Ｂ－４０　　　　　平成30年度　土木学会北海道支部　論文報告集　第75号

非定常の母数推定による将来降雨確率の算定

A method of the future extreme value estimation using unsteady historical rainfall data

○北海学園大学社会環境工学科　学生員　髙橋大樹 (Takahashi Daiki)
北海学園大学社会環境工学科　学生員　成川栄樹 (Narikawa Haruki)
北海学園大学社会環境工学科　フェロー　許士達広 (Tatsuhiro Kyoshi)

1. はじめに

地球温暖化が顕在化しつつあり、気象災害の多発が予想される中、集中豪雨の規模や頻度の増大が懸念される。そのため気候変化を考慮し非定常を前提とした将来における降雨確率値の推定が求められており、温室化ガスの増大等を仮定したいくつかのシナリオに基づき、全球的な気象モデルと地域気象モデルの結合による推定が行われている。しかし、採用されるシナリオにより結果はかなり異なり、マクロな現象の表現にとどまっているのが現状であり、個々の観測所の具体的な推定には限界がある。

一方時系列的な統計的解析で、時系列を区分して確率水文量の増加や減少の傾向を算出することも過去にかなり行われてきている。しかし増減傾向に対するばらつきが大きいため回帰が有意性を持たないことや、データを不連続にして求める標準偏差の変化がうまく表現できないこと、回帰モデル自体の持つ不安定性などから信頼性のおける非定常な確率モデルの構築には至っていない。こういった状況から本研究では実用的な観点から、基礎的でかつ客観的な統計手法を用いて将来確率雨量を推定し、長期的に見て実際に降雨は増えているのか、それはどの程度で近い将来どうなるかを考察する。

2. 非定常確率モデルの考え方

１）確率値の母数

降雨確率値のモデルは数多く提案されているが、物理的性質が明確なのは積率法によるもので、降雨量あるいはその対数に対し２母数であれば平均と標準偏差、３母数であれば平均と標準偏差に歪み係数を加えたものである。積率法は古典的な手法であるが、Ｌ積率法や最尤法に比べて精度が劣るわけではない。2 母数の代表的分布であるグンベル分布の場合、水文量の確率値は平均、標準偏差、歪み係数から次の理論式で表すことができる。

$$x_p = -an[-ln(p)] \qquad \cdot\cdot\cdot 1)$$

(x：水文量 a：尺度母数 c：位置母数 p：非超過確率)

$$\mu_x = c + 0.5772a \qquad \sigma_x = \pi a/\sqrt{6} \qquad \gamma_x = 1.1396$$

将来の母数としてひずみ係数は偶然による変化要因が大きいことから将来の確率値はデータから将来の平均、標準偏差を求めることになり、平均および標準偏差それぞれの年変化の回帰式を考えることになる。

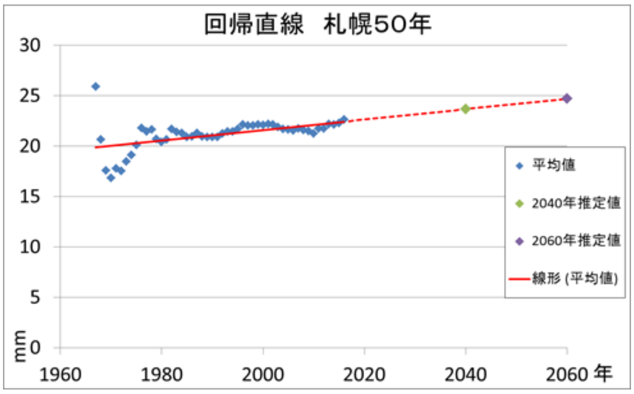

図 - 1　平均値の回帰

2）母数推定の問題点

前述のように年最大降雨量に単純に回帰を当てはめ、これを平均の線とした場合、年毎の値の変動が大きいため、統計的に有意な傾向とならない。一方確率値算定に用いる平均値と標準偏差はかなり時間変化に対して安定したパラメーターであり、例えば観測開始年から当該年までの平均値をプロットすると図-3 のように変動の少ない回帰線となる。標準偏差も同様で決定係数も非常に高く回帰の有意性の問題は解消される。

