

潜熱を考慮した熱伝導方程式を用いた解析による氷の温度変化について

Thermal analysis of freezing process considering latent heat by ice

北海道大学工学部
北海道大学大学院工学院
北海道大学大学院工学研究院

○ 学生員 石川肇 (Hajime Ishikawa)
学生員 安井丈造 (Takezo Yasui)
正会員 鄭好 (Hao Zheng)

1. 研究背景

近年、地盤の凍上を伴う土木技術の利用が更なる広がりを見せている。例えば、埋設型 LNG タンクなど低温構造物の地下埋設化や地盤を人工的に凍結させる地盤凍結工法などが挙げられる。加えて、人口の増加やそれに伴うエネルギー需要の増加から、凍土地帯を含む寒冷地域の開発も活気を帯びてきた。このため、凍結凍上現象に関する予測技術の重要性も一層増していると考えられる。

2. 研究目的

本研究ではその足がかりとして凍結凍上解析のひとつである熱伝導解析の潜熱に注目した。既往の研究では、水の潜熱は主に等価比熱法を用いてきた。等価比熱法とは、本来潜熱の影響で温度変化が滞る温度帯の比熱を変化させることにより、潜熱を考慮した温度変化をさせる手法で、状態変化時の計算過程において、比熱の代わりに物体の潜熱を考慮した等価比熱を用いる方法である。しかしながら等価比熱法は、潜熱領域内の短い時間変化の中で土中の水分を全て凍結していると仮定して、温度補正を行っている。しかし実際には土中の水分の含水率は温度により変化するため、温度補正の正確性に欠けるところがある。そこで私たちは新たに潜熱の影響を組み込んだ熱伝導方程式を導出し解析を行った。

3. 潜熱の影響を組み込んだ熱伝導方程式の導出

解析に用いる熱伝導方程式の導出に際し、図 1 に示されるような要素を考える。この要素における潜熱の影響を組み込んだ熱量収支を考えることで熱伝導方程式が導出できる。前提条件として「水は非圧縮性であり、微小要素は水の移動によって体積変化を起こさない。また微小要素の温度と水の温度は等しい」という条件のもとで考える。

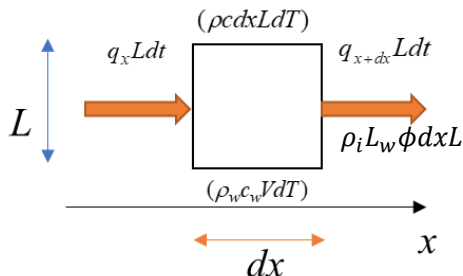


図 1：微小要素における熱収支

q [J/s · m²] : 熱流束, c_w [J/kg · K] : 水の比熱, ρ_w [kg/m³] : 水の密度, V [m³] : 水量, T [°C] : 微小要素の温度, ρ_i [kg/m³] : 氷の密度, L_w [J/kg] : 水の融解潜熱, ϕ : 含水率 (凍土の質量に対する氷の割合) と定義する。

連続の式を用いて、 dt 時間あたりの熱量の変化を表す。 x 軸方向における流入量, 流出量はそれぞれ図 1 のように表せる。

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

$$v = -k \frac{dh}{dx} \quad (2)$$

式(1)はフーリエ則, 式(2)はダルシー則を表している。 x 軸方向の熱収支をフーリエ則を適用して表すと

$$q_x Ldt - \left(q_x + \frac{dq_x}{dx} \right) Ldt = -\frac{dq_x}{dx} dx Ldt = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} dx Ldt \quad (3)$$

となる。微小要素の温度が dT 上昇したとするとそれに使用された熱量は、比熱、微小要素の質量、温度の積、そして潜熱で求められ、

$$dQ = (\rho_c dx L + \rho_w c_w V) dT - \rho_i L_w \phi dx L \quad (4)$$

(c [J / kg · K] : 湿潤比熱, ρ [kg/m³] : 湿潤密度)

と表せる。ここで、微小要素の温度を上昇させるのに使用された熱量と微小要素内に蓄えられる熱量が等しくなるので、式(3)、式(4)より

$$\rho_c dx L dT + \rho_w c_w V dT - \rho_i L_w \phi dx L = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} dx Ldt \quad (5)$$

ここで dt 時間内に入ってくる水の量は、流速 v [m/s], $V = v Ldt$ を代入して左辺を整理すると

$$\rho_c \frac{dT}{dt} + \rho_w c_w \left(v \frac{dT}{dx} + T \frac{dv}{dx} \right) - \rho_i L_w \frac{d\phi}{dt} = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (6)$$

となり、ここで水頭 h を線形に近似すると v は定数で表せるので

$$\frac{dv}{dx} = 0 \quad (7)$$

となる。よって式(6)は、

$$\rho_c \frac{dT}{dt} + \rho_w c_w \left(v \frac{dT}{dx} + T \frac{dv}{dx} \right) - \rho_i L_w \frac{d\phi}{dt} = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (8)$$

