

液滴着水に伴う界面更新機構

Air-water interface renewal under impact droplets

北海道大学大学院工学院 学生員 ○ 門脇壮健 (Soken Kadowaki)
北海道大学大学院工学研究院 正会員 渡部靖憲 (Yasunori Watanabe)

1. はじめに

沿岸域では、砕波によって生成された多くの飛沫が着水することに伴い、大気海洋間の質量、熱などの輸送が促進される。これは飛沫および海表面の気液界面を介する質量、熱境界層が、飛沫の着水速度と同様の速度で輸送されることに因る。この輸送速度は、海表面に対し鉛直方向に拡散輸送が起こると仮定しモデル化された従来の大気海洋間輸送モデルでの輸送速度を大きく超えることが知られている一方で、その輸送機構は解明されておらず、定量的なモデル化がなされていない。またこの現象が複雑なため、実験によってその輸送機構を調べることは困難である。よって本研究では、飛沫の単純なモデルとして液滴着水の数値実験を行い、この現象に伴う気液界面の更新機構について調べた。

液滴着水の数値計算には、いくつかのモデルが使用されてきた。渡部ら¹⁾による Sharp interface モデルは液滴着水による渦構造の挙動を計算することに使用された。また、Brackbill ら²⁾による CSF(Continuum surface force) モデルは、液滴着水による気泡混入の計算(Mehdi-Nejad ら³⁾)や、液滴着水によるキャビティ形状の遷移の計算(Berberovic ら⁴⁾)など、幅広く使用されている。近年、CSF モデルの一般形として、Phase-Field モデルが混相流体力学で注目され、気液二相流計算の主流になりつつある。このモデルは、分子が混合し、分子の熱運動と分子間力が競合する有限厚さを有する界面の力学を基に混相流を解くものである。本研究では Jacqmin⁵⁾の Phase-Field モデルを用い、質量、熱輸送などの複雑な問題を解くことを最終的な目的としている。

本論文は Phase-Field モデルを、液滴着水を伴う気液二相流計算へ導入し、着水後の気液界面更新機構について議論するものである。

2. 数値計算法

2.1 Cahn-Hilliard 方程式

Van der Waals(1893)によると、拡散界面の自由エネルギーは、分子の熱運動と分子間力の相克として次式でモデル化される。

$$f = \frac{1}{2} \epsilon \sigma |\nabla \phi|^2 + \epsilon^{-1} \sigma \beta \Psi(\phi) \quad (1)$$

ここで、 f は単位体積当たりの自由エネルギー、 ϵ は界面の厚さ、 σ は表面張力、 ϕ は分子濃度の割合(phase field)、 Ψ はバルクエネルギー密度、 α および β は界面の厚さとバルクエネルギー密度によって決定される物理変数である。そして系の自由エネルギー $F = \int f dV$ の変分として、化学ポテンシャル μ が定義される。

$$\mu \equiv \frac{\delta F}{\delta \phi} = -\epsilon \sigma \alpha \nabla^2 \phi + \epsilon^{-1} \sigma \beta \Psi'(\phi) \quad (2)$$

Ven der Waals は、平衡界面では自由エネルギー F が最小となる、すなわち変分の計算から、化学ポテンシャル μ が一定となると仮定した。界面での拡散フラックスが化学的ポテンシャル勾配に比例すると仮定し、Cahn(1961) が Van der Waals の仮説を拡張したものが、Cahn-Hilliard 方程式である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= -\nabla \cdot J = -\nabla \cdot \kappa \nabla \mu \\ &= -\nabla \cdot \kappa \nabla \left(\epsilon \sigma \alpha \nabla^2 \phi - \epsilon^{-1} \sigma \beta \Psi'(\phi) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 J はフラックス、 κ は移動度である。