しかし平均値を散布図でプロットして回帰を当てはめる場合、各平均のデータ数が異なるため、各項に重みをつけた回帰にしなければならない。理論的には平均はデータ数ｎ、標準偏差はｎ－1 の重みであるが、べき乗曲線を当てはめるとデータのわずかな変化でｐの値が変動し、外挿推定の信頼性に問題がある。

その問題に対処するため今回の検討では累加値での回帰を用いた。一般には変数 x の分散がσ^2である時、n 個の x の和の分散はｎσ^2に増大していくが、回帰の残差分散の場合はそうはならない．例えば累加値 $y_i = \sum x_i$ に直線回帰を当てはめるとき

$$\Delta y_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_{i-1} + x_i - (Ax_i + C)$$
$$\Delta y_{i-1} = x_1 + x_2 + \cdots + x_{i-1} - (Ax_{i-1} + C)$$

よって$\Delta y_i - \Delta y_{i-1} = x_i - A\Delta x_i \qquad \cdot\cdot\cdot 2)$

2）式の両辺は正負の値をとり累加の値はゼロに近くなる。つまり累加値の場合各項の残差は増大せず各項に重みは必要ない。累加値で回帰をとりデータ数で割れば平均値が推定され、同様に偏差二乗和で回帰をとり推定値をデータ数で割れば標本分散の推定値が求められる。これらはデータ変動の影響、外れ値の影響が解消され、信頼のおける推定値となる。

３．累加値を用いた母数推定

１）期間確率と時点確率

水文データから将来の確率を算出する時に次の２つの考え方ができる。

・期間確率 ・・・観測開始時点から、将来の時点 t までの期間の平均的な母数を推定するもので、累加値が原点を通る場合は水文量の累加値を年数で除したもの、すなわち平均勾配で表される。

・時点確率・・・将来の母数および確率値の時点 t における瞬間的な値を推定するもので、水文量の累加値の線の微分あるいは単位期間の差分を用いて表される。

なお通常用いられている確率は観測開始時点から現時点までの期間確率に相当する。このため今回は期間確率を対象に考える。

２）べき乗の定数決定の問題点

累加値の勾配変化を算出するために、べき乗曲線を用いる。通常べき乗$Y = ax^p$の定数 a,p は両対数をとり、$logY = loga + plogx$ の最小二乗法から算出する。この場合図-2 のように中心が右に片寄ったものとなり、回帰のてこ比により下端の値の影響を大きく受けることになる。そのため対数の最小二乗法によるべき乗曲線の場合、データの傾向が増加傾向であるのにも関わらず、現時点(2017 年)の値よりも下回った回帰線で将来値が減少するケースや、データが減少傾向だが、現時点の累加値よりも上回った回帰線となり将来値は増大するケースが見られる。ここでは累加と偏差２乗和を推定する回帰式を、以下の手法を用いて検討する。

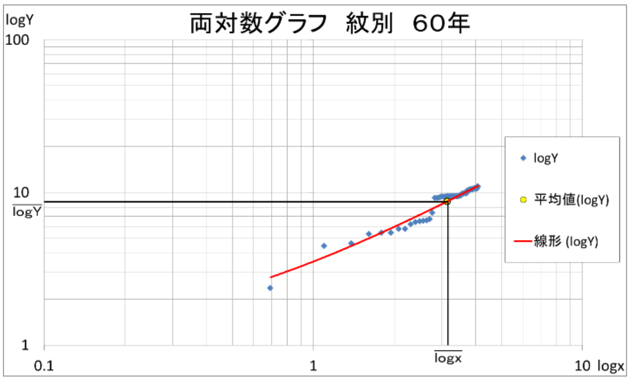

図 - 2 両対数グラフ

３）今回のべき乗曲線の算出法

累加値は一般に原点を通るのでべき乗曲線は 3）式である。また問題は現時点の確率値に対する将来の確率値の増減であるから 4）式に示すように、現時点の累加値を固定点とし、その点を通る曲線とする。累加値の現時点前後の勾配変化（曲線の凹凸）により、降雨の増減をを推定する。もう１つの条件は曲線の平均とデータの平均が一致することであり 5）式で表される。これらにより 6）式からトライアルで P を求め、7）式から a を求める。結果は図-3 に示すようにデータ点の中心部を通る曲線となる。

