

サイズモーメントに基づく分散飛沫解析

Numerical Analysis of dispersed spray based on size moment

北海道大学工学部環境社会工学科
北海道大学大学院工学研究院○学生員 横内浩志 (Yokouchi Hiroshi)
正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

砕波に伴って生成され大気中に放出される大量の飛沫は数 μm から数 mm にわたる広いサイズレンジを持ち、その径に応じて異なる大気-海洋間の粗過程に寄与する。即ち、小径飛沫は、体積と比して表面積が大きいので、界面に溶解した気体及び伝導した熱を効果的に輸送し、大気-海洋間の気体・熱・水分の交換に主体的役割を果たす。一方、大径飛沫は、気流に対する抵抗の役割に加え、背後に小スケール乱れを発生させ、大気-海洋間の運動量輸送に大きな影響を与えるものと考えられる。また、飛沫サイズ分布は、風況及び熱、水分環境に応じて、分裂、合体、蒸発を通して変化するため、極めて複雑なフラックス輸送機構が存在しているものと考えられる。

サイズ分布を持つ分散性粒子群の計算は、体積率のみで気液の混合が記述させるオイラーの混相流モデルでは、サイズに依存した抗力及び乱流拡散が説明できない。個々のサイズをもつ粒子を追跡するラグランジの方法は、原理的に分散飛沫群の挙動の計算を可能とするが、砕波後に発生する無数の飛沫を個々に追跡することは現実的ではない。サイズ毎に離散的な粒子グループに分けてそれぞれのグループに対して計算する分散粒子計算はこれまで粒子噴流など相対的にサイズレンジの狭い流れに応用されてきた一方、本研究が対象とするオーダーに及ぶレンジを適切に分割するグループ毎の計算では負荷が大き過ぎる問題がある。Beck&Watkins(2002)¹⁾は、サイズモーメントを解くことにより、乱流中の分散飛沫の評価を行った。発生する海洋飛沫は観測結果を基に多くの経験的サイズ分布が提案されており、それらを直接初期分布として与えられるモーメント法の適用が有利である。

本研究は、強風下の砕波飛沫の力学的応答と運動量輸送機構を明らかにすることを最終目標とするものであり、その第一段階としてモーメント法に基づく基礎モデルを構築すると共にその性能評価を行うものである。

2. 数値計算法

本研究では、基礎モデルを構築するために、乱流境界層の計算と層流中における飛沫の計算をそれぞれ行い、最終的にキャリア相と分散相の計算を組み合わせ基礎モデルを構築することを目標に評価をした。

2.1 キャリア相

キャリア相は、3次元 Large Eddy Simulation により大気乱流境界層流れを解いた。支配方程式は流れ場を記述する運動方程式である Navier-Stokes 方程式にフィルタ操作を行った次式を用いた。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_i \bar{u}_j = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (1)$$

ここで、流速 u_i 、圧力 $\bar{p}$ 、Subgrid-Scale(SGS)応力テンソル τ_{ij} 、動粘性係数 ν 、重力ベクトル g_i 、である。上線 $\bar{}$ は Grid-Scale(GS)変数を示す。式(1)に対する SGS 乱れエネルギーの輸送方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} k_T \bar{u}_j = & -\tau_{ij} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - C_\varepsilon \frac{k_T \sqrt{k_T}}{\Delta} \\ & + C_{kk} \frac{\partial}{\partial x_j} \Delta \sqrt{k_T} \frac{\partial k_T}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 k_T}{\partial x_j \partial x_j} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、SGS 乱れエネルギー $k_T = \frac{1}{2} \bar{u'_i u'_i}$ 、フィルター幅 Δ であり、定数 C_ε 、 C_{kk} は Yoshizawa・Horiuti(1985)²⁾と同一の値を使用した。

計算は、Watanabe ら(2008)³⁾と同一な方法で行った。運動方程式(1)と SGS 乱れエネルギーの輸送方程式(2)に二段階分離法を適用し、移流相と非移流相に分離する。移流相について CIP 法により流速及び SGS 乱れエネルギーの移流計算を行い、非移流相について予測子修正子法と Multi Grid 法を組み合わせ流速、圧力、乱れエネルギーを更新した。

