引張軸力を受ける実大 RC はりに対する下界定理を用いたせん断解析

Lower Bound Analysis for Shear Assessment of Full-Scale RC Girders Subject to Axial Tension

北海学園大学工学部社会環境工学科　〇学生員　永井遥奈　(Haruna Nagai)
北海学園大学工学部社会環境工学科　　正　員　金澤健　　(Takeru Kanazawa)

1.　はじめに

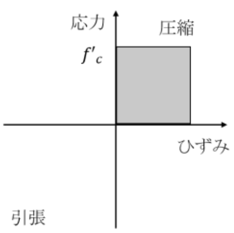
引張軸力がせん断耐力を低下させることは広く知られているが [1)]、圧縮軸力の場合より実験的知見が少なく、多くの実験結果に適合するような回帰式によるせん断耐力の評価には限界がある。実際の耐力を安全側に評価する設計式は、新設構造物の設計には適しているものの、既設構造物に対する過不足のない維持管理を目的とした場合には必ずしも適切ではない。そこで本研究では、極限解析の下界定理を用いて、実験結果の近似式や回帰式を用いずに引張軸力下のせん断耐力を算定可能な解析モデルを構築する。さらに、構築したモデルの妥当性を実大 RC はりの実験結果との比較によって検証する。

2.　解析モデルの構築

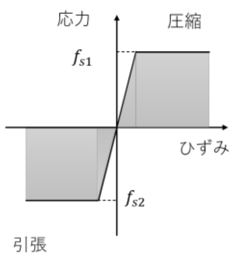
極限解析とは、構造部材の終局状態において生じる大きな変形領域以外を剛塑性体（や弾塑性体）と見なす大胆な仮定によって、終局荷重を解析的に求めるアプローチである [2)]。極限解析における終局荷重の解は、降伏条件およびつり合い式を満足させる下界の解と、つり合い式の代わりに変形の適合を満足させる上界の解とに大別されるが、真の終局荷重は下界の解を下限（下界定理），上界の解を上限（上界定理）とした範囲にある。本研究では、力のつり合い式に基づく下界の解を最大化することによって解析解を求め、実験結果（真の解）と比較する。せん断耐力の導出を簡便にするために、以下の仮定を導入する。

- コンクリートと鉄筋は平面応力状態にある。
- 解析対象のはりは平面保持の仮定を満足する。
- 鉄筋—コンクリート間の付着は完全とする。
- コンクリートは図−1 に示すような剛塑性体とし、圧縮域でf_c'に等しい応力を負担している。
- コンクリートは引張応力を負担しない。
- 鉄筋は図−2 に示すような弾塑性体とする。

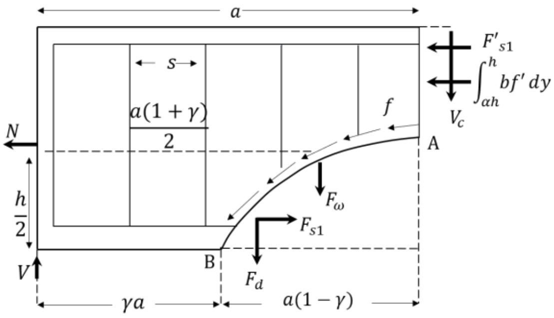
本研究では、応力やひずみでは引張を正として、ダッシュが付くと符号が反転するものとする。使用する変数の



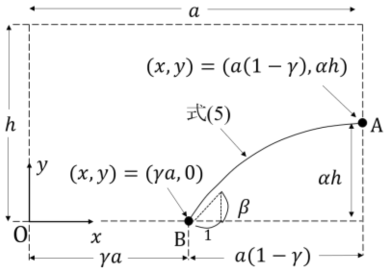
図−1 コンクリートの構成則



図−2 鉄筋の構成則



図−3　自由物体図



図−4　ひび割れ図

説明はすべて付録に譲る。

下界の解を求めるために必要な力のつり合い式は、Tan ら [3)]の研究を参考にし、図−3 の自由物体図から定式化する。以下の式(1)－式(3)はそれぞれ鉛直方向のつり合い式、水平方向のつり合い式、モーメントのつり合い式を表している。

