

円錐構造物による散乱波測定と理論解の適用性

Measurement of the scattering waves around a conical island and applicability of a theoretical solution

北海道大学工学部

○学生員 清積進 (Shin Kiyozumi)

北海道大学大学院工学研究院

正 員 猿渡亜由未 (Ayumi Saruwatari)

1. はじめに

近年発電時の CO2 排出量削減威、並びに発電施設の安全性が重視される中、再生可能エネルギーへの注目度が高まっている。海洋分野では波力発電を始め種々の海洋再生可能エネルギー技術の実用化に向けた研究が各分野で進められている。日本周辺の海域における波浪は、他の波浪エネルギーに恵まれた地域と比べると年間の平均波浪エネルギーは小さい一方、夏季の台風及び冬季の爆弾低気圧などの影響により高波が形成される頻度が高いという特徴がある。そのため我が国で波力発電を実用化しようとする場合、現在各国で開発が進められている波力発電装置にこれらの海域的な特徴に対応するための技術を組み込む必要がある。

本研究で着目するのは波浪エネルギーの効率的な利用に関してである。デンマークの Wave Dragon Aps で開発が進められている波力発電装置である Wave Dragon は、外洋浮体式で越波型の波力発電装置である。本装置は波浪エネルギーを発電部に集中させるために種々の機構が採用されているが例えば半円錐形構造物を装置中心に設置することにより波の屈折を促し発電部に効率的に波を集中させている。古くから波浪場に円錐構造物が存在する場合の波の屈折、トラップ、散乱等については理論的な研究が進められてきたが^{2,3)}、彼-円錐構造物間の相互作用を利用すればより効率的な波力発電装置の設計へと応用させることができる可能性がある。

そこで本研究では室内水理実験水槽内で円錐構造物と相互作用し変形する波の波高分布の特徴を理解すると共に、過去の理論解によりどの程度説明できるか検証することを目的とする。

2. 実験方法

2.1 実験装置

実験は横幅 4.80[m]、縦幅 9[m]、深さ 0.4[m]の平面水槽内で行った(図-1)。水槽中央部には斜面勾配 1/5 底面の直径 1.35[m]、表面モルタル製の円錐構造物を設置している。円錐の中心から冲向きに x 軸を定義し、x 軸上の $x=0.37[m], 0.51[m], 0.85[m]$ の地点に 3 本の波高計を設置することにより円錐斜面及び沖の波板を計測した。円錐の沖側と岸側に高さ 60[cm]の三脚を 2 脚設置し、円錐をまたいで三脚上にレールを設置することで波高計を取り付けている。三脚の脚の直径は 2.5[cm]であり、設置による波への影響は最小限に抑えられている。

平面水槽の側壁 3 面には反射波が影響しないようにするため砂利によるスロープを敷いている。加えて造波板の横にヘチマロンを設置し波が円錐に入射する段階ではできるだけ 2 次元的な波形を保つようにした。

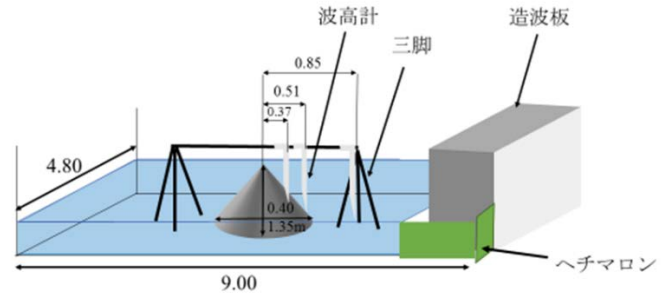


図-1 実験概略図

2.2 波高の計測条件

本実験では水深を 25cm に固定した。波の条件は造波板の周波数と振幅を変更することができ、今回は周波数を 0.70[Hz], 1.00[Hz], 1.25[Hz], 1.70[Hz]の 4 ケースに変化させた。造波板振幅は 10[mm]と 15[mm]の 2 種の条件で実験を行った。(0.70[Hz]のケースは 10[mm]のみ) 実験条件は表-1 に示す。

