令和２年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第77号

Haar waveletを用いた弾性波トモグラフィの開発

Development of elastic wave tomography using Haar wavelet

北海道大学工学部　○ 学生員 堀合孝太郎（Kotaro Horiai）
北海道大学工学研究院　正会員 古川陽（Akira Furukawa）

1. はじめに

非破壊検査は，検査対象物を壊すことなく内部の状況を把握できることから，構造物の健全性評価において重要な役割を果たすことが期待されている．弾性波トモグラフィは，非破壊評価による内部可視化技術の 1 つとして知られている．弾性波トモグラフィでは，対象とする検査領域に弾性波の発信点と受信点を配置し，各受信点で得られた観測波形に含まれる波動の伝播・透過・散乱情報を抽出し，検査領域内の材料物性値分布を推定する．そのため，弾性波トモグラフィは，コンクリート橋脚やコンクリート取水堰などコンクリート構造物の検査 [1) や，地盤物性値の推定 [2) などに広く用いられている．

従来の弾性波トモグラフィでは，材料物性値分布の表現に大きさの等しいセルが用いられる．このセルの大きさは，分布表現における解像度を決定するパラメータであるが，セルの大きさは弾性波の伝播経路の分布に影響を受ける．そのため，土木分野でしばしば遭遇する，発信点・受信点の数や配置に制約を有する場合には，高解像度の分布を得ることは困難である．

以上を踏まえ，本研究では，弾性波の伝播経路の分布によらず高解像度の分布を得る弾性波トモグラフィ手法の開発を目的とする．提案する手法は，対象とする 2 次元領域のスローネス分布を，Haar wavelet による多重解像度表現によって近似し，弾性波トモグラフィを適用するというものである．本稿では，従来法と提案手法で得られたスローネス分布の結果を真値の分布と比較し，その基本的な性質について考察する．なお，以下では特に断りのない限り，1 つの項に繰り返し現れる下付き添え字に対して総和規約を適用する．

2. 解析手法

2.1 問題設定

本研究では，弾性波トモグラフィを用いて 2 次元領域 D 内のスローネス分布を推定する．領域 D 内の位置 $\mathbf{x}$ における スローネス $s(\mathbf{x})$ は次式で与えられる．

$$s(\mathbf{x}) = \frac{1}{v(\mathbf{x})} \tag{1}$$

ここに，$v(\mathbf{x})$ は位置 $\mathbf{x}$ における縦波の伝播速度を表す．縦波が領域 D 内に配置された発信点から受信点に到達するまでの時間 t_i と，スローネス分布 $s(\mathbf{x})$ には，以下の関係式が成り立つ．

$$t_i = \int_{C_i} s(\mathbf{x})dC(\mathbf{x}); \quad i = 1, 2, \cdots, M \tag{2}$$

ここに，C_i は発信点と受信点を結ぶ縦波の伝播経路，M はその伝播経路の数を表す．弾性波トモグラフィでは，式 (2) をもとに，未知量となるスローネス分布を推定する．

2.2 従来法

従来法では，スローネス分布を以下の式で近似する．

$$s(\mathbf{x}) \approx \sum_{j=1}^{N} b_j(\mathbf{x}) s_j \tag{3}$$

ただし，

$$b_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & : \mathbf{x} \in D_j \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \tag{4}$$

であり，D_j は，以下の条件を満たす領域 D 内の部分領域（セル）である．

$$\bigcup_{j=1}^{N} D_j = D, \quad \bigcap_{j=1}^{N} D_j = \emptyset \tag{5}$$

式 (3) を式 (2) に代入し整理すれば，以下に示す連立 1 次方程式を得る．

$$t_i = L_{ij} s_j; \quad i = 1, 2, \cdots, M \tag{6}$$

ここに，

$$L_{ij} = \int_{C_i} b_j(\mathbf{x}) dC(\mathbf{x}) \tag{7}$$

である．この連立 1 次方程式を解くことで，領域内部のスローネス分布を求めることができる．

2.3 提案手法

本研究における提案手法では，領域 D 内のスローネス分布を Haar wavelet を用いた多重解像度表現 [3) によって近似する．これは，以下の式で表現することができる．

$$s(\mathbf{x}) \approx \sum_{j=1}^{N} \check{b}_j^*(\mathbf{x}) \check{s}_j \tag{8}$$

