

同心集中非線形重複波の発生と発達

Formation and development of concentric nonlinear overlapping waves

北海道大学工学部 4 年 ○学生会員 小嶋亮太 (Ryota Kojima)
 北海道大学院工学研究院 正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

一般に線形波が鉛直壁体に入射する時、重複波が形成される一方、浅水変形を受け非線形性が発達した波が壁体前面で砕波すると、波面の集中に伴い、1000G にも及び加速度を持って鉛直ジェットが噴出する、いわゆる Flip-through 現象が発生する(Cooker and Peregrin 1995)¹⁾。Flip-through に起因して数十メートルに及ぶジェットの放出が大量に飛沫に分裂し交通障害や物的被害を引き起こした事例が多く報告されている。Watanabe and Ingram(2015²⁾,2016³⁾)は Flip-through ジェットの不安定化と飛沫分裂過程をバックライト計測結果を基に明らかにしている。これら過去の研究の殆どは壁体に対して一方向から直入射する場合の Flip-through を対象としているが、多方向から壁面上の一点に砕波の入射が集中する場合、さらに大きな波力の発生と大規模なジェットの放出が懸念される。

エジンバラ大学は直径 25m、水深 2m の円形シリンダー状の水槽の壁面全体を覆う 168 台の造波機から成る全方向造波水槽 FloWave(図一1)を建設し、海洋エネルギー研究を進めている。FloWave によって全方向から水槽中央に集中包絡波を入射させると同じ波面が一点に集中し、円柱状の鉛直ジェットが発生する

(<https://www.youtube.com/watch?v=iWKFPtGkpXo>)。これはミラー効果を考えれば、壁面上の一点へ多方向から入射する非線形波の Flip-through と等価な現象であり、想定上最大規模のジェット発達が予期される多方向波 flip-through の発達機構の解明に向けて調査が期待される。

一方、容器内の液体を固有振動の 1.5~2 倍の周波数で鉛直振動させると非線形重複波、いわゆる Faraday 波が生じることが知られている(Longuet-Higgins 1983)⁴⁾。Benjamin and Ursell(1954)⁵⁾)は Faraday 波の解析解から水面の安定性を議論している。Faraday 波は FloWave によって作られる全方向入射による最大 Flip-through と類似した同心集中ジェットの形成することがわかっており(Longuet-Higgins 1983)、Faraday 波の解析により、集中 Flip-through の発達機構を明らかにできる可能性がある。

本研究は Faraday 波による同心集中ジェットの発生、発達から飛沫への分裂を経た一連のイベントをバックライト画像解析により明らかにしようとするものである。

2. 実験方法

後の 3 章に関連する固有振動の実験と、Faraday 波による実験を行った。実験条件として 200ml ビーカー(直径 60×高さ)に超不活性流体のフロリナート 100ml を入れる。フロリナートは表面張力が水の約 2 割であるため

より大きな

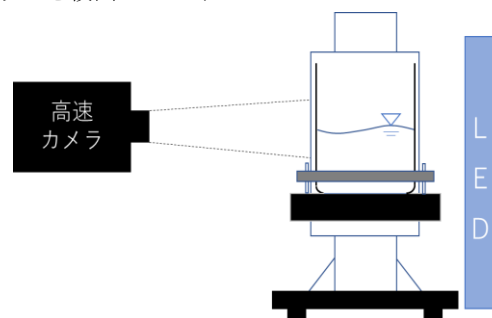


図一1 FloWave による鉛直ジェットの生成

慣性力が働き水面の変形が撮影しやすい利点がある。

固有振動の実験では、容器を手で揺らすことで強制振動を起こした後、撮影位置に置くことで自由振動を作り、バックライトで水面を影にして撮影する。

Faraday 波による実験では、正弦波振動する鉛直加振機を用いて誘発する。この装置は、振幅±0.1~25.0(mm)、周波数 0.1~20.0Hz の範囲で変更可能であり、2 つの組み合わせを変更して水面の変化をバックライトにより撮影する(図二)。水面の変化をわかりやすくするため、鉛直振動の座標を求めてその変化を基にキャリブレーション位置をビーカーの同じ位置に合わせる。また、現れたジェットの形状を明らかにするため、levelset 法によりエッジを検出していく。