表-1 実験の詳細条件

case	周波数 [Hz]	波の周期 [s]	造波板の 振幅[mm]	沖波高 [cm]
1	0.70	1.43	10.0	1.82
2	1.00	1.00	10.0	3.84
3	1.00	1.00	15.0	5.46
4	1.25	0.80	10.0	4.26
5	1.25	0.80	15.0	5.91
6	1.70	0.59	10.0	3.19
7	1.70	0.59	15.0	4.51

3. 理論解の適用性

3.1 連続式の無次元化と変形

円錐構造物周辺の理論解については様々な研究がなされている。例えば yinglong zhang³⁾は次のように理論解を導出している。まず基礎方程式として水深積分された連続式として考える。

$$\nabla \cdot (h \nabla \eta) + \frac{\omega^2}{g} \eta = 0 \quad (1)$$

ω は角速度、 g は重力加速度、 h は水深、 η は波高である。また、代表長さ a により以下のように無次元化を行う。

$$r = r/a \quad (2)$$

(1)式を

$$\nabla \cdot (h \nabla \eta) + \mu^2 \eta = 0 \quad (3)$$

に変形する。ここで $\mu = \omega^2 a / g$ である。また、上式を極座標 (r, θ, z) において表すと (3)式の解は次式のように一般化される

$$(4)$$

$$\eta = \sum_{n=0}^{\infty} R_n(r) \cos n\theta.$$

また, $R_n(r)$ は r のみに依存する関数であり上式を(3)式に代入すると次式の R_n に関する関係式が得られる.

$$hr^2 R_n'' + (r^2 h' + hr) R_n' + (\mu^2 r^2 - n^2 h) R_n = 0 \quad (5)$$

(5)式は二階微分方程式であり, R_n はベッセル関数を用いて表すことができる.

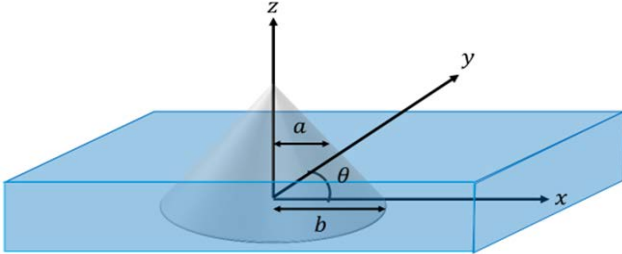


図-2 各変数の定義

図-2に円錐構造物周辺の概要, 座標系を示す. ここで $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$ としている. ($1 \leq r \leq \frac{a}{b}$) の範囲

で水深 $h = \gamma(r-1)$ となり, (5)式は

$$r^2(r-1)R_n'' + r(2r-1)R_n' + (v^2 r^2 - n^2 r + n^2)R_n = 0 \quad (6)$$

に変形することができる. ここで $v^2 = k_0^2(\frac{b}{a} - 1)$ である.

3.2 境界条件と水位の解

(6)式を解くためには境界条件が必要になるが, 今回は $r=1$ で水位変動が起こらないという境界条件を採用している.

$$\lim_{r \rightarrow 1} h \frac{dR_n}{dr} = 0$$

また $1 \leq r \leq b/a$ で $t = 1 - 1/r$ とすると

$$t(1-t)^3 \frac{d^2 R_n}{dt^2} + (1-t)^3 \frac{dR_n}{dt} + (n^2 t^2 - n^2 t + v^2) R_n = 0 \quad (7)$$

となり, Frobenius's theory から(7)式の級数解は,

$$R_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} a_{m,n} t^m,$$

$$a_{1,n} = -v^2,$$

$$a_{2,n} = \frac{1}{4}(v^4 - 3v^2 + n^2),$$

$$a_{m+3,n} =$$

$$\frac{[3(m+2)^2 - v^2]a_{m+2,n} - [3(m+1)^2 - n^2]a_{m+1,n} + (m^2 - n^2)a_{m,n}}{(m+3)^2}.$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

ここで(6)式の一般解を次式のように表す.

