# 遡上反砂堆に関する数値計算

Numerical simulation of upstream-migrating antidunes

北海道大学工学部	○学生員	中誠(Makoto Naka)
北海道大学工学研究院	正会員	岩崎理樹(Toshiki Iwasaki)
北海道大学工学研究院	フェロー	清水康行(Yasuyuki Shimizu)

### 1. はじめに

河川において発生する河床波は、流れと土砂輸送によ り引き起こされる河床面の変動によって、発達したり、 減衰したりする。河床波に関する研究は、古くから数多 くの研究がなされており、界面不安定現象の一つである。 河床波の発生を表現するためには、河床せん断力や流砂 の非平衡性といった河床形状と流砂量間の位相差を生む 要素を適切に表現したモデルが必要なことが明らかとな っている。また、発生後の河床波の発達や平衡状態への 遷移といった状態を表現するために、数値計算等の非線 形解析も数多く実施されている。その中で、砂堆に関す る研究は流れへの抵抗という観点から多くの研究が進ん でいる半面、反砂堆に関する数値解析的研究はそれほど 多くはない。しかし、反砂堆は急峻で波高の高い三角波 を生じさせる重要な要因の一つと考えられており いまた、 三角波は構造物の安定性に影響を与えることが示唆され ている<sup>2)</sup>。そのため反砂堆に関する検討は重要な課題と 言えるだろう。本研究では、反砂堆の中でも一般的な上 流に移動する反砂堆に関して数値解析的な研究を行うも のである。

岩崎ら<sup>3</sup>は、流れの水深積分モデルであるブシネスク モデルと非平衡掃流砂モデルを用いて数値計算を行うこ とで、三次元反砂堆を再現し、流下反砂堆に関する実験 と比較を通じて実現象との議論を行なっているが、河床 波の移動方向など再現できていない点が多く、さらなる 検証が必要である。対象とした実験は掃流砂卓越条件で あり、計算モデルで流下反砂堆を再現するためには、流 れと河床せん断力間の位相進みを適切に表現する必要が あるが、彼らのモデルではその点をモデル化していない し、また水深積分モデルにおいてその点を表現すること は難しい。しかしながら、構築したモデルから得られた 反砂堆は遡上反砂堆の特性を定性的に表現しており、異 なる実験結果との比較を通じてそのモデル適用性を議論 できる可能性がある。

そこで本研究では、遡上反砂堆に関する実験を数値計 算モデルで再現し、その結果について議論を行う。特に 遡上反砂堆では浮遊砂の影響が重要となる場合が多く、 これを岩崎らのモデルに新たに組み込み、検討を行った。

## 2. 数値計算モデル

ここで用いる数値計算モデルは、岩崎らと同様に水深 積分された平面二次元の流れモデルを基本として構築さ れている。以下に、基礎式を示す。 流体モデルは、以下に示す非静水圧の影響を考慮した 平面二次元ブシネスクモデルである。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\right) + \frac{1}{h} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho h}$$
(2)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\right) + \frac{1}{h} \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho h}$$
(3)

$$\begin{split} \phi &= -\int_{\eta}^{H} \frac{p'}{p} dz = h^{3} \left( B + \frac{1}{3} \right) \left( \frac{\partial^{2} U}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^{2} V}{\partial y \partial t} \right) \\ &+ \frac{h^{3}}{3} \left[ U \left( \frac{\partial^{2} U}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} V}{\partial x \partial y} \right) + V \left( \frac{\partial^{2} U}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^{2} V}{\partial y^{2}} \right) \right] \\ &- \frac{h^{2}}{2} \left( U^{2} \frac{\partial^{2} \eta}{\partial x^{2}} + 2UV \frac{\partial^{2} \eta}{\partial x \partial y} + V^{2} \frac{\partial^{2} \eta}{\partial y^{2}} \right) \\ &+ \frac{h^{3}}{3} Bg \left( \frac{\partial^{2} H}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} H}{\partial y^{2}} \right) \end{split}$$
(4)