図二 鉛直加振機での実験

3. Faraday 波の理論的解釈

液体を入れた容器を振幅 f で鉛直振動させて発生させる Faraday 波の線形解析解が Benjamin and Ursell (1954) によって式(1)のように与えられている。

$$\frac{d^2 a_m}{dT^2} + (p_m - 2q_m \cos 2T) a_m = 0 \quad (1)$$

式(2)において m は波のモード数を表しており、 a_m は

Faraday 波の振幅, 周期 $T = \frac{1}{2}\omega t$ (ω : 角周波数)を表している,

また, p_m, q_m は以下の式で表される.

$$p_m = \frac{4k_m \tanh(k_m h)}{\omega^2} \left(g + \frac{k_m^2 \gamma}{\rho} \right) \quad (2)$$

$$q_m = \frac{2k_m f \tanh(k_m h)}{\omega^2} \quad (3)$$

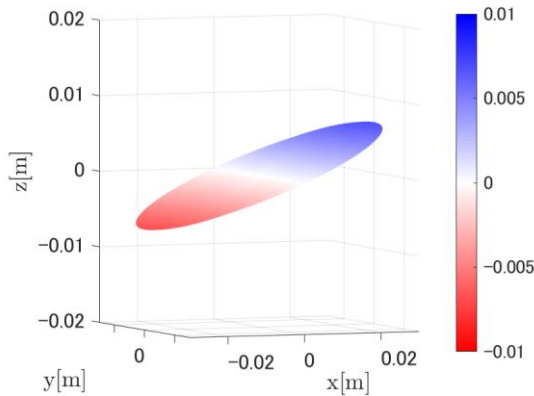
k_m は波数, h は液体の水深, g は重力加速度, γ は液体の表面張力, ρ は液体の密度である. ここで p_m は固有振動の分散関係式, q_m は鉛直振動の分散関係式を示しており, 式(2)から Faraday 波の振幅・周期は固有振動と鉛直振動により決定することがわかる.

4. 固有振動の理論的・実験的比較

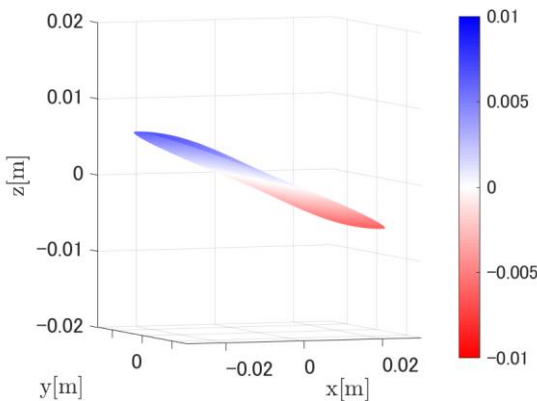
Faraday 波の解析解を基に実験で行う非線形重複波の挙動を評価するための予備調査として, 式(2)に対応する固有振動モードについて実験値と比較する. 表面張力項を考慮しない場合, モード 1 の水面形は円筒座標系 (r, θ) 上で以下のように表すことができる.

$$\eta = -\frac{i\omega}{g} A J(kr) \cosh(kh) e^{i\omega t} \cos\theta \quad (4)$$

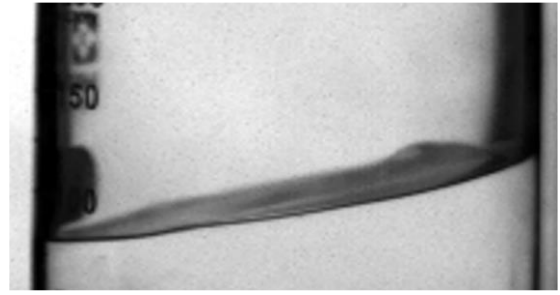
A は固有振動の振幅, J は第一種 vessel 関数である. ここで $\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)}$ である. 実験と同一条件の $h=0.06(\text{m})$, 半径 $R=0.03(\text{m})$ を与えた時の水面形を図一3(a),(b)に表す. この時の固有周期は0.26(s)であった. 固有振動の実験において理論と同じ位相を撮影した波形が図一4(a),(b)である. ほぼ同じ形状を表しており, 周期も同一であった.