2.2 支配方程式

本研究では、式(3)を一般化した ϕ に関する移流拡散方程式と Navier-Stokes 方程式を連立して解き、界面のダイナミクスを含む気液流れを計算した。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = - \sum_j u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} + \nabla \cdot \kappa \nabla \mu \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} &= - \sum_j u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \nu \nabla^2 u_i \\ &\quad + \sum_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho^{-1} \nabla p + g_i \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 u_i は流速ベクトル、 p は圧力、 g_i は重力であり、密度 ρ 、動粘性係数 ν は、 ϕ の関数として以下の様に与えた。

$$\rho = \rho_w \left(\frac{1}{2} + \phi \right) + \rho_a \left(\frac{1}{2} - \phi \right) \quad (6)$$

$$\nu = \nu_w \left(\frac{1}{2} + \phi \right) + \nu_a \left(\frac{1}{2} - \phi \right) \quad (7)$$

$$\kappa = M \left(\frac{1}{2} + \phi \right) \left(\frac{1}{2} - \phi \right) \quad (8)$$

ここで、 ρ_w 、 ρ_a 、 ν_w 、 ν_a は、それぞれ、水と空気の密度と動粘性係数であり、 M は移動度係数である。 τ_{ij} は界面応力テンソルであり、 ϕ の勾配で以下の様に記述される。

$$\tau_{jj} = \epsilon \sigma \alpha \sum_{i \neq j} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^2 \quad (9)$$

$$\tau_{ij, i \neq j} = -\epsilon \sigma \alpha \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \quad (10)$$

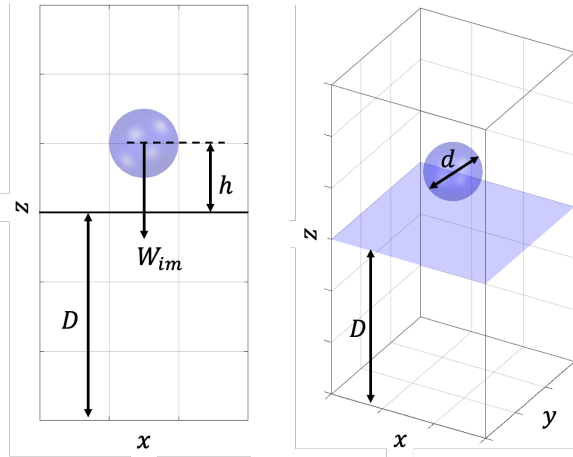


図-1 計算領域

表-1 計算条件

定数	値
空気の密度 ρ_a	1.2(kg m ⁻³)
水の密度 ρ_w	998.3(kg m ⁻³)
表面張力 σ	0.073(N m ⁻¹)
Grid 数	96 × 96 × 192
Time step dt	1/1024
界面厚さ ϵ	3grid
移動度係数 M	10 ⁻⁴

2.3 計算方法

渡部らと同様な数値計算法により式(4), (5)を解いた。すなわち両式に分離解法を適用し、移流項にはCIP法、非移流項には予測子修正子法を用いて解いた。また式(5)の圧力項、表面力項、外力項は発散を取り、圧力に関するPoisson方程式として、これをmulti-grid環境で、射影法を用いて反復計算した。バルクエネルギー密度 $\Psi(\phi)$ は $\Psi(\phi) = (\Psi(\phi) - 1/2)^2(\Psi(\phi) + 1/2)^2$ で表される二重井戸モデルを使用した。Jacqminによれば、界面厚さ ϵ を $\phi = -0.45 \sim 0.45$ の範囲と定義することで式(12)より、 $\alpha \approx 1.01, \beta \approx 17.667$ が得られ、またこれらによって定義された界面は表面張力の98.5%を含む。 ϕ は初期値として界面内で滑らかに変化し、空気バルク相で $\phi = -0.5$ 、水バルク相で $\phi = 0.5$ へ漸近する以下の化学ポテンシャルの平衡プロファイルが与えられる。

$$\phi = \frac{1}{2} \tanh \left(\sqrt{\frac{\beta}{2\alpha}} \times \frac{r}{\epsilon} \right) \quad (11)$$

ここで、 r は界面中央($\phi = 0$ 地点)からの距離である。

計算領域の上面をslip条件、底面をno-slip条件、側面は向かい合う面同士に周期境界条件を適用した。直径 d の液滴を高さ h の位置から W_{im} の初速度を与えて落下させ、水深 D の静水に着水させる(図-1参照)。本計算では $d = 6\text{mm}$ について $W_{im} = 0.5\text{m/s}$ の1ケース、 $d = 3\text{mm}$ について $W_{im} = 0.5\text{m/s}$, 0.6m/s の2ケースの計3ケース行なった。水面からの液滴までの高さは液滴径分、すな

