

折れ点選択を含む水位流量曲線の自動最適化

A Study on Automatic Optimization of Water-level-Discharge Curve Including Break Point Selection

北海学園大学工学部社会環境工学科 ○学生員 小川篤人(Ogawa Atsuto)

北海学園大学工学部社会環境工学科 学生員 井原拓美(Ihara Takumi)

北海学園大学工学部社会環境工学科 フェロー 許士達広(Tatsuhiko Kyoshi)

1. はじめに

河川の水位流量観測は通常水位のみが水位計により自動観測されており、流量への換算は各観測所における水位流量曲線(H-Q曲線)により行われる。水位流量曲線は年間36回、または24回程度実施される流量観測の2ヵ年分の資料を用いて算出される。通常1)式のように2次曲線式で表され、2)式のように直線化して折れ線として検討されている。

$$Q = a(H + b)^2 \quad (1)$$

$$\sqrt{Q} = \sqrt{a}H + \sqrt{ab} \quad (2)$$

年間の流量観測において、測定される水位Hと流量QをHと $\sqrt{Q}$ のグラフにプロットし、それに折れ線(直線の組み合わせ)を当てはめ、各直線について最小自乗法で $\sqrt{a}, b$ を定める。流量は河川計画上非常に重要なものであり、水位からの変換は大きな意味を持つが、その作成においていくつかの問題点が生ずる。本研究は水位流量曲線作成の折れ点候補点の選定、折れ線をつなぐこと、折れ線本数の決定の各段階において、その最適化と省力化を目指すものである。

2. 水位流量曲線の問題点

1) 標高方向の折れ線本数最適化理論

期別に分けない場合、水位流量曲線の作成は基本的に $\sqrt{Q}$ -Hでプロットした点群に最適な折れ線を当てはめることである。しかし折れ線の数学的最適化には一般的に手法が示されたものが無く、実際の作業ではプロットした点から作業者が目視で判断し、地形の変化点を参考にして折れ点を定めて当てはめている。基準ではそれぞれの線における直線の相関係数が0.8以上であれば良いとされており、折れ線の本数については上限がない。線を細かく分けるほど相関は上がっていくため、細分化したほうが良いことになるが、細分化しすぎて折れ線の変化が大きいものは、実際の水位流量関係が不適当なものになる。現在H-Q曲線は、担当者の考え方により細かく区分されたものや1本のみでつながっているものが存在するため、客観的に正確な折れ点の位置と数を見つけ出す数学的判断基準が必要である。

2) 現状における区分した線分のつなぎ方

データを区分していくつかの直線とする場合、隣接する2つの線分間に交点がないことが多く、極端な場合2つの線が平行に近くなるなど、2つの線をつなぐのに工夫を要する。このような時は図-1のように中間の

