ の範囲では、損傷による非均質性の影響が強く表れていることが確認できる。加えて、 $\lambda/H > 2$ においては、損傷による非均質性の影響が小さくなり、 $\lambda/H = 3, 9$ の近傍においてスペクトルのピークの出現が確認できる。さらに、 $\lambda/H = 4$ の近傍では、反射係数が小さくなることも確認された。

5. おわりに

本研究では、材料の損傷と弾性波の反射係数の関連性について、数値計算を用いた考察を行った。材料の損傷については、損傷の発生・集中、損傷による非均質性という2つの影響を考えた。損傷の発生・集中は、材料物性値の空間分布の変化を用いて表現した。また、損傷による非均質性は、一様乱数を用いて表現した。数値計算例として、損傷の特性の異なる2つの解析条件に対して反射係数の計算を行った。その結果、入射波の波長によって損傷による非均質性の影響が異なることが確認された。

今後は、本稿で示した計算手法をもとに、更なる考察を進める予定である。加えて、反射係数から反射波の時刻歴波形を計算することで、材料の損傷特性が反射波に及ぼす影響についても考察を行う予定である。

参考文献

- 1) 斎藤正徳: 地震波動論, 東京大学出版会, 2009.