ここに、t:時間、x,y,z:流下、横断、鉛直方向軸、 U,V:x,y方向の水深平均流速、h:水深、 $\eta$ :河床高、 g:重力加速度、H:水位、p':静水圧からの変動圧力、  $\rho$ :水の密度、 $\tau_x, \tau_y$ :x,y方向の河床せん断力、B:ブ シネスクモデルの線形分散関係を修正する係数であり、 ここではB = 1/15とした。河床せん断力については、  $\tau = \rho C_f (u_b^2 + v_b^2)$ とする。ここに、 $C_f$ :河床抵抗係数で ある。底面近傍流速 $u_b, v_b$ は、ブシネスクモデルを導出 する際に仮定した鉛直方向流速を流れの非回転条件に代 入して求まる水平流速の鉛直分布形より与える。

河床変動は以下の土砂連続式より計算される。

$$(1-\lambda) + \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} = w_f c_b - q_{su}$$
(5)

ここに、 $\lambda$ :河床空隙率、 $q_{bx}, q_{by}$ : x, y方向掃流砂量、  $w_f$ :砂粒子の沈降速度,  $c_b$ :浮遊砂の基準点濃度,  $q_{su}$ : 河床の単位面積から単位時間に巻き上がる砂粒子の体積 であり、岸・板倉の式より求める。また、砂粒子の沈降 速度については Dietrich の式により求めた。掃流砂ベク トルについては、掃流砂の非平衡性を考慮した内田・福 岡による非平衡掃流砂モデルを参考に以下の基礎式を用 いる。

$$\frac{\partial q_{bx}}{\partial t} + \frac{\partial u_{px}q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial u_{py}q_{bx}}{\partial y} = \frac{u_{pxe}q_{be} - u_{px}q_{b}}{l_{s}}$$
(6)

$$\frac{\partial q_{by}}{\partial t} + \frac{\partial u_{px} q_{by}}{\partial x} + \frac{\partial u_{py} q_{by}}{\partial y} = \frac{u_{pye} q_{be} - u_{py} q_b}{l_s}$$
(7)

ここに、 $q_b$ : 掃流砂量、 $q_{be}$ : 平衡掃流砂量、 $u_{px}, u_{py}$ :

## 河床変動量 (m)



図-1 Case1, 2, 3 の河床変動量. それぞれ時刻が 720, 670, 830 秒時点の計算結果。

x,y方向の砂粒子速度、 $u_{pxe}, u_{pye}$ :平衡状態における x,y方向の砂粒子速度、 $l_s$ : step length である。砂粒子速 度は、掃流砂量を交換層厚で除した平均的な移動速度と して扱い、平衡状態の掃流砂量については、平衡流砂量 式と横断方向流砂量式を組み合わせて求める。

また、浮遊砂濃度c については下記の浮遊砂連続式より計算を行った。

$$\frac{\partial ch}{\partial t} + \frac{\partial Uhc}{\partial x} + \frac{\partial Vhc}{\partial y} = q_{su} - w_f c \tag{8}$$

#### 3. 計算条件と結果

## (1) 計算条件

前章に示した計算モデルの性能を把握するために、モ デルを福岡ら 4の二次元河床波に関する実験に適用した。 彼らの実験では砂堆や反砂堆、反砂堆の中でも上流に移 動する溯上反砂堆や下流に移動する流下反砂堆などの発 生が報告されている。本研究では、遡上反砂堆の発生条 件であり、なおかつ浮遊砂卓越条件である3つのケース (福岡らにおける Run1、Run17、Run27)にモデルを適用 する(ここでは便宜上、Case1、Case2、Case3 とする)。 具体的な条件は Case1 が水路勾配 0.0204、流量 0.731/s、 Case2 が水路勾配 0.0323、流量 0.431/s、Case3 が水路勾 配 0.0137、流量 0.52l/s である。全ケースに共通の条件と して、水路長8m、水路幅0.04m、粒径0.19mmである。 格子幅は流下方向に4cm、横断方向に1cmとしている。 境界条件として、上流端から定常流量を与え、下流端は 自由放出とする。なお、計算の安定性のために、上下流 から2mの区間は固定床として扱った。