データを重複して使い交点ができるようにする。などの方法がとられているが、作業者の判断でかなり煩雑な作業を行っているのが実態である。

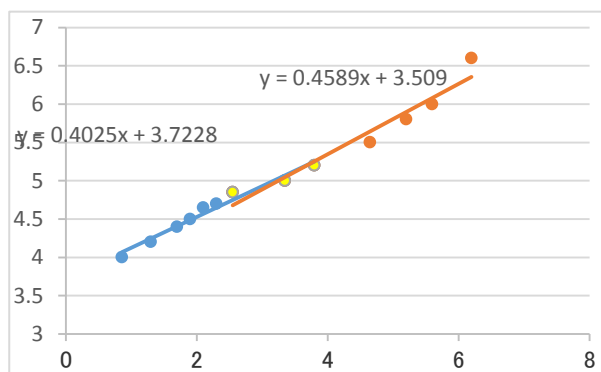


図-1 点を重複させ交点を作る

3. 本研究の手法

1) 折れ点候補の選出

折れ線の最適化は折れ点(折曲点)の最適配置により実現される。しかし単純に繰り返して計算して定めようとすると計算回数が膨大である。したがって本研究では便宜的な近似解を求めることとし、第一段階として線をつなぐに折れ点の候補点を何点か算出する。水位流量観測データを標高方向に幾つかに区分し、それぞれに直線を当てはめたときのデータとの残差平方和が最小となる区分の組み合わせを反復計算で選定する。候補点を算定する場合、区分の最小幅(各線分の最小データ点数)と最大の直線本数を決めておく必要がある。今回は実際に用いられている水位流量曲線を参考に、区分の最小データ数は3とし、端部のみ最下端は4、最上端で2に設定する。また折れ点候補点の個数は実際に用いられているH-Qの状況と計算時間の関係から最大4点とし、1から4点のそれぞれのケースについてデータ点の組み合わせをそれぞれ一つずつ変えながら、残差平方和最小となる区分点を算出する。具体的には下記3)式の残差平方和 Se の式において直線の勾配 a および切片 b を算出しながら、区分する点(線分の上端の点) $m_1 \sim m_4$ を Se が最小となるようにトライアルで定める。

$$Se =$$

$$\text{minimum} \left(\sum_{i=1}^{m_1} [y_i - (a_1 x_i + b_1)]^2 + \sum_{i=m_1+1}^{m_2} [y_i - (a_2 x_i + b_2)]^2 + \dots \right) \quad (3)$$

x_i : 各時点の水位 i : データの下からの番号

y_j : 各時点の流量 m_1, m_2 : 折れ点のデータ番号

(2) 線をつなぐ

候補点が決まれば区分された線分をつなぐ作業を自動化する。例えばデータを下からの番号で $1 \sim m_1$ と $m_1+1 \sim m_2$ の 2 つに分けて、それぞれ最小自乗で直線を当てはめた場合、2 つの直線の交点がデータの端部の間、すなわち m_1 と m_1+1 の間に来ることは多くない。このため m_1 と m_1+1 の間で強制的につなぐ方法をとる。

まず図-2 に示すように区分したデータでそれぞれ回帰線を描き、2 直線の交点が、区分されたデータの両端の点の間にあるときは交点を仮の折れ点とし、間がない時は m_1 と m_1+1 のうち 2 つの直線の縦方向の間隔が小さい方を仮の折れ点の x 座標の位置として、その位置の 2 直線の中点を仮の折れ点の y 座標(候補点)とする。

次に図-3 に示すように上で定めた仮の折れ点を通る直線をデータとの回帰で定める。折れ線が 3 本以上の時は候補点からの線が重複するため、仮の折れ点と別な仮折れ点からの直線の端部との間で再度中点を求め、新たな折れ点候補点とする。折れ線 4 本以上で、別な仮の折れ点からの直線が 2 本の箇所は、3 点の平均とする。

最後に図-4 に示すように外側の 2 直線は新たな折れ点候補点を通る直線を最小自乗法で求め、中間の線は新たな折れ点候補点をそれぞれつなぐ。

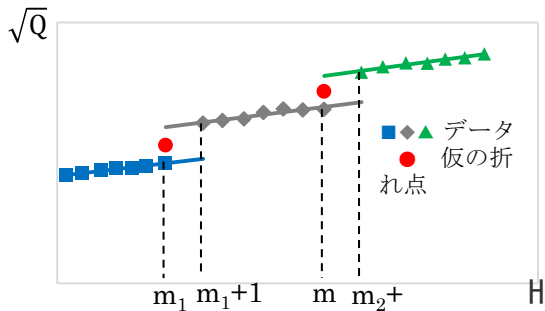


図-2 線分をつなぐ手順 1

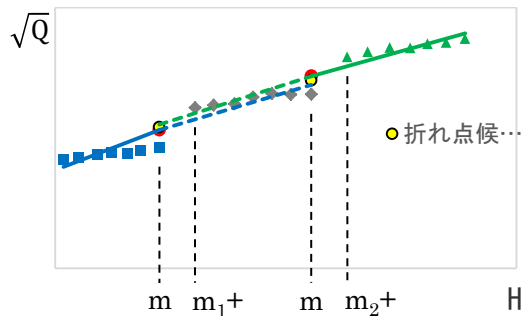


図-3 線分をつなぐ手順 2

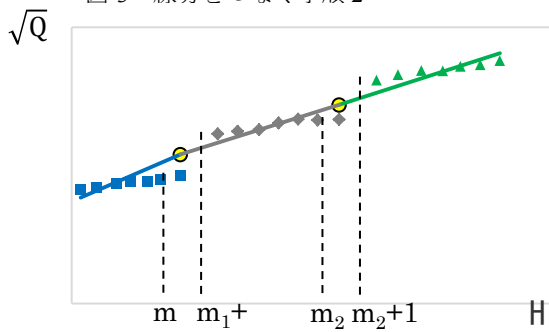


図-4 線分をつなぐ手順 3

4. AIC による分割本数の最適化と計算結果

線をつないで折れ線にした場合、折れ点候補点が 0~5 個の範囲であれば折れ線の組み合わせは 1 本の直線から 2~6 本の折れ線まで 32 パターンが考えられる。これらから最適な分割を選択するため以下に示す AIC(赤池情報量基準)を適用する。AIC は