と表すことができる。また以降は、

$$\phi = w\theta \quad (9)$$

(w : 重量含水率, θ : データより得られた凍土における氷の質量割合) とし θ は温度 T の関数となる。

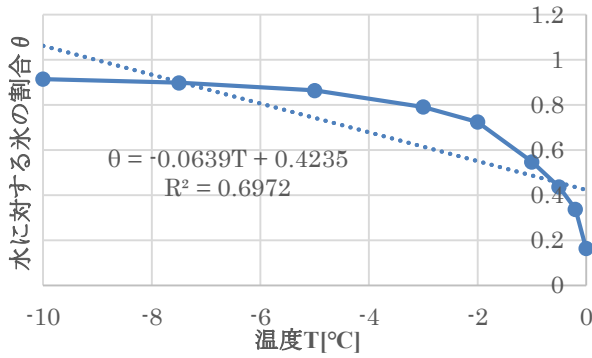


図2:温度変化による凍土中の氷の変化

凍土内の温度変化による氷の含水率の変化の実験をカオリンの凍土で行い、結果より $\theta = 0.0639T + 0.4235$ として解析を行った。

5. 解析モデルと解析結果

本研究では(8)について FEM を用いて一次元熱伝導解析を行い解析結果の比較をする。解析モデルとして、図のような節点数 11 要素数 10 の一次元要素を考える。物性値は表 1 を使用する。今各要素の初期温度は 0.5°C とし境界条件として左端の節点 1 に -10°C 右端の節点 11 に 0.5°C を与える。また解析における時間幅は 2s とした。モデルの中心の節点である節点 6 を比較した。

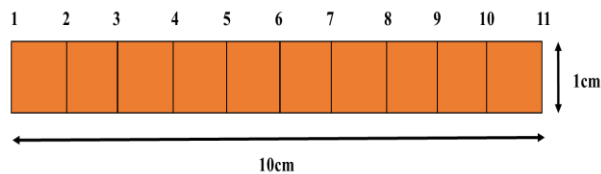


図3：解析モデル

表1：物性値

$\rho[\text{kg}/\text{m}^3]$	1876.5	$c_w[\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}]$	4200
$c[\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}]$	1790	W_c	0.3
$\rho_w[\text{kg}/\text{m}^3]$	1000	$\lambda[\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}]$	2.26

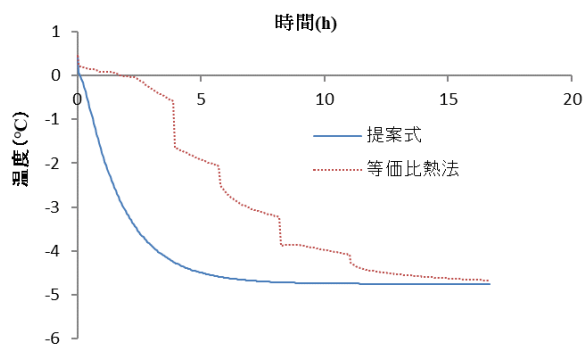


図4：節点6の温度

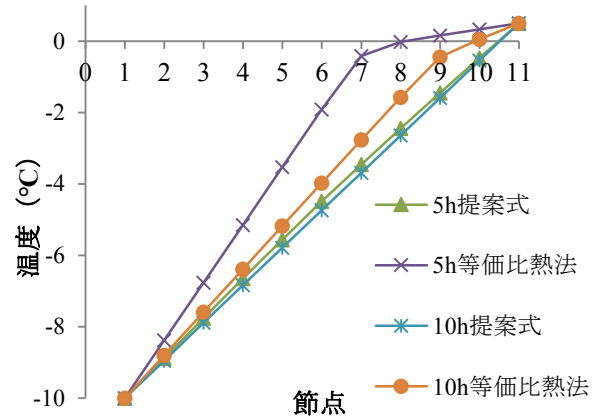


図5：5h 10h:温度勾配

解析結果を図4図5に示す。図4は節点6の各時間の温度を示したグラフである。水頭差のないモデルで、破線が等価比熱法を用いた解析を、実線が潜熱の影響を組み込んだ提案式を用いた解析を表す。図5は5時間と10時間後のモデルの温度勾配を示す。等価比熱法を用いる解析よりも提案式での解析のほうが熱伝導の収束が早い。

節点6の温度変化において、等価比熱法を用いた解析結果の方は温度変化が急激に変化する点が見られた。その箇所については、等価比熱法が潜熱領域内の温度の遷移について、短い温度変化の中で土中の水分を全て凍結していると仮定して、温度補正を行っているために発生しているからである。また潜熱の影響を組み込んだ解析においては温度変化に対応して土中の氷の割合を定めているため連続的に変化するようになる。

6. まとめ

本研究においては、水の潜熱は熱伝導解析に影響があり、等価比熱法の温度補正では正確性に欠ける点があるということがわかった。これより熱伝導解析を行うにあたり水の潜熱の影響を組み込んで新しく作った熱伝導方程式を用いて解析することでより精度の高い解析結果を得られることが示された。また本研究では、 θ を一次近似した近似式の値を扱って解析を行っている。しかし θ の値によって解析結果に大きな変化があるので凍土内の氷の温度変化による重量の変化について厳密に計算する必要がある。今後の研究では今回行った潜熱の影響を組みこんだ等価比熱法に代わる新しい熱伝導方程式を使った解析を行うことで凍土の凍結速度を確認し、凍上率の解析の精度を上げることを目指す。

参考資料

- 1)木下誠一：凍土の物理学，森北出版，1982.
- 2)三田地利之：土質力学入門，森北出版，2013.
- 3)松尾澤：Thermokarast lake が凍土の融解に及ぼす影響について，2018.
- 4)長野克則，落篠澄：土壌熱源ヒートポンプシステムに関する研究，1994.