境界条件は側方境界に周期境界条件を与え、平板上($x=0$)に Non-Slip 条件を与えた。

流速の初期条件は、Spalding(1961)⁴⁾が提案した以下の流速の鉛直分布を与えた。

$$\begin{aligned} z^+ = u^+ + 0.1108 \{ & e^{0.4u^+} - 1 - 0.4u^+ - \frac{(0.4u^+)^2}{2!} \\ & - \frac{(0.4u^+)^3}{3!} - \frac{(0.4u^+)^3}{4!} \} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 z^+ と u^+ はそれぞれ z 座標と流速 u が摩擦速度 u_τ と動粘性係数 ν により無次元化された値であり $z^+ = yu_\tau/\nu$ 、 $u^+ = u/u_\tau$ である。また、式(3)は Newton-Raphson 法により解き、 z 座標に対応する流速を計算した。SGS 乱れエネルギーの初期条件は、以下の Spalding(1961)⁴⁾の渦粘性比と渦動粘性係数の式より SGS 乱れエネルギーの分布を計算し与えた。

$$\begin{aligned} \frac{\mu_{turb}}{\mu_{total}} = 1 / \left[1 + 0.4432 \{ & e^{0.4u^+} - 1 - 0.4u^+ \right. \\ & \left. - \frac{(0.4u^+)^2}{2!} \} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\nu_T = C_{kk} k_T^{\frac{1}{2}} \Delta \quad (5)$$

摩擦速度 u_τ は、壁面せん断応力 τ_w と密度 ρ を用いて $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ で表せるが、 τ_w は流速 u により決定されるので、本研究では、直接 u_τ の値を与えて計算した。

2.1 分散相

Beck&Watkins(2002)¹⁾が提案したサイズ分布のモーメ

ントは次式のように定義される。

$$Q_m = \int_0^\infty r^m n(r) dr \quad (m = 0, 1, 2, 3) \quad (6)$$

ここで、飛沫の半径 r 、飛沫のサイズ分布 $n(r)$ である。
また、0次モーメント Q_0 は飛沫総数、1次モーメント Q_1 は飛沫半径の総和、2次モーメント $4\pi Q_2$ は表面積の総和、3次モーメント $\frac{4}{3}\pi Q_3$ は体積の総和を示す。

サイズモーメントの m 次モーメントにおける質量保存則及び運動量保存則は次式である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_l Q_m + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho_l Q_m \langle v_j \rangle_m &= 0 \quad (7) \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_l Q_m \langle v_i \rangle_m + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho_l Q_m \langle v_i \rangle_3 \langle v_j \rangle_3 &= -Q_m \frac{\partial}{\partial x_i} \langle P \rangle_m \\ &\quad + B Q_{m+1} (\langle u_i \rangle_{m+1} - \langle v_i \rangle_{m+1}) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \rho_l \sigma_v v_p \left(\frac{\partial}{\partial x_j} Q_m \langle v_i \rangle_3 + \frac{\partial}{\partial x_i} Q_m \langle v_j \rangle_3 \right) \right\} \\ &\quad + (\rho_l - \rho_g) Q_3 g \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、飛沫密度 ρ_l 、キャリア相密度 ρ_g 、飛沫速度 v_j 、キャリア相流速 u_i 、圧力 P 、キャリア相渦粘性 v_p 、Melville & Mongia(1979)の係数 σ_v である。また、定数 $B = 6\pi\rho_g v_g f$ であり、 f はレイノルズ数の値により次式で与える。

$$f = \begin{cases} 1 + \frac{3}{16} R_e & R_e < 1 \\ 1 + 0.1935 R_e^{0.6305} & 1 < R_e < 285 \\ 1 + 0.015 R_e + 0.228 & 285 < R_e < 2000 \\ 0.44(R_e/24) & 2000 < R_e < 3.5 \times 10^5 \end{cases} \quad (9)$$

括弧 $\langle \rangle$ は任意の関数 $f(\mathbf{x}, t)$ に対して次式で定義される m 次モーメント平均を示す。

$$\langle f(\mathbf{x}, t) \rangle_m = \frac{1}{Q_m} \int_0^\infty r^m n(r, \mathbf{x}, t) f(r, \mathbf{x}, t) dr \quad (10)$$

計算はキャリア相と同様に、二段階分離法を適用し、移流相と非移流相に分離して行った。

飛沫サイズの初期分布は正規分布を適用した。また、飛沫数は自然現象に近づくよう鉛直方向に指数関数的に減少させた。以下に m 次モーメントにおける初期分布を示す。

$$Q_m = n \left(3 - \exp\left(\frac{z}{H}\right) \right) \times \int_0^{r_{max}} r^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(r-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dr \quad (11)$$

ここで、飛沫数 n 、飛沫の最大半径 r_{max} 、計算領域の高さ H である。また、 σ^2 と μ はそれぞれ正規分布における分散と平均を示す。

キャリア相の支配方程式は2.1と同様に式(1)と(2)を用いているが、風速とSGS乱れエネルギーの初期条件をそれぞれ $u = 0$ 、 $k_T = 1.0 \times 10^{-13}$ として、 x 軸方向に一定の動圧勾配 $\alpha = -2$ を与える。したがって、無風の初期状態から時間の経過とともに風速が増大する。