$$V-V_c-F_d-F_w-b\int_s f\sin\theta\,\mathrm{ds}=0 \tag{1}$$

$$\int_{\alpha h}^{h} bf_c'\,\mathrm{dy}-F_{s1}+F_{s2}'+N+b\int_s f\cos\theta\,\mathrm{ds}=0 \tag{2}$$

$$\begin{cases}\left(\gamma a+\dfrac{h-d_1}{\tan\beta}\right)F_d+(h-d_1)F_{s1}(h-d_1)F_{s2}' \\ +\dfrac{a(1+\gamma)}{2}F_w+aV_c-\dfrac{h(1+\alpha)}{2}\displaystyle\int_{\alpha h}^{h} b\,f_c'\,\mathrm{dy} \\ -\dfrac{h}{2}N+b\left(\displaystyle\int_s f\sin\theta\mathrm{ds}-\int_s f\cos\theta\mathrm{ds}\right)=0\end{cases} \tag{3}$$

ここで、$\int_s ds$は図−3 の A 点から B 点までの線積分を表している。この線積分は、以下のように図−4 の$x-y$軸に関する積分に置き換えることができる。

$$\int_s f\cos\theta\,\mathrm{ds}=f\int_{\gamma a}^{a}\mathrm{d}x,\ \int_s f\sin\theta\,\mathrm{ds}=f\int_0^{\alpha h}\mathrm{d}y \tag{4}$$

図−4 において、せん断ひび割れは以下のように定式化される。

$$y=\frac{\alpha^2h^2(x-a\gamma)}{a(1-\gamma)} \tag{5}$$

本研究では、つり合い式である式(1)－式(3)を $bd_1f'_c$ で除すことで、以下のように無次元化する。無次元化されたモーメントのつり合い式を表す式(8)では、線積分を式(4)のように変換した後で式(5)を代入することで、$\bar{f}$の項が得られる。

$$v=(1-\alpha)\tau_c+\phi_{s1}+\omega\phi_w\sigma_w+\left(1-\frac{1-\alpha}{\mu}\right)\bar{f} \tag{6}$$

$$\frac{1-\alpha}{\mu}-\phi_{s1}\sigma_{s1}+\phi_{s2}\sigma_{s2}+n+\lambda(1-\gamma)\bar{f}=0 \tag{7}$$

$$\begin{cases} \left[\gamma+\cot\beta\left(\zeta-\frac{1}{\lambda}\right)\right]\tau_s\phi_{s1}+\left(\zeta-\frac{1}{\lambda}\right)\phi_{s1}\tau_{s1} \\ -\left(\zeta-\frac{\delta}{\lambda}\right)\phi_{s2}\tau_{s2}+\frac{1+\gamma}{2}\omega\phi_w\sigma_w+(1-\alpha)\tau_c \\ -\frac{\zeta}{2}n-\frac{\zeta}{2\mu}(1-\alpha^2)-\frac{\alpha}{3\mu}(1-4\gamma)\bar{f}=0 \end{cases} \tag{8}$$

ここで、力の変数は以下のように無次元化されている。

$$\begin{cases} v=\frac{V}{bd_1f'_c},\sigma_{s1}=\frac{F_{s1}}{A_{s1}f_{s1}},\sigma_{s1}=\frac{F'_{s2}}{A_{s2}f'_{s2}}, \\ \sigma_w=\frac{F_w}{A_{sw}f_{sw}},n=\frac{N}{bd_1f'_c},\bar{f}=\frac{f}{f'_c} \\ \tau_c=\frac{V}{bd_1f'_c(1-\alpha),}\ \tau_s=\frac{F_d}{A_{s1}f_{s1}} \end{cases} \tag{9}$$

式(6)（無次元化された鉛直方向のつり合い式）が本研究における目的関数となる。引張軸力の大きさを表す n の値は実験条件から与えられるため、6 変数（σ_{s1}, σ_{s2}, σ_w, τ_c, τ_s, $\bar{f}$）に関して式(6)の v を最大化する最適化問題として、せん断耐力を求める。6 変数が取り得る値の範囲は以下のようである。

$$\begin{gathered} 0\le\sigma_{s1}\le1, 0\le\sigma_{s2}f\le1, 0\le\sigma_w\le1, \\ 0\le\tau_c\le\infty, 0\le\tau_s\le\infty, 0\le\bar{f}\le\infty \end{gathered} \tag{10}$$