図一3(a) $t=0(\text{s})$ の理論による水面形



図一3(b) $t=0.13(\text{s})$ の理論による水面形



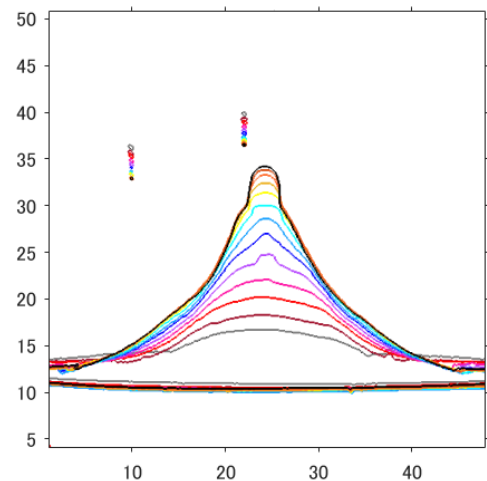
図一4(a) 実験における水面形①



図一4(b) 実験における水面形②

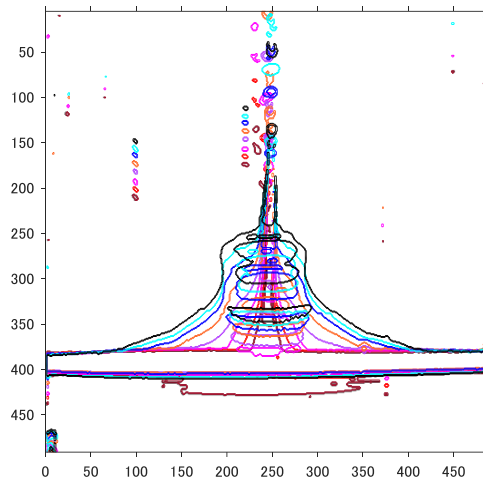
5. 実験結果

Faraday 波の室内実験において振幅 5mm・周波数 3.8Hz で振動するビーカー中央で連続した鉛直ジェットの生成が確認された(図一5). 形成される同心重複波は鉛直振動を経験する毎に増幅する. これは式(1)が示す様, 分散関係を補完して振幅が変動する特徴である. さらなる振幅の増幅は Benjamin and Ursell (1954)の線形波の仮定を逸脱し, 誘発された高次モードの波によってビーカー中央にさらに集中した円柱状鉛直ジェットを形成する(図一6 参照). 円柱ジェットの噴出後, ほぼ等間隔で伸張したジェットが分断され, 液滴が生成される. その後中央軸上に落下し着水が継続されると遅れて発達してきた基本モードの同心重複波の波面下にキャビティを形成し, 水中への空気塊を取り込む.



図一5 鉛直ジェットの発達①

(時系列: gray, maroon, red, pink, purple, blue, lightblue, cyan, yellow, sandyblown, orange, brown, black)



図—5 鉛直ジェットの発達②

(時系列:maroon,red,pink,purple,orange,blue,lightblue,black)

6. まとめ

Faraday 波をモデルに研究を進めていくため、Faraday 波の波形に関係する固有振動の実験と、Faraday 波を利用した鉛直ジェットの生成と levelset 法によるエッジ検出を試みた。Faraday 波の波形において固有振動の一致は確認できたため今後、鉛直振動を考慮に入れた波形の一致確認が必要である。また、鉛直ジェット生成において生成条件となる振幅・振動数の組み合わせが不確定であるため、鉛直振動の周波数と自由表面の周波数を比較しながら調査が必要である。今回鉛直ジェットのみのエッジ検出となったが、今後ジェットが液滴分裂した後の液滴の位置関係や形状について解明していきたいと考えている。

参考文献

- 1) Cooker MJ, Peregrine DH .1995 Pressure-impulse theory for liquid impact problems. J. Fluid Mech .297, 193-214. (doi:10.1017/S00221122095003053)
- 2) Watanabe Y, Ingram DM. 2015 Transverse instabilities of ascending planar jets formed by wave impacts on vertical walls. *Proc. R. Soc. A* 471: 20150397. (doi:org/10.1098/rspa.2015.0397)
- 3) Watanabe Y, Ingram DM. 2016 Size distributions of sprays produced by violent wave impacts on vertical sea walls. *Proc. R. Soc. A* 472: 20160423. (doi:org/10.1098/rspa.2016.0423)
- 4) M. S. Longuet-Higgins 1983 Bubbles, breaking waves and hyperbolic jets at a free surface, *Journal of Fluid Mechanics*, pp. 103-121 (doi:org/10.1017/S0022112083002645)
- 5) T. B.Benjamin and F. Ursell 1954 The stability of the plane free surface of a liquid in vertical periodic motion, (doi:org/10.1098/rspa.1954.0218)