ここに，

$$\check{b}_j^*(\mathbf{x}) = \check{b}_k(x_1) \check{b}_l(x_2) \tag{9}$$

であり，$j = 2^J(k-1) + l$ および $k, l = 1, 2, \cdots, 2^J$ である．ただし，J は Haar wavelet による多重解像度表現における最大解像度を表す．加えて，$\check{b}_k(\cdot)$ は以下のように与えられる．

$$\check{b}_1(s) = \phi(s) \tag{10}$$

$$\check{b}_p(s) = 2^{m/2} \psi(2^m s - n); \quad p = 2^m + n + 1 \tag{11}$$

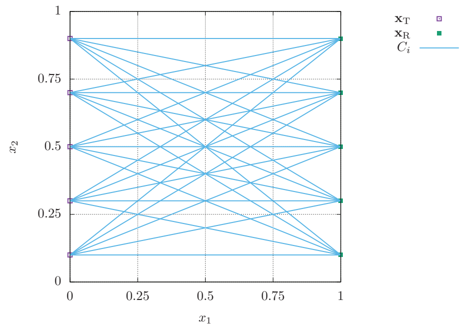
ただし，$m = 0, 1, \cdots, J-1$ および $n = 0, 1, \cdots, 2^m - 1$ である．また，$\phi(\cdot), \psi(\cdot)$ は，以下に示すような Haar wavelet におけるスケーリング関数とマザーウェーブレットである．

$$\phi(s) = \begin{cases} 1 & : 0 \le s < 1 \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \tag{12}$$

$$\psi(s) = \begin{cases} 1 & : 0 \le s < \frac{1}{2} \\ -1 & : \frac{1}{2} \le s < 1 \\ 0 & : \text{otherwise} \end{cases} \tag{13}$$

上述の近似表現を用いることで，以下に示す連立 1 次方程式を得ることができる．

$$t_i = \check{L}_{ij} \check{s}_j; \quad i = 1, 2, \cdots, M \tag{14}$$



図– 1 対象とする 2 次元領域 D と発信点 $\mathbf{x}_\mathrm{T}$，受信点 $\mathbf{x}_\mathrm{R}$，および伝播経路 C_i

ここに，

$$\check{L}_{ij} = \int_{C_i} \check{b}^*_j(\mathbf{x}) dC(\mathbf{x}) \qquad (15)$$

である．

式 (15) に示す係数行列 $\check{L}_{ij}$ では，特定の列ベクトルの l^2 ノルムの値がゼロになることがある．これは，近似に用いる基底関数 $\check{b}^*_j(\cdot)$ が正負両方の値を取ることが原因である．そこで本研究では，そのような列ベクトルを取り除いた以下の方程式を解析に用いる．

$$t_i = \check{L}^c_{ij} \check{s}^c_j; \quad i = 1, 2, \cdots, M \qquad (16)$$

ただし，圧縮された係数行列 $\check{L}^c_{ij}$ は，次式を満たす．

$$\sum_{i=1}^{M} \check{L}^c_{ij} \check{L}^c_{ij} \neq 0; \quad j = 1, 2, \cdots, K(\leq N) \qquad (17)$$