ここで、σ_{s1},σ_{s2},σ_wの上限(=1)は主鉄筋とせん断補強鉄筋の降伏に対応する。

降伏条件として、式(11)の von Mises の降伏条件を引張主鉄筋に導入する。さらに、中立軸深さを $k=(1-\alpha)h/d_1$ と定義して式(7)を整理すれば式(12)が得られるため、$k\geqq0$ を最適化の制約条件として課す（表−1）。

$$3\tau_s^2+\sigma_{s1}^2=1 \tag{11}$$

$$\begin{aligned} k=\frac{\epsilon'_{cu}E_s}{f'_c}&\left[\frac{(\rho_{s1}+\delta\rho_{s2})\mu}{1-\alpha}-(\rho_{s1}+\rho_{s2})\right] \\ &-\bar{f}\lambda(1-\gamma)-n \end{aligned} \tag{12}$$

表−1　本研究における目的関数と制約条件

目的関数	式(6)
等式制約（つり合い式）	式(7)、式(8)
等式制約（降伏条件）	式(11)
不等式制約（降伏条件）	$3\tau_s^2+\sigma_{s1}^2\le1$
不等式制約（中立軸）	$k\geqq0$、式(12)

表−1 にしたがって、変形の適合条件を無視してつり合い式と降伏条件を満たす v を求めれば、それは下界の解となる。図−4 に定義されている変形の変数（α, β, γ）は式(13)に示す範囲で変動させ、α, β, γ が取り得るすべての組み合わせに対して式(6)の v を最大値を求め、さらにその中の最大値を解析結果とした。

$$1-\mu\le\alpha\le1, \frac{\alpha h}{a(1-\gamma)}\le\beta\le\infty, 0\le\gamma\le1 \tag{13}$$

ここで、αの下限は引張主鉄筋の軸方向ひずみが正（引張）になるという条件から、βの下限はせん断ひび割れが図−4 の y=0 で上向きになるという条件から定式化できる[3)]。

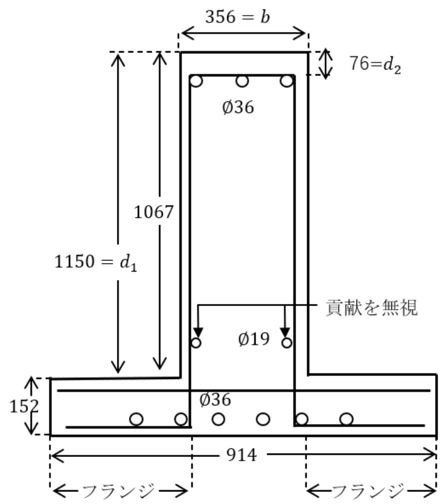
3. 実験結果との比較

解析モデルの妥当性を Smith ら[4)]の実大 RC はりに対する実験結果との比較によって評価する。Smith らは全 7 体のはりに対して試験を実施しているが、カットオフ筋を用いた供試体やエポキシ樹脂による補修を施した供試体を除く 2 体のみを解析対象とする。供試体は図−5 に示すような逆 T 型断面を有しており、本解析ではコンクリートが引張応力を負担しないものと仮定しているため、図−5 のフランジ部を無視することとした。また、本解析に必要な定数を参考文献[4)]から表−2 のように決定した。

表−3 に実験結果（V_{exp}）と解析結果（v_{ana}）の比較を示す。V_{AASHTO}は参考文献 [4)]から取得した値で、アメリカの橋梁設計基準（AASHTO LRFD）による耐力予測値である。本解析は 3-200-P に対して 16%の誤差、4-300-P に対しては 2%の誤差で実験結果を評価することができており、誤差の平均は 9%である。これは、AASHTO による評価と同じ水準であった。

4. まとめ

本研究では、極限解析の下界定理に基づいて、物理的な意味が不明確となる回帰式等を用いずにせん断耐力を評価可能な力学モデルを構築した。解析結果の評価に利用した実験結果 2 体と非常に少ないが、これは実大 RC はりの実験が世界的にも非常に少ないことに起因する。



図−5　逆 T 型はりの断面諸元[4)]