$$AIC = -2 * (\text{モデルの最大対数尤度}) + 2 * (\text{モデルの自由パラメータ数}) \quad \dots (4)$$

で表され、AIC を最小にするモデルが最適である。これはモデルの当てはまりを表す最大対数尤度が同程度であれば、パラメータ数(定数の数)が最も少ないものを選び、節約の原理の一つの具現化となっている。回帰モデルに対して AIC は以下になる。

$$AIC = n \log 2\pi + n \log \sigma^2 + n + 2k \quad \dots (5)$$

モデル比較のためには定数部分を無視して

$$AIC = n \log \sigma^2 + 2k \quad \dots (6)$$

$$\sigma^2 : \text{誤差分散} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$n : \text{データ数} \quad y_i : \text{データ値},$$

$$\hat{y}_i : \text{回帰直線または曲線による推定値}$$

ここで $\log$ は自然対数である。2k をバイアス補正項と呼び k は式に含まれるパラメータ数である。

下表は各観測所について折れ線を算定して AIC 最小となるものを選定したもので、手法 1 は式(3) で得られた本数毎の候補点の折れ線について AIC 最小となったもの、手法 2 は式(3) で得られた 2~5 本のすべての候補点について候補点を組み合わせて 32 パターンの中から AIC 最小なものを選んだもの。既存の方法は既存の目視で候補点を選定して描いた折れ線について AIC を計算したものである。手法 1 手法 2 が同じ値で既往の方法より良い時は◎、手法 1 が一番良い時は○、手法 2 が一番良い時は△、既存の方法が一番良い時は×としている。手法 1, 2 を合わせれば既存の方法よりおおむね良好であり、既存の方法が良い場合もその差は僅かである。

観測所	手法1		手法2		既存の方法		評価
	本数	AIC	本数	AIC	本数	AIC	
西川向	5	-215.5	5	-223.8	4	-224.3	×
西越	2	-220.8	2	-220.8	2	-219.7	◎
幌加内	5	-130.5	3	-140.3	2	-116.3	△
石山	5	-200.1	6	-183.7	2	-180.4	○
当別川下	3	-260.0	6	-260.0	2	-211.8	◎
薄別	1	-249.3	6	-249.3	1	-242.8	◎
オカバルシ	3	-79.4	3	-79.4	2	-64.0	◎
岩見沢大橋	5	-12.0	5	-17.3	4	-7.2	△
千秋	5	-76.0	6	-92.2	1	-71.0	△
多度志	3	-168.6	3	-172.0	2	-153.5	△
旧雨竜橋	2	-43.7	2	-43.7	2	-42.0	◎
舞鶴	2	-128.2	2	128.2	3	-129.1	×
白井	4	-124.6	2	-107.3	2	-106.3	○
藤松	4	-286.1	3	-293.4	3	-295.2	×
赤平	2	-133.1	2	-138.3	3	-133.6	△
納内	2	-131.4	2	-134.3	2	-134.1	△
妹背牛橋	1	98.0	2	96.4	2	102.8	△
雨竜川	2	-176.1	5	-186.8	2	-164.8	△
清幌橋	2	-234.2	2	-234.2	1	-213.1	◎
下島松	2	70.6	2	70.6	2	97.2	◎
橋本町	2	-118.4	2	-118.4	2	-115.2	◎
奈井江大橋	4	-195.5	5	-198.5	3	-140.8	△
輪厚	3	-309.4	5	-311.2	3	-311.5	×
峻淵	2	-230.4	2	-230.4	2	-228.2	◎
平取	1	-140.8	1	-140.8	2	-139.1	◎
鷲川	2	-103.9	2	-106.4	2	-104.9	△
望月寒	1	-144.8	2	-145.7	2	-145.0	△