なお，式 (17) には総和規約を適用しない．式 (16) を解くことで，領域 D 内のスローネス分布を求めることができる．

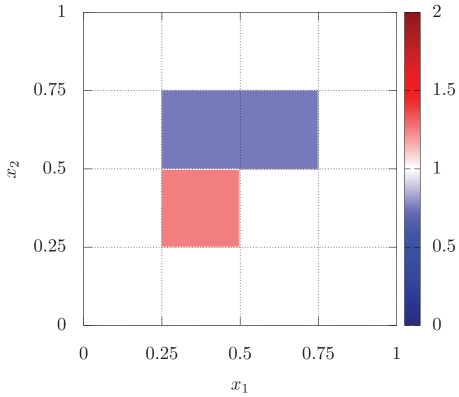
3. 数値解析例

図–1 に示す 2 次元領域 D 内（$x_1 \in [0, 1], x_2 \in [0, 1]$）のスローネス分布の推定を行う．同図に示す通り，発信点 $\mathbf{x}_\mathrm{T}$ は 5 つ配置し，それらの座標は $(0, 0.1)$，$(0, 0.3)$，$(0, 0.5)$，$(0, 0.7)$，$(0, 0.9)$ とした．また，受信点 $\mathbf{x}_\mathrm{R}$ も 5 つ配置し，それらの座標は $(1, 0.1)$，$(1, 0.3)$，$(1, 0.5)$，$(1, 0.7)$，$(1, 0.9)$ とした．これにより，伝播経路の総数は $M = 25$ となる．また，分布表現における未知量の数は $N = 16$ とした．これは Haar wavelet の最大解像度 $J = 2$ に対応する．なお，真値のスローネス分布は図–2 で与え，連立 1 次方程式の解法には，正則化付き最小二乗法を用いた．なお，正則化パラメータは $\gamma = 10^{-6}$ とした．

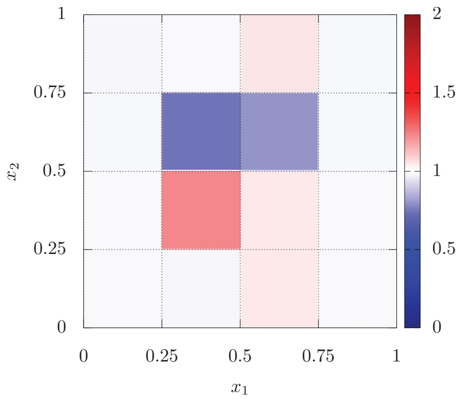
図–3 に従来法による推定結果，図–4 に提案手法による推定結果を示す． これらの図に示す結果から，提案手法を用いた場合でも，従来法とほぼ同等の推定結果を得ることが可能であることが確認された．また，提案手法では，係数行列に l^2 ノルムがゼロとなる列ベクトルが複数存在することが確認された．本稿に示す解析例では，このような列ベクトルは 3 つあり，式 (16) における未知量の数は $K = 13$ となった．

4. おわりに

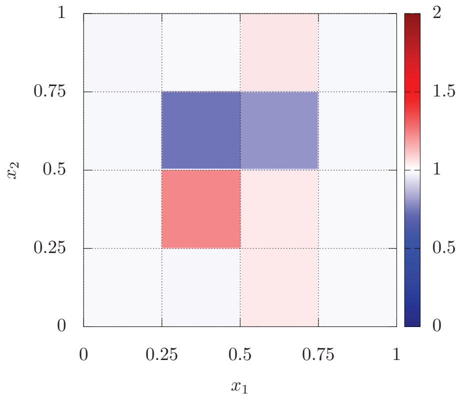
本研究では 2 次元領域のスローネス分布を対象に，Haar wavelet を用いた弾性波トモグラフィを開発した．そして，数値解析例をもとに，その基本的な性質について確認した．解析結果から，提案手法によって従来法とほぼ同等の推定結果が得られることを確認した．また，効果は大きくないものの，Haar wavelet を用いることで，係数行列の圧縮が可能となり，未知量の数が減ることを確認した．



図– 2 検証に用いるスローネス分布（真値）



図– 3 スローネス分布の推定結果（従来法）



図– 4 スローネス分布の推定結果（提案手法）

今後は，他のスローネス分布に対しても提案手法の適用を行い，検証を続ける予定である．また，高解像度な推定結果を得るための手法の改良にも取り組む予定である．

参考文献

1) 桃木昌平: コンクリート構造物健全性評価のための弾性波トモグラフィ手法に関する研究, 京都大学博士学位論文, 2015.

2) Dines, K.A, Lytle, R.J.: Computerized geophysical tomography, *Proceedings of the IEEE*, Vol.67, No.7, pp.1065–1073, 1979.

3) 和田成夫: よくわかる信号処理, 森北出版, 2009.