$$Y = ax^p \quad \cdots \quad 3)$$

$$Y_o = ax_o^p \quad \cdots \quad 4)$$

$$\bar{Y} = a\overline{x^p} \quad \cdots \quad 5)$$

$$Y_o/\bar{Y} = x_o^p/\overline{x^p} \quad \cdots \quad 6)$$

$$a = Y_o/x_o^p \quad \cdots \quad 7)$$

x_o：開始年を 1 とした時の現時点(2018 年)の年数

Y_o：現時点の累加値

$\overline{x^p}$：x^pの平均, $\bar{Y}$：Yの平均

13）式でp:を 0.2～2.4 まで 0.01 間隔で仮定して求める。

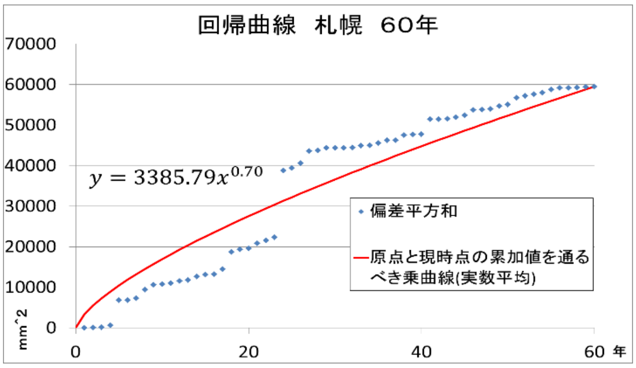

図 - 3　べき乗曲線の推定

４．観測データによる検討

ここでは日本各地 35 か所の観測開始年～2018 年の年最大日雨量と年最大時間雨量を用いて、現時点(2018 年)の平均、標準偏差、確率値を算出した。また、観測開始年～2018 年、1929 年～2018 年(90 年分)、1959 年～2018 年(60 年分)、1979 年～2018 年(40 年分)の年最大日雨量と年最大時間雨量を用いて、それぞれについて回帰式を当てはめて、将来(2040, 2060 年)の母数(平均・標準偏差)を推定し、それらの値の平均値から 1/100 確率値を算出した。国内の観測所でその時の確率値と現時点の通常の確率値を比較したものを 2040 年日雨量確率値について示す。

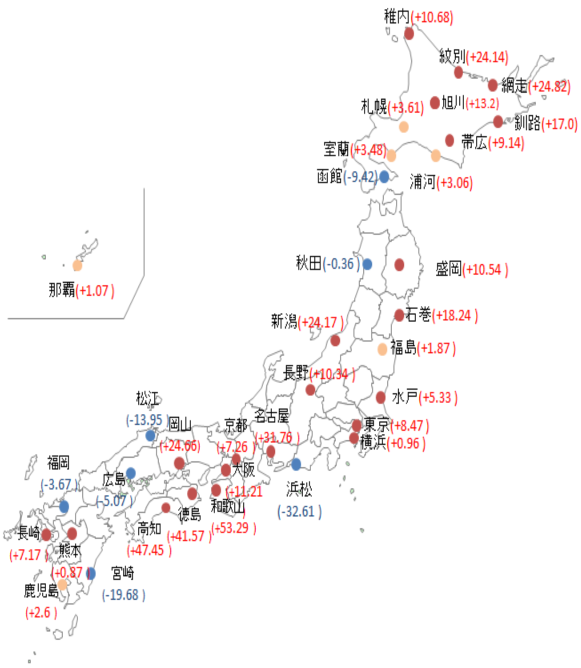

図 - 4　2040 年の日雨量 1/100 確率値の現時点との増減

● 現時点の確率値よりも 5mm 未満増加傾向である(6 か所)

● :現時点の確率値よりも 5mm 以上増加傾向である(22 か所)

● :現時点の確率値よりも減少傾向である(7 か所)

観測箇所:35 か所　推定年:2040 年　単位(mm)