# 浮上気泡の水面残留泡沫群の数値モデリング

Numerical modeling of floating bubbles remaining on the water surface

北海道大学工学部 学生員 ○渡邊健太 (Kenta Watanabe) 北海道大学大学院教授 正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

#### 1.はじめに

能としている。

砕波帯あるいは強風時に外洋で観察される白波は, 砕 波によって混入した無数の気泡が水面へ浮上し接触した 泡沫群から構成される。この白波泡沫群の形成は、気液 界面の表面積を著しく増大させるため、界面を通した気 体及び熱の輸送を促進し(E.C. Monahan, 2001), 大気-海洋間の輸送フラックスの評価に大きく関わるだけでな く、界面活性効果を通した化学的・生物的寄与も報告さ れている (Katerina, Matthinas, 2011)。海洋における白 波の評価は, 白波の可視画像に基づく被覆率などマクロ パラメータとして風速との関係(E.C. Monahan, 2011) や気体輸送のバルクモデルに導入されてきた一方、渡 部・野中(2020)は接触する泡沫が構成するクラスター が泡沫の寿命を決定することを明らかにし、ミクロスケ ールの泡沫間相互作用が結果として白波被覆継続時間を 長期化させ、輸送フラックスの増大を起因する可能性が 示唆されている。

一方,泡沫間の力学については,石鹸関連産業に関わ る技術的な研究が多く,海洋泡沫を対象としたものはほ とんどない。Kuck(2002)は泡沫間にはたらく表面張力に よる引力をばねモデルによってモデル化し,また Roman (2017)は同引力をLennard引力によって記述し,プラ トーの法則に従う平衡泡沫間距離を達成する組織化を可

本研究は、渡部ら(2014)の開発した気泡一乱流 Large Eddy Simulation に、Lennard-Jones の泡沫間相互 作用モデル及び表面流れに対する抗力モデルを導入し、 気泡の浮上から自由表面での残留そしてクラスター化し た泡沫群の移流によるエアレーション下での泡沫発達過 程を再現しようとするものである。

#### 2. 気泡の上昇運動

気泡の上昇運動を決定するために用いられる支配方程 式を以下に説明する. 流体の運動には,フィルター化さ れた Navier-Stokes 方程式を用いる。

ここで、*u*は流速、*t*は時間、*x*は位置、 $\rho$ は流体密度、*p* は圧力、*v*は動粘性係数、*g*は重力加速度、*τ*は SG 応力、  $\overline{F_{2,l}}$ は気泡数 N を含む格子内の平均気泡作用力を表し、  $\overline{F_{2,l}} = \frac{1}{\Delta^3} \sum_{n=0}^{N} F_{2,l}^n$  である、水面の移流はレベルセット関数  $\phi$ を用いて以下のように表され、

 $\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i} = 0 \qquad (2)$ 

気泡の運動は以下の BBO 式を用い,

 $\frac{1}{6} \pi d^{3} \rho_{b} \frac{du_{b,i}}{dt} = F_{D,i} + F_{A,i} + F_{L,i} + F_{G,i} \qquad .....(3)$ ここでdは気泡半径,  $\rho_{b}$ は気泡密度,  $u_{b}$ は気泡速度,  $F_{D}$ は 抗力,  $F_{A}$ ,は付加質量,  $F_{L}$ は加速度,  $F_{G}$ は重力を表す。

図-1 は、これらの支配方程式を用いて計算された気泡 の上昇運動を表している。しかし、個々の気泡は水面に 到達した後泡沫として残存するが、この計算では泡沫の 動きを再現することができていない。よって本研究では 水面に残存する泡沫をモデル化することで、実際の流れ を再現することが求められる。

# 3.数值計算法

#### (1)泡沫間相互作用

2つの泡沫間にはたらく相互作用力は、Lennard Jone's potential energy である *Elennard* を用いて以下のように

# 表される (Roman, 2017)。



図-1 気泡群(赤)の上昇の時間変化

 $F_{lennard} = -\frac{\partial E_{lennard}}{\partial r} = 2n \frac{d^n}{|r|^{n+1}} \left(\frac{d^n}{|r|^n} - 1\right) \frac{r}{|r|} \quad \dots \dots (5)$ 

ここで,  $F_{lennard}$ は2つの泡沫間にはたらく相互作用力を 表し, d,r,nはそれぞれ, 平衡距離, 2つの泡沫中心間の 距離, パラメータであり, n=6である。泡沫間にはたら く相互作用力は, 2つの泡沫が接触する時点で最大にな り, 泡沫中心間の距離が平衡距離 dに達した時点で0に なる (図-2参照)。また, 平衡距離 dは2つの泡沫の中心 座標  $r_i,r_j$ , 湿り係数 $\lambda$  (0  $\leq \lambda \leq 1$ )を用いて以下のように 定義される。

図-3(左)は、2つの泡沫が泡沫間にはたらく相互作用力 により平衡距離 dまで引き付けられている様子を表し、図-3(右)は、3つの泡沫が泡沫間にはたらく相互作用力によ り平衡距離 dまで引き付けられている様子を表している。 またこの3つの泡沫は、プラトーの法則に従って120°の 角度を生成して接触する。



図-2 泡沫間にはたらく相互作用力と泡沫中心間の距離 の関係



 図-3 泡沫が泡沫間にはたらく相互作用力によって引き 付けられている様子(左:泡沫2つ,右:泡沫3 つ)

# (2)泡沫-流体間相互作用

図-4 のように流れの中に泡沫があるとき,泡沫には流 れ方向に以下のような抗力がはたらく。  $f_i^{arag} = c_{drag}A_i(u_i - v_i)|u_i - v_i|$  .....(7) ここで,  $c_{drag}$ ,  $A_i$ ,  $u_i$ ,  $v_i$ は抗力係数,投影面積,流体 速度,泡沫速度を表す。



図-4 ジェット落水実験における泡沫の流れの様子

#### (3)泡沫の速度更新

各泡沫の速度更新は, D.J.Durian(1996)が提案したモ デルを使用する。

$$v_i = \{v_j\} + \frac{F_0}{b} \sum_j (\frac{1}{|r_i - r_j|} - \frac{1}{R_i - R_j})(r_i - r_j) + \frac{F_i^a}{b} \dots (8)$$

ここで*v<sub>i</sub>*は泡沫速度, {*v<sub>j</sub>*}は隣接する泡沫の平均速度, 右辺2項目は隣接する2つの泡沫にはたらく反発力の総 和,右辺3項目は applid force, *b*は比例定数を表す。 このモデルは反発力を適用しているが,本研究では泡沫 間にはたらく相互作用力を適用することで,各泡沫の速 度の更新を実現する。

### 4.計算結果

#### (1) 2~3 つの泡沫に対する数値テスト

図-5は、無次元半径0.5の2つの泡沫間にはたらく泡沫 間相互作用力のモデル化によるテスト計算の結果であ る。2つの泡沫は、泡沫間にはたらく相互作用力により平 衡距離 dまで引き付けられ、クラスターを形成してい る。この一連の泡沫間にはたらく相互作用力による2つの 泡沫の運動は、図-3(左)で示された実際の画像と矛盾 はない。

また,図-6は,無次元半径が0.4の3つの泡沫間にはた らく泡沫間相互作用力のテスト計算の結果である。図-5 と同様に,3つの泡沫は泡沫間にはたらく相互作用力によ り平衡距離 dまで引き付けられクラスターを形成し,ま たこれらの泡沫はプラトーの法則に従って120°の角度 を生成して接触している。この一連の泡沫間にはたらく 相互作用力による3つの泡沫の運動も同様に,図-3(右) で示された実際の画像と矛盾はない。



図-5 泡沫間の相互作用のテスト計算(泡沫2つ) (a):初期位置から(b)(c)を経て,(d):平衡状態に達 する





図-6 泡沫間の相互作用のテスト計算(泡沫3つ) (a):初期位置から(b)(c)を経て,(d):平衡状態に達 する



図-7 複数の泡沫間にはたらく相互作用力のテスト計算 (上) λ=0,(中) λ=0.5,(中) λ=0.8
(a):初期位置から(b)を経て,(d):平衡状態に達す る

# (2)複数の泡沫に対する数値テスト

図-7 は、複数の泡沫にはたらく泡沫間相互作用力のモ デル化によるテスト計算の結果である。また、湿り係数 を  $\lambda$ =0,  $\lambda$ =0.5,  $\lambda$ =0.8 の場合で分け、図-4 (b)のクラス ターの再現を試みた。

 $\lambda=0$ のケースでは、泡沫が 2~3 つの時と同様に、複 数の泡沫は泡沫間にはたらく相互作用力によって平衡距 離 dまで引き付けられ、クラスターが形成されている。 また、接触している 3 つの界面がプラトーの法則に従っ て 120°の角度を生成して接触している点も、気泡が 2~3 つのケースと同様である。しかし、 $\lambda=0$  (完全に乾 燥した泡沫)の場合、各泡沫はプラトーの法則に従って 総表面積を最小にする幾何学的構造を形成するため、図-4 (b)のクラスターを形成している泡沫のような球形をう まく再現できていない。 $\lambda=0.5$ のケースでは、同様に複 数の泡沫は泡沫間にはたらく相互作用力に平衡距離 dま で引き付けられ、平衡状態に達している。また $\lambda$ =0 とは 対照的に、各泡沫は球形に近い形になり、図-4 (b)のク ラスターと似た構造を示した。 $\lambda$ =0.8 のケースでは、同 様に平衡状態に達した各泡沫は、ほぼ完全な球形を示し た。

以上より,水面に残存する泡沫の一連の流れを再現す る際,相互作用力など泡沫にはたらく力以外に,濡れ度 も同時に考慮していく必要があることが分かる。

# 5.結論

泡沫間にはたらく相互作用力をモデル化し、テスト計 算を行った。複数の泡沫が相互作用力によってクラスタ ーを形成し、各泡沫は泡沫間にはたらく相互作用力によ り泡沫の中心間距離が平衡距離 dに達するまで引きつけ られ、3つの界面は120°の角度を形成しながら接触す る様子が実際の実験画像と差異なく再現できた。また、 テスト計算を通して、水面に実際に残存する泡沫の一連 の流れを再現するには、各泡沫にはたらく相互作用力の 他に泡沫の濡れ度も考慮する必要があることがわかっ た。

現時点では泡沫が相互作用力によりクラスター化する 過程しか再現できておらず,水面に残存する泡沫の一連 の動きを再現できていない。よって今後の課題として, 気泡の浮上から自由表面での泡沫の残留・クラスター化 した泡沫群の移流の一連の流れを再現できるよう,モデ ルを拡張していくことが求められる。

#### 参考文献

- E.C. Monahan : WHITECAPS AND FOAM, Academic Press(2001)
- D.J. Durian, Bubble-scale model of foam mechanics: Melting, nonlinear behavior, and avalanches
- Katerina Schilling, Matthias Zessner: Foam in the aquatic environment, WATER RESEARCH 45(2011) 4355~4366
- Oleksiy Busaryev, Tamal K. Dey, Huamin Wang: Animating Bubble Interactions in a Liquid Foam
- 5) Roman Ďurikovič: Animation of Soap Bubble Dynamics, Cluster Formation and Collision

- Yasuo Niida, Yasunori Watanabe: Oxygen transfar from bubble-plumes, PHYSICS OF FLUIDS 30, 107104(2018)
- (7) 渡部靖憲,新井田靖郎:ジェット下に形成される気 泡乱流中の酸素輸送モデル、土木学会論文集 B2(海 岸工学)、Vol.70、No.2, 2014,I\_051-I\_055
- 渡部靖憲,野中拓実:残留泡沫の組織化と合体,焼 失過程,土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol.76, No.2, 2020