## (2) 計算結果

Case1、2、3 において計算された平面的な河床変動量 を図-1、河床波と水面形の計算結果のうち、典型的な遡 上反砂堆上の水面波となっている時刻の水面、河床の縦 断計を図-2 に示す。なお、上下流 2m に設定した固定床 における計算結果については描画していない。図-1より Case1、2、3 に共通して、横断方向に一様な二次元的な 河床波が発生していることがわかる。また、図-2より河 床波上の水面形は同位相となっており、反砂堆の様相を 呈している。また、図-3に右側側壁付近の河床変動量の 時間変化を表す。この図は河床波の走時線に相当してお り、左上に伸びるコンターからも遡上反砂堆が発生して いることが分かる。

本数値計算を福岡ら<sup>4)</sup>の実験結果と定性的に比較する と以下のことがいえる。なお、実験における水面や河床 波の様子については紙面の都合上、原論文<sup>2)</sup>を参照され たい。

まず、実験的事実をよく再現されている点として、有限波長の遡上反砂堆と水面波の発生が挙げられる。また、 Casel においては実験で跳水が見られるのに対し、計算 においても跳水と考えられる水面が見られた。しかし、 図-2a に見られるように実験と比べ、水面が安定しない 傾向にあった。それに対し、Case2、3 において、水面 は比較的安定する傾向にあった。これは Case2、3 の実 験結が跳水を伴わない遡上反砂堆であることによる可能 性がある。

また、波長については全体的に過小評価している傾向 にある。図-3を描いた河床変動量に対して高速フーリエ 解析を行うことで得られる卓越波長は、Case1、2、3 で 36.3cm、29.8cm、26.2cm であったのに対し、実験では 49.0cm、57.0cm、33.0cm であった。また、波速に関し ては図-3の走時線の傾きより求めることができ、計算結 果では、Case1、2、3 がそれぞれ 0.52cm/s、0.30cm/s、 0.33cm/s であったのに対し、実験では 1.5cm/s、0.81cm/s、 1.1cm/s となっており、こちらも過小評価されている。

このように、構築したモデルは遡上する反砂堆の形成 と発達をある程度再現していると考えられるが、波長、 波速ともに過小評価していた。また、図-2a に見られる ように水面の計算が安定しない傾向にあり、数値計算上 の課題といえる。今後はこれらの点を改善することで、 計算結果をより詳しく評価していく必要がある。



図-2 Case1, 2, 3 で計算された河床波と水面波。

#### 4. まとめ

本研究ではブシネスクモデルと非平衡掃流砂モデルを 用いた岩崎ら<sup>3)</sup>のモデルに浮遊砂の影響を組み込み、数 値計算を行った。計算モデルは遡上反砂堆の形成と発達 をある程度再現できることが示されたが、波長、波速と もに過小評価していた。また、水面の計算が安定しない 傾向が見られた。これら課題点を改善していき、さらな る検討をすることでモデルの評価をする必要があるだろ う。

参考文献

- 長谷川和義・山口甲・伊賀久晃・辻珠希:急勾配 河川における三角状水面波列の発生条件について、 土木学会北海道支部論文報告集,第66号,2007
- 2) 岩崎理樹・井上卓也・矢部浩規:三角波発生条件 下におけるブロック安定性に関する実験,土木学 会北海道支部論文報告集,B1(水工学), Vol. 74, No.4, pp.I\_1207-I\_1212, 2017
- 3) 岩崎理樹・井上卓也・音田慎一郎・矢部浩規:三 次元反砂堆に関する数値計算,2018
- 4) 福岡捷二・奥津一夫・山坂昌成:急勾配移動床流 れにおける河床波の形状,伝搬特性,土木学会論文



図-3 Casel, 2, 3 における河床変動量の時間変化。 左上に伸びる模様が上流移動している河床形態を意味している。

報告集, 第 323 号, pp. 77-89, 1982