わち $h = d$ とし、計算領域の x, y 方向の幅および水深 D は液滴径の3倍、計算領域の高さは液滴径の6倍とした。その他の計算条件については表1に示した。

全ての変数は、水の密度 ρ_w 、液滴径 d 、重力加速度 g で無次元化される。

2.4 数値染料

初期気液界面の輸送過程を分析するため、分子混合の度合いを示す $\nabla\phi$ と同一のプロファイルを持つように、式(11)を r で微分した次式で表されるように数値濃度 C を界面に与えた。

$$C = \frac{\partial\phi}{\partial r} = A \operatorname{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{\beta}{2\alpha}} \times \frac{r}{\epsilon} \right) \quad (12)$$

この分布は $\phi = 0$ において最大値 A の値をとる。本解析では計算領域全体での染料濃度の積分値が1となる様に A を決定した。本計算では液滴着水に伴う流れに受動的な染料の移流を仮定し、以下に示した移流方程式を染料濃度 C に適用した。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \sum_j u_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = 0 \quad (13)$$

式(13)は式(4), (5)の移流項同様、CIP法を用いて解いた。

3. 結果

本論文では液滴径を $d = 6\text{mm}$ 、 $W_{im} = 0.5\text{m/s}$ のケースについて詳しく説明する。

液滴着水時、液滴を取り囲むように渦輪が形成された(図-2a)。液滴が水面に取り込まれるのに伴い表面張力波が着水地点の周囲に形成され、その波峰上部付近に渦輪が放出され、渦が強化された(図-2b, 図-3b)。その後渦輪は液体界面であった部分(赤の染料)を巻き込み、表面張力波がキャビティ半径方向外側に伝搬する速度と同様の速度で輸送された(図-2c,d, 図-3c,d)。この渦輪は液滴着水直後の水面付近空気側の質量熱拡散に寄与するものと考えられる。また、このとき液滴界面(赤の染料)が静水界面(青の染料)を押し、キャビティの界面部分はほぼ液滴界面に更新された(図-3d)。なお $d = 3\text{mm}$ の2ケースに関しては、液滴着水直後の顕著な渦輪および染料の水平方向への輸送は確認されなかった。

キャビティ生成後、キャビティ半径方向内側に表面張力波が伝搬し(図-4a,b)、キャビティ中央でフォーカスして同心ジェットが形成された(図-4c)。このとき、ジェットの中心から飛沫が放出されたことが確認された(図-4c,d)。この飛沫の界面は全て赤の染料で構成されている。すなわち、この飛沫の界面は全て液滴由来の界面である。これは飛沫がキャビティ界面であった部分から分離、放出されたものであり、そのキャビティ界面は液滴の界面であった部分で構成されていたことに因る。この飛沫は、界面付近空気側への質量熱輸送を促進するものであると考えられる。なお $d = 3\text{mm}$ の2ケースに関しては、同心ジェット形成時に飛沫の放出は確認されなかった。

