

# 途絶に関するリンク間相関を考慮した 道路ネットワークにおける通行止め期間推定モデル

A closure duration estimation model considering correlation between links in a road network

北海道大学工学部

北海道大学大学院工学院

株式会社ドーコン

株式会社ドーコン

北海道大学大学院工学研究院

○学生員 高橋 洋介 (Yosuke Takahashi)

学生員 峪 龍一 (Ryuichi Tani)

正 員 松田 真宜 (Masanori Matsuda)

正 員 長岡 修 (Osamu Nagaoka)

正 員 内田 賢悦 (Kenetsu Uchida)

## 1. はじめに

自然災害により、道路ネットワーク上のリンクが通行止めになることがある。いくつかのリンクが通行止めになったとしても、目的地に到達可能な経路が存在する場合、移動時間の増加は伴うが、目的地に到達することができる。一方、疎なネットワークにおいては、いくつかのリンクが通行止めとなった場合、目的地に到達できないことがある。そうした背景から、峪・内田<sup>1)</sup>は、ネットワークの回復力（レジリエンス）あるいは連結信頼性は、通行止め期間として表現できると考え、ネットワークにおける特定の起終点（O-D）間が通行不能となる時間を、リンクの通行止め期間から、推計するモデルを提案した。このモデルでは、ネットワーク内のリンクは、同時に3本以上通行止めとなる確率は、無視できるほど小さいとし、さらに、通行止め発生回数に関するリンク間相関はないと仮定している。

道路障害等の原因となる自然災害は、一般に面的に被害を与える特徴を有しており、道路間の通行止め回数には何らかの関連性、相関があると考えられることも可能である。さらに、3本のリンクが同時に通行止めとなるケースも稀に観測されるため、これを考慮可能なモデルが望ましい。そこで本研究は、峪・内田<sup>1)</sup>が提案したモデルにおいて、設けられている上記2点の仮定を緩和することによって、より一般性のあるモデルを提案するとともに、実データに基づいた通行止め期間の推計を行う。

本研究が提案するモデルでは、道路ネットワークの各リンクが通行止めとなる回数を、多変量ポアソン分布によって表現する。これによって、通行止め発生回数におけるリンク間相関が表現可能となる。さらに、各リンクの通行止め期間は対数正規分布によって表現し、ネットワーク上のリンクは同時に3本以上通行止めになり得ると考え、その場合のO-D間が通行不能となる時間、すなわちO-D間の途絶期間を、リンクの通行止め期間と通行止め発生回数から、定量的に推計する。

## 2. モデルの仮定

モデルの仮定として次の3点を設ける。

- 一度通行止めが生じると復旧までその状態を維持する。
- 通行止め期間は統計的に独立した確率分布として表現される。
- 通行止め期間と通行止め発生回数は統計的に独立している。

## 3. 通行止め期間の定式化

ネットワーク上のリンク  $a$  は、単位期間  $t$  に、 $X_a$  回通行止めが生じるリスクを有しており、通行止めが起こった場合の通行止め期間を  $D_a$  とする。また、 $D_a$  は対数正規分布に従うものとし、式(1)で表す。尚、式(1)における  $\mu_a$ 、 $\sigma_a^2$  は、それぞれ  $D_a$  に対応する正規分布の平均と分散を意味する。

$$D_a \sim \Lambda(\mu_a, \sigma_a^2), \forall a \quad (1)$$

また、この時、対応する正規分布のパラメータ  $\mu_a$ 、 $\sigma_a$  を用いて、平均  $E[D_a]$ 、分散  $\text{var}[D_a]$  はそれぞれ式(2)、式(3)で与えられる。

$$E[D_a] = \exp\left(\mu_a + \frac{1}{2} \cdot \sigma_a^2\right), \forall a \quad (2)$$

$$\text{var}[D_a] = \exp(2\mu_a + \sigma_a^2) \cdot (\exp(\sigma_a^2) - 1), \forall a \quad (3)$$

本研究では、リンクの途絶期間を双方向の通行が不可能となる状態が継続している時間と定義し、O-D間において複数経路が並走する場合は、リンクの通行止めにより、すべての経路が通行不能となる状態の継続時間を、O-D間の途絶期間と定義する。並走するいくつかの経路が通行可能な状態においては、これらの経路に需要が集中し、混雑による移動時間の増加が生じることになるが、こうした移動時間の増加は考慮しない。

本研究において、リンクの通行止め発生回数はリンク間相関を考慮したポアソン分布に従うものとする。期間  $t$  でリンク  $a$  に  $x_a$  回 ( $x_a = 0, 1, \dots$ ) 通行止めが生じる確率

$P_a^x$  は、単位期間での平均発生回数を  $v_a$  とするとき、式(4)で表せる。

$$P_a^x(X_a = x_a) = \frac{(v_a \cdot t)^{x_a}}{x_a!} \cdot \exp(-v_a \cdot t), \forall a \quad (4)$$