$$R_n(r) = A_n \sum_{m=0}^{\infty} a_{m,n} (1 - r^{-1})^m.$$

よって水位が変化する領域 ($1 \leq r \leq \frac{b}{a}$) での(4)の解は次のように表される.

$$\eta_1(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \bar{R}_n(r) \cos n\theta,$$

また, 水位が一定の領域 ($r \geq b/a$) では MacCamy & Fuchs⁴⁾の解法を用いており, 下記のように表される.

$$\eta_2(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [(-i)^n \epsilon_n J_n(k_0 r) + C_n H_n^{(2)}(k_0 r)] \cos n\theta$$

J_n が第一種ベッセル関数, $H_n^{(2)}$ は第二種ハンケル関数で

あり, $n=0$ で $\epsilon_n = 1$, $n > 0$ で $\epsilon_n = 2$ である.

以上の2つの水位の解の境界は $r = b/a \equiv r_0$ であり,

$$\eta_1 = \eta_2, \quad \frac{\partial \eta_1}{\partial r} = \frac{\partial \eta_2}{\partial r}$$

を満たす.

これから各係数は以下のように決定される.

$$A_n = -\frac{2\epsilon_n(-i)^{n+1}}{\pi r_0 \Delta},$$

$$C_n = \Delta_1 / \Delta,$$

$$\Delta_1 = (-i)^n \epsilon_n \begin{vmatrix} \bar{R}_n(r_0) & J_n(k_0 r_0) \\ \bar{R}'_n(r_0) & k_0 J'_n(k_0 r_0) \end{vmatrix},$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \bar{R}_n(r_0) & J_n(k_0 r_0) \\ \bar{R}'_n(r_0) & -k_0 H_n^{(2)'}(k_0 r_0) \end{vmatrix}$$