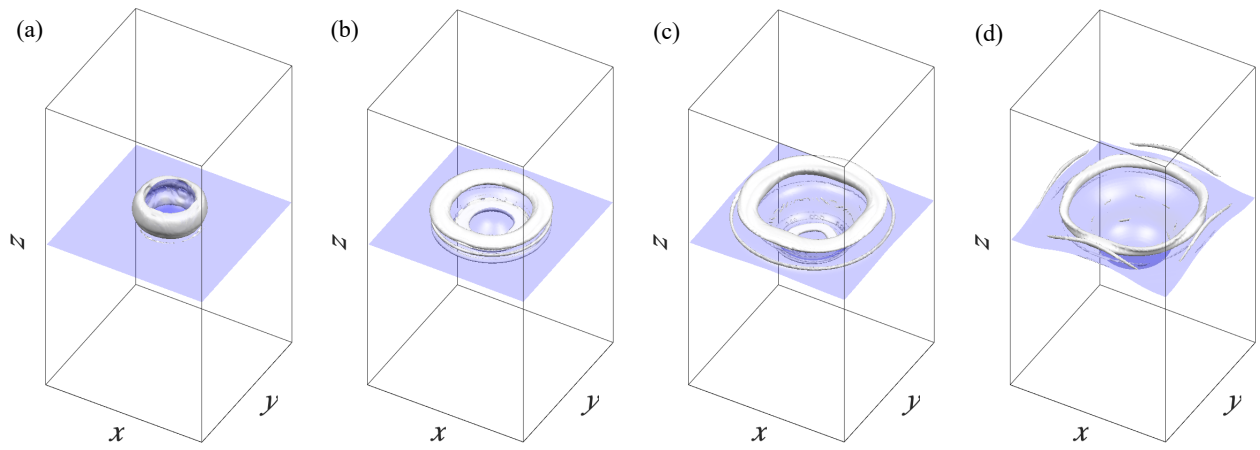


図-2 液滴着水後の水面形と渦核の遷移. (a)0ms, (b)8ms, (c)16ms, (d)24ms. 液滴径 $d = 6\text{mm}$. 着水速度 $W_{im} = 0.5\text{m/s}$.

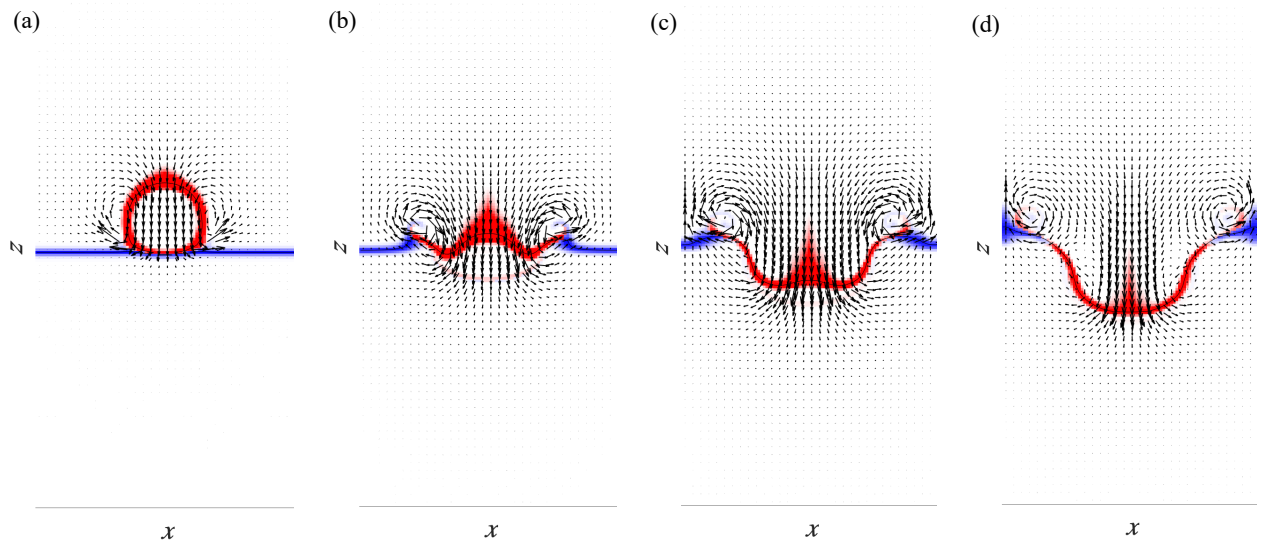


図-3 x-z 断面上の液滴界面の染料(赤)と受け側流体界面の染料濃度(青)の濃度と気液両層の流速ベクトル変化.

(a)0ms, (b)8ms, (c)16ms, (d)24ms. 液滴径 $d = 6\text{mm}$. 着水速度 $W_{im} = 0.5\text{m/s}$.