期間  $t$  におけるリンク  $a$  の通行止め期間  $T_a$  とその期待値  $E[T_a]$ 、分散  $\text{var}[T_a]$  は次に与えられる。

$$T_a = \sum_{x_a=0}^{\infty} P_a^x(X_a = x_a) \cdot x_a \cdot D_a \quad (5)$$

$$\sim \Lambda\left(\mu_a + \ln\left(\sum_{x=0}^{\infty} P_a^x(X_a = x_a) \cdot x_a\right), \sigma_a^2\right)$$

$$E[T_a] = \sum_{x_a=0}^{\infty} P_a^x(X_a = x_a) \cdot x_a \cdot E[D_a] \quad (6)$$

$$= \sum_{x_a=0}^{\infty} P_a^x(X_a = x_a) \cdot x_a \cdot \exp\left(\mu_a + \frac{1}{2} \cdot \sigma_a^2\right)$$

$$\text{var}[T_a] = \sum_{x_a=0}^{\infty} P_a^x(X_a = x_a) \cdot x_a \cdot \text{var}[D_a]$$

$$= \left( \sum_{x_a=0}^{\infty} P_a^x(X_a = x_a) \cdot x_a \right)^2 \cdot \exp\left(2 \cdot \mu_a + \sigma_a^2\right) \cdot \left(\exp(\sigma_a^2) - 1\right) \quad (7)$$

道路ネットワークにおいて、ある O-D 間のカットを構成するリンクの集合を  $A$  とする。さらに、カットを構成するリンクの通行止め期間の集合  $D_A$  を以下で定義する。

$$D_A = \bigcup_{a \in A} D_a \quad (8)$$

期間  $t$  に道路ネットワークのリンク  $a$  において、 $x_a$  回通行止めが生じるとすると、 $x_a D_a$  の通行止め期間が生じる。したがって、通行止め期間が、期間  $t$  に占める比率は  $P_a^s = x_a E[D_a] / t$  となる。そこで、期間  $t$  に、リンク  $a$  がすべて通行止めとなる、すなわちカット  $A$  が途絶する確率  $P_s(A; x)$  は、 $D_a, \forall a \in A$  が互いに独立であることに留意して、式(9)で与える。

$$P_s(A; x) = \prod_{a \in A} P_a^s(x_a) \quad (9)$$

where

$$x = \{..., x_a, ...\} \quad (10)$$

期間  $t$  にリンク  $a \in A$  が  $x_a$  回通行止めがとなった場合、 $A$  のすべてのリンクが同時に通行止めとなっている回数が  $y$  となる確率は、二項分布に従うものと仮定し、式(11)で与える。

$$P(Y = y; x) = \binom{\min(\hat{x})}{y} \cdot (P_s(A; x))^y \cdot (1 - P_s(A; x))^{\min(\hat{x}) - y} \quad (11)$$

where

$$\hat{x} = \{..., \hat{x}_a, ...\}$$

$$\hat{x}_a = \text{int}(x_a \cdot E[D_a]), \forall a \in A \quad (12)$$

$\text{int}(x)$  は  $x$  の整数部分を表す。

ここで、変数間に相関のある場合のポアソンに関して、Johnson et al.(1997)より、互いに独立で、それぞれパラメータ  $\lambda_a, \lambda_0 (\lambda_a > 0, \lambda_0 > 0, a \in A)$  のポアソン分布に従う変数  $Y_a, Y_0, a \in A$  を用いて、確率変数  $X_a = Y_a + Y_0$  と表現するとき、その同時確率は式(13)で表せる。

$$Pr(X = x) = \exp\left(-\sum_{a \in A} \lambda_a - \lambda_0\right) \cdot \prod_{a \in A} \left(\frac{\lambda_a^{x_a}}{x_a!}\right) \cdot \sum_{r=0}^{\min(x)} \left( \prod_{a \in A} \binom{x_a}{r} \cdot (r!)^{|A|-1} \cdot \left(\frac{\lambda_0}{\prod_{a \in A} \lambda_a}\right)^r \right) \quad (13)$$

where

$$X = \{..., X_a, ...\} \quad (14)$$

$A$  における、任意の異なる 2 つのリンク  $a, b$  の通行

止め回数  $X_a, X_b$  は、それぞれ平均が  $\lambda_a + \lambda_0, \lambda_b + \lambda_0$  のポアソン分布に従い、それらの共分散(相関項)は  $\lambda_0$  となっている。3 本のリンクの場合も同様に考える。

尚、ここでは簡易のため、相関項の一つ取り入れた場合を示したが、各リンク間で異なる共分散(相関項)を有する場合も同様に表現できる。

以上の関係から、期間  $t$  での O-D 間のカット  $A$  の途絶期間  $T_A$  とその期待値  $E[T_A]$ 、分散  $\text{var}[T_A]$  はそれぞれ次に与えられる。ここで、複数のリンクの通行止めを扱っているため、O-D 間の通行止め期間は、最も短いリンクの通行止め期間  $\min(D_A)$  として計算されていることに注意が必要である。

$$T_A = \sum_{x_a=0, \forall a \in A}^{\infty} \left( \sum_{y=0}^{\min(\hat{x})} (Pr(X=x) \cdot P(Y=y; x) \cdot y) \right) \cdot \min(D_A) \quad (15)$$

$$E[T_A] = \sum_{x_a=0, \forall a \in A}^{\infty} \left( \sum_{y=0}^{\min(\hat{x})} (Pr(X=x) \cdot P(Y=y; x) \cdot y) \right) \cdot E[\min(D_A)] \quad (16)$$

$$\text{var}[T_A] = \left( \sum_{x_a=0, \forall a \in A}^{\infty} \left( \sum_{y=0}^{\min(\hat{x})} (Pr(X=x) \cdot P(Y=y; x) \cdot y) \right)^2 \right) \cdot \text{var}[\min(D_A)] \quad (17)$$