表-2　解析に用いた定数

	$n=\frac{N}{bd_1f_c'}$	$\phi_{s1}=\frac{\rho_{s1}f_{s1}}{f_c'}$	$\phi_{s2}=\frac{\rho_{s2}f'_{s2}}{f_c'}$	$\phi_w=\frac{\rho_w f_{sw}}{f_c'}$	$\lambda=\frac{a}{d_1}$	$\zeta=\frac{h}{a}$	$\mu=\frac{d_1}{h}$	$\delta=\frac{d_1}{d_2}$	$\omega=\frac{s}{d_1}$
3-200-P	0.083	0.269	0.135	0.079	2.60	0.407	0.943	0.066	0.265
4-200-P	0.128	0.267	0.133	0.081					

表-3　実験結果（v_{exp}）と解析結果（v_{ana}）との比較

	V_{exp} (kN)	v_{exp} (−)	v_{ana} (−)	V_{AASHTO}(kN)	$\frac{v_{ana}}{v_{exp}}$	$\frac{V_{AASHTO}}{V_{exp}}$
3-200-P	780	0.0814	0.0943	743	1.16	0.93
4-300-P	783	0.0835	0.0850	712	1.02	0.89

今後、実大レベルよりも小さい供試体を含む実験結果との比較により本解析の適用範囲や妥当性をさらに検証する必要がある。本稿では供試体数の不足により検討できなかったものの、本解析ではせん断力を分担する各要素（主鉄筋のダウエル作用や骨材の噛み合わせ）の貢献度を最適化の結果として定量的に評価することができる。それゆえ、耐力の正確な予測のみではなく、せん断抵抗機構の解明にも資することができると考えている。

付録

本研究で使用した記号や変数を表-4 にまとめる。

表-4　記号一覧

f_c'	コンクリートの圧縮強度
V	せん断力
N	引張軸力
V_c	ひび割れのないコンクリートせん断力負担分
F_w	せん断補強鉄筋が負担するせん断力
f	ひび割れ部における骨材の噛み合わせが負担する単位面積当たりのせん断力
θ	x 軸とせん断ひび割れがなす角度
F_d	引張主鉄筋のダボ作用が負担するせん断力
F_{s1}, F'_{s2}	引張主鉄筋・圧縮主鉄筋が負担するせん断力
α	ひび割れ高さを全高で除した値
β	点 B におけるひび割れの勾配
γ	支点と B 点間の距離をせん断スパンで除した値
a	せん断スパン
b	はり幅
d_1	有効高さ
h	全高
d_2	圧縮主鉄筋とはりの上縁との距離
s	隣接するせん断補強鉄筋の間隔
ω	せん断補強鉄筋の間隔を有効高さで除した値
μ	有効高さを全高で除した値
λ	せん断スパン比
ζ	全高をせん断スパンで除した値
δ	d_1をd_2で除した値
k	中立軸の深さを有効高さで除した値
ϵ'_{cu}	コンクリートの圧縮縁ひずみ
E_s	鉄筋の弾性係数（主筋とせん断補強鉄筋に共通）
$\rho_{s1}, \rho_{s2}, \rho_w$	鉄筋比（引張主鉄筋・圧縮主鉄筋・せん断補強鉄筋）
f_{s1}, f'_{s2}, f_w	降伏強度（引張主鉄筋・圧縮主鉄筋・せん断補強鉄筋）
A_{s1}, A_{s2}, A_{sw}	断面積（引張主鉄筋・圧縮主鉄筋・せん断補強鉄筋）
$\phi_{s1}, \phi_{s2}, \phi_w$	鉄筋係数（引張主鉄筋・圧縮主鉄筋・せん断補強鉄筋）

参考文献

1) 田村隆弘、重松恒美、原隆、丸山久一：軸方向引張力を受ける RC 梁のせん断耐力算定式に関する一考察、土木学会論文集、Vol. 520、pp.225-234、1995.
2) 金澤健：極限解析による材料劣化が生じた既設 RC 構造部材の終局耐力評価、コンクリート工学、Vol. 58、No. 8、pp.612-619、2020.
3) Tan K. H., Hasegawa A., Nishino F.：A combined upper and lower bound analysis and its applications、Journal of JSCE、Vol. 350、pp.125-133、1984.
4) Smith, M. T., Daniel A., Howell, T. Triska, and Christopher Higgins.：Effects of axial tension on shear-moment capacity of full-scale reinforced concrete girders、ACI Structural Journal、Vol. 111、No. 1、pp.211-222、2014.