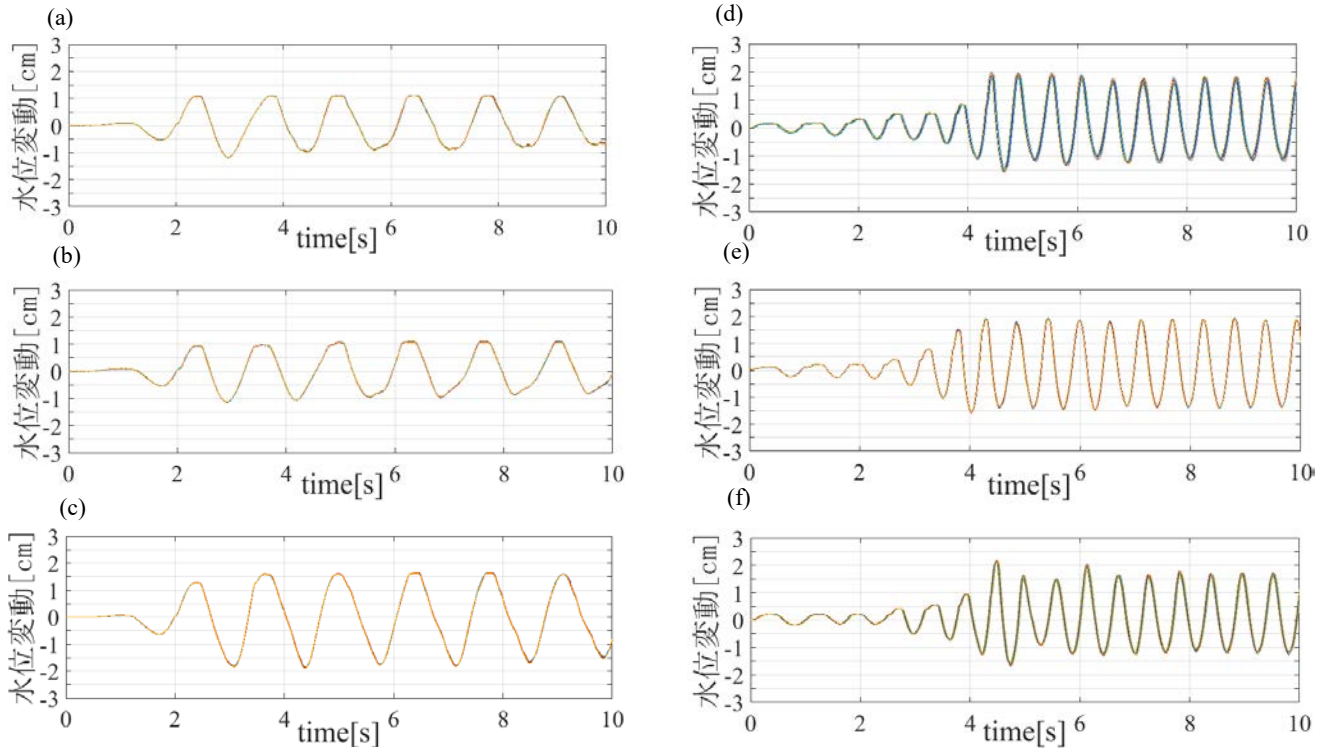


図-3 各波高計での水位変動

(a) $r=0.37[\text{m}]$, (b) $r=0.51[\text{m}]$, (c) $r=0.85[\text{m}]$ 周期 $T=1.43[\text{s}]$, 振幅 $A=10[\text{mm}]$

(d) $r=0.37[\text{m}]$, (e) $r=0.51[\text{m}]$, (f) $r=0.85[\text{m}]$ 周期 $T=0.59[\text{s}]$, 振幅 $A=10[\text{mm}]$

4. 実験結果および考察

4.1 波高の測定結果と周波数による違い

本研究では前章で述べた円錐構造物周りの波高分布に関する理論値を用いて実測値との比較を行った．前章での理論値は波高が無次元で算出されるため，実験で得られる平均入射波高が理論値と一致するよう係数を決定した．

図-3 に周期 $1.43[\text{s}]$, $0.59[\text{s}]$ の時間による各点での水位変動を示している．図-3 で示されているように，周期 $1.43[\text{s}]$ の波は周期 $0.59[\text{s}]$ の波に比べて波高が早く安定している．

図-4 では最初に観測した波を1番目とした波番号と波高の関係を示している．図-4 から周期と波高が安定するまでの波の数は何らかの相関関係があることが分かる．

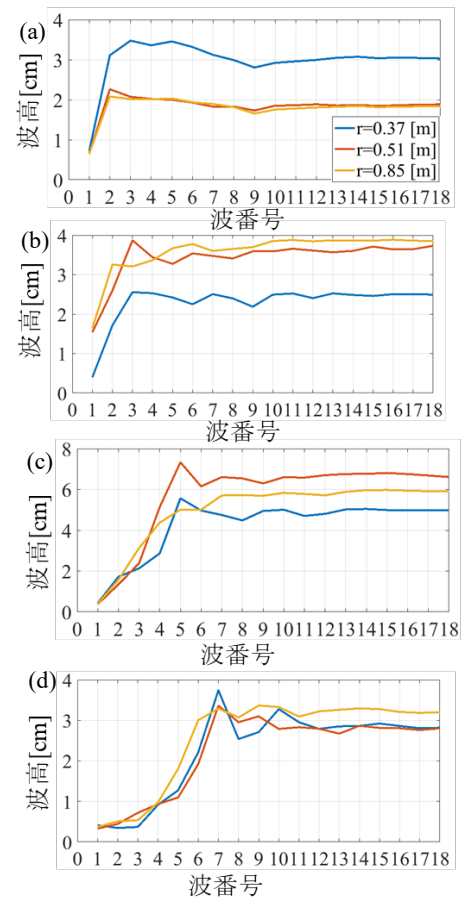


図-4 波番号と波高の関係

(a) $T=1.43[\text{s}]$ (b) $T=1.00[\text{s}]$ (c) $T=0.80[\text{s}]$ (d) $T=0.59[\text{s}]$