3. 結果

3.1 摩擦速度と初期流速分布

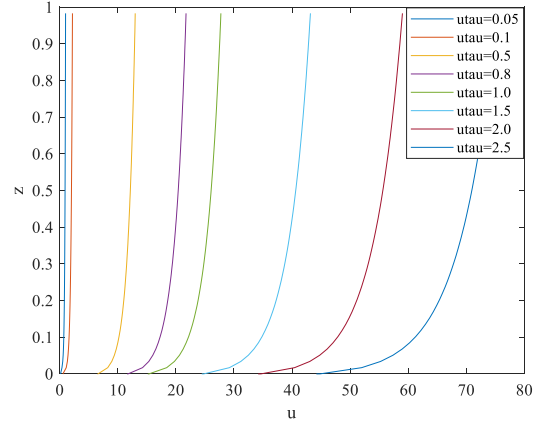


図-1 摩擦速度 u_τ の変化に対する初期流速分布の変化

図-1は摩擦速度 u_τ を変化させたときの初期の流速分布を示している。 u_τ の増加とともに初期流速は増加する。また、 u_τ の増加とともに壁面($z=0$)近傍の z 軸方向の速度勾配 $\partial u / \partial z$ も増加しており壁面せん断応力 $\tau_w = \mu \partial u / \partial z$ が増加している。

3.2 SGS 乱れエネルギーの時間変化

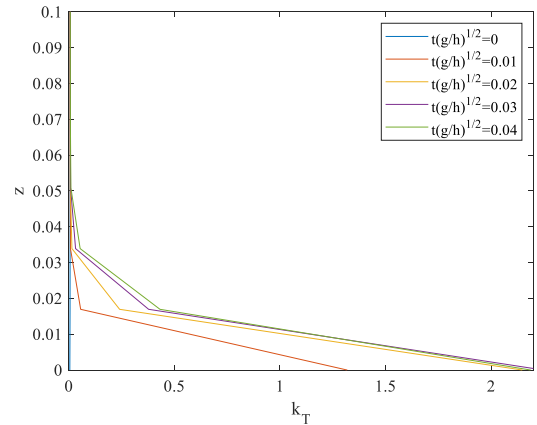


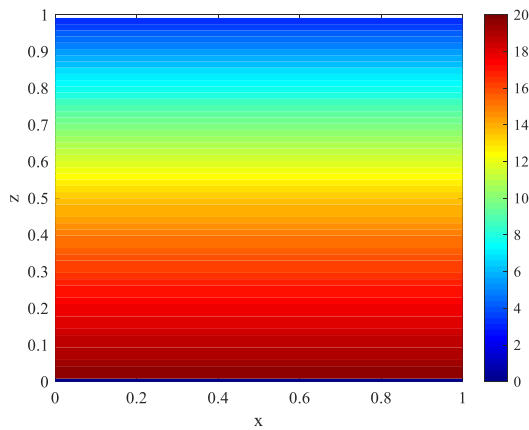
図-2 SGS 乱れエネルギー分布の時間変化： $u_\tau = 0.5$

図-2は無次元時間 $t(g/h)^{1/2} = 0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04$ に

における鉛直方向SGS乱れエネルギー分布を示している。時間の経過とともに平板近傍の乱れエネルギーは増加している。また、鉛直方向にもSGS乱れエネルギーが広がっている。

3.3 飛沫計算の鉛直分布

図-3は飛沫総数の初期分布を示している。初期条件として、鉛直方向へ指数関数的に飛沫の総数を減少する分布を与えたが、図-3より確かに鉛直方向に向けて飛沫の総数の減少がみられる。

図-3 飛沫総数 Q_0 の鉛直平面分布

4. 結論

本研究では、キャリア相の乱流境界層と分散相の飛沫の計算を行った。

キャリア相の計算では、初期条件に与える摩擦速度と初期の流速分布の関係が明らかになり、時間とともに乱れエネルギーが増加し、乱流状態に近づいていることが確認できた。しかし、計算領域全体が乱流状態にはなっていないので、今後の課題としたい。

また、分散相の計算では、与えた初期分布を計算することができた。しかし、層流中に分散する飛沫群に関しても、飛沫の時間変化を確認することができなかったのので、乱流中に分散する飛沫の計算をする基礎モデルとしても、改善が必要であるのでこれも今後の課題としていく。

参考文献

- 1) J.C.Beck and A.P.Watkins: On the development of a spray model based on drop-size moments, *proc. R. Soc. Lond. A* (2003)
- 2) Yoshizawa, A. and Horiuti, K.: A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows, *J. Comp. Phys.*, vol.227,pp.2344-2365,2008.
- 3) Watanabe, Y., Saruwatari, A., Ingram, M.D.: Free-surface flows under impacting droplets, *J. Comp. Phys.*, vol.227,pp.2344-2365,2008.
- 4) D.B. Spalding: A single formula for the “Law of the Wall” *J. Appl. March*28(3),455-458(Sep 01, 1961)(4 pages)