式(16)、(17)に関して、Lien(2005)より平均  $E[\min(D_A)]$ 、分散  $\text{var}[\min(D_A)]$  を求める計算法を付録 A に示す。

#### 4. 数値計算

上記で定式化したモデルを用いて、北海道清水町、由仁町を起終点(O-D)とした図-1 に示すネットワークを対象に O-D 間のカットにおける通行止め期間を推定する。推定には、国道 274 号、国道 38 号、および該当区間道東道の通行止めマスターデータ(2010 年 4 月~2017 年 3 月)を用いた。ここでは、7 年間のうちに同時に通行止めが 1 回以上生じた 3 つのカット A1: L16-L4、A2: L7-L14-L2、及び A3: L6-L13-L2 を対象とした。

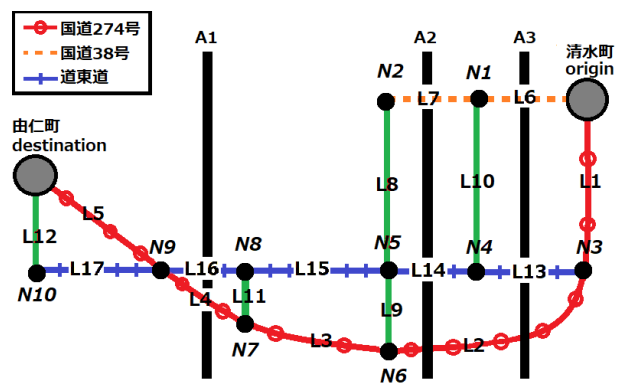


図-1 対象経路図

3 つのカットを構成する各リンクにおける通行止めの標本平均、標本標準偏差、対応する正規分布の平均パラメータ  $\mu_a$ 、及び標準偏差パラメータ  $\sigma_a$  を、それぞれ表-1 から表-3 に示す。次に、各カットに属するリンクの、単位期間(1 年)における平均単独通行止め回数  $Y_a, a \in A$ 、及び各カットにおける平均同時通行止め回数

(相関項) $Y_0$ をそれぞれ表-4 から表-6 に示す。

表-1 L16-L4 の平均、標準偏差と  
対応する正規分布のパラメータ

|            | L16  | L4   |
|------------|------|------|
| 標本平均 [h]   | 6.53 | 6.50 |
| 標本標準偏差 [h] | 4.09 | 6.60 |
| 正規分布の平均    | 1.71 | 1.52 |
| 正規分布の標準偏差  | 0.57 | 0.84 |

表-2 L7-L14-L2 の平均、標準偏差と  
対応する正規分布のパラメータ

|            | L7   | L14  | L2   |
|------------|------|------|------|
| 標本平均 [h]   | 66.4 | 5.34 | 16.1 |
| 標本標準偏差 [h] | 118  | 5.09 | 16.4 |
| 正規分布の平均    | 3.48 | 1.35 | 2.43 |
| 正規分布の標準偏差  | 1.19 | 0.80 | 0.84 |

表-3 L6-L13-L2 の平均、標準偏差と  
対応する正規分布のパラメータ

|            | L6   | L13  | L2   |
|------------|------|------|------|
| 標本平均 [h]   | 127  | 5.37 | 16.1 |
| 標本標準偏差 [h] | 132  | 5.61 | 16.4 |
| 正規分布の平均    | 4.48 | 1.31 | 2.43 |
| 正規分布の標準偏差  | 0.86 | 0.86 | 0.84 |

表-4 L16-L4 の平均通行止め回数

|              | L16   | L4    |
|--------------|-------|-------|
| 単独通行止め回数 [回] | 14.0  | 0.014 |
| 同時通行止め回数 [回] | 0.129 |       |

表-5 L7-L14-L2 の平均通行止め回数

|              | L7    | L14  | L2   |
|--------------|-------|------|------|
| 単独通行止め回数 [回] | 0.429 | 22.7 | 3.86 |
| 同時通行止め回数 [回] | 0.286 |      |      |

表-6 L6-L13-L2 の平均通行止め回数

|              | L6    | L13  | L2   |
|--------------|-------|------|------|
| 単独通行止め回数 [回] | 0.286 | 25.6 | 4.00 |
| 平均通行止め回数 [回] | 0.143 |      |      |

ここで、表-1 において、L4 の生起回数は7箇年でただ一度であったため、便宜上、同じ国道274号のL2経路と変動係数が等しいと仮定し、標本標準偏