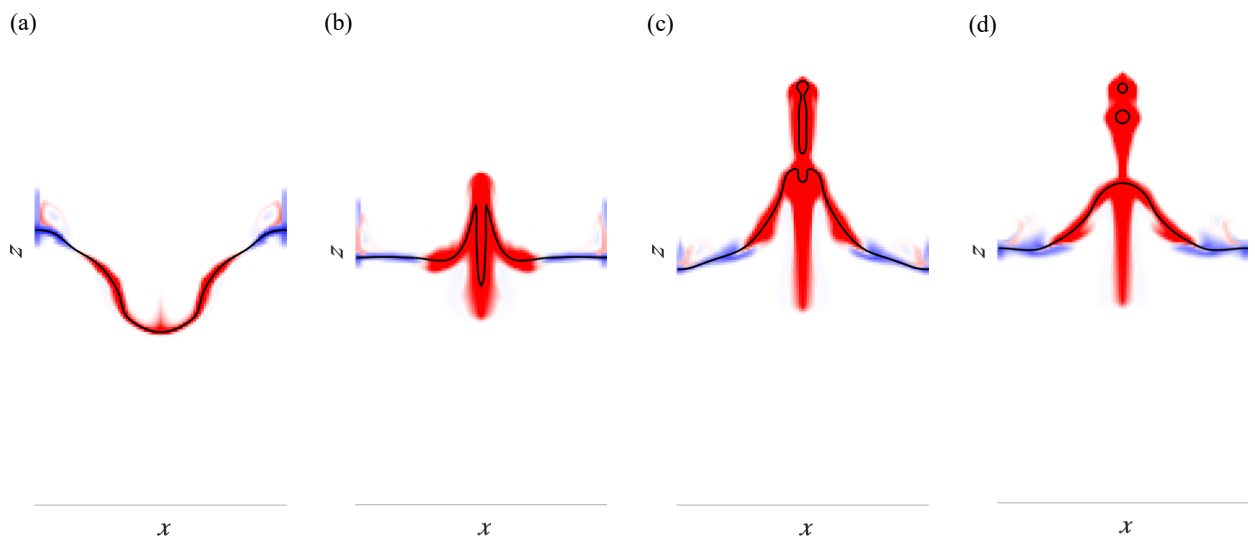


図-4 図-3 x-z 断面上の液滴界面の染料(赤)と受け側流体界面の染料濃度(青)の濃度と水面形(黒実線)の変化.

(a)35ms, (b)55ms, (c)75ms, (d)95ms. 液滴径 $d = 6\text{mm}$. 着水速度 $W_{im} = 0.5\text{m/s}$.

4. 結論

飛沫が着水する現象を模擬した、水面近傍から液滴に初速度を与えて着水させる数値実験に Phase-Filed 法を導入した。

液滴周囲に形成された渦輪が、液滴着水直後に表面張力波の波峰上部で強化されたケースでは、液滴界面の一部が渦輪に巻き込まれながら水平方向に輸送された。この渦輪は界面付近空気側への質量熱拡散を促進するものであると考えられる。また、同心ジェットの形成に伴って飛沫が放出されるケースに関して、この飛沫の界面は全て液滴由来の界面であることが確認された。この飛沫は、界面付近空気側への質量熱輸送を促進するものであると考えられる。

液滴径や着水速度によって界面の応答が大きく異なることが既往研究からも明らかであるが、今後の展望として、より様々な条件での解析を行ない、液滴着水に伴う界面更新機構を解明したい。

参考文献

- 1) Yasunori Watanabe, Ayumi Saruwatari, David M. Ingram : Free-surface flows under impacting droplets, *Journal of Computational Physics* 227 (2008)
- 2) J. Brackbill, D. B. Kothe, and C. Zemach : A continuum method for modeling surface tension, *Journal of Computational Physics* 100,335 (1992)
- 3) V. Mehdi-Nejad, J. Mostaghimi, and S. Chandra : Air bubble entrapment under an impacting droplet, *Physics of Fluids* 15, 173 (2003)
- 4) Edin Berberović, Nils P. van Hinsberg, Suad Jakirlić, Ilia V. Roisman, Cameron Tropea : Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution, *Phys. Rev. E* 79 (2009)
- 5) David Jacqmin : Contact-line dynamics of a diffuse fluid interface, *J. Fluid Mech.*, vol. 402, pp. 57-88 (2000)