4.2 波高の測定結果と理論値との比較

図-5 に理論値の波高分布と3点の実測平均波高を波の周期別に示している。図-3に示されているように、周期が短い波では比較的理論値に近い値をとっているが、周期の長い波は理論値から大幅にずれているのが確認できる。実験によって得られた波は周期の短い波は入射波、散乱波に加え、円錐汀線付近では円錐周囲にトラップされる波が加わるため、水位変動の分布は複雑になっていることが理論値とのずれの一因となっていると考えられる。今後の研究では測定地点を増やすなど、実験方法の改良と共に更なる検討が求められる。また、周期が長くなるほど波の波高の理論値からのずれが生じやすくなる。要因としては、円錐構造物に対して波が十分に長い条件においては、入射波は単純に構造物を通過してしまい散乱波が生じにくくなってしまうので、構造物による波浪変形の影響が相対的に小さくなってしまったことが考えられる。しかし、今回の実験では円錐上での波高計測が2点であるため、線形近似での評価しか行えなかった。よって実験結果が理論値とずれてしまった要因がほかにも考えられるため、引き続き実験方法の改善を行ってきたい。

5. 結論

今回、円錐周辺の波高変動において理論解の適用性を調べることを目的とし、平面水槽を用いて実験的な研究を行った。その結果、円錐周辺では様々な波が重なっており水位変動が複雑化していることが分かった。また、入射波の周期によって理論解の適用範囲が変化するという傾向も得ることができたため、今後の研究に生かしていきたい。

参考文献

- 1) Jens Peter Kofoed, Peter Frigaard, Erik Friis-Madsen, Hans Chr. Prototype testing of the wave energy converter wave dragon. Renewable Energy 31, pp. 181-189, 2006.
- 2) M. S. Longuet Higgins, On the trapping of wave energy round islands. J. Fluid Mech, vol. 29, part 4, pp. 781-821. 1967.
- 3) Yingkong zhang, songping zhu. New solutions for the propagation of long water waves over variable depth. J. Fluid Mech, vol. 278, pp 391-406. 1994.
- 4) MacCamy, R, C&Fuchs, R, A. Wave forces on piles : diffraction theory .Us Army Corps of Engineering , Beach Erosion Board, Washington, DC, Tech. Mem. 69. 1954.

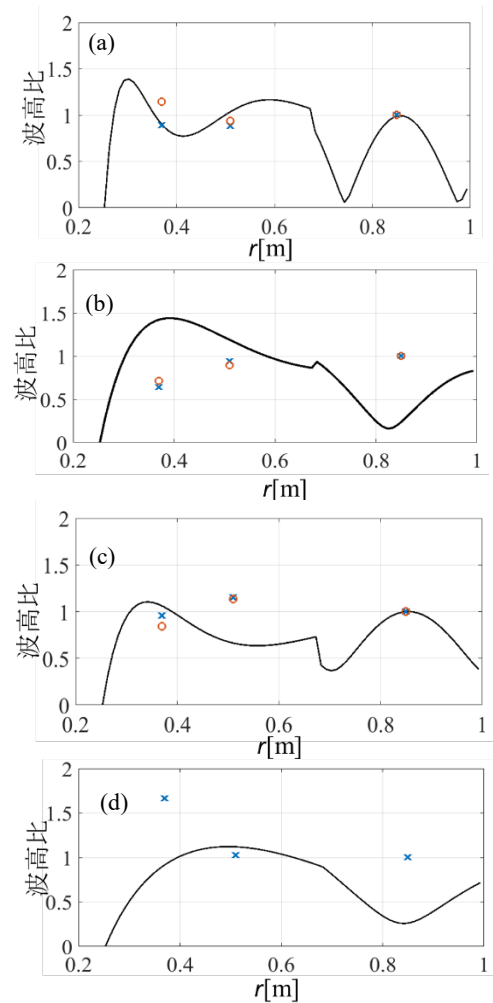


図-5 周期別の入射波高を基準としたときの
実測値と理論解の波高比

(a) $T=0.59[s]$ (b) $T=0.80[s]$ (c) $T=1.00[s]$ (d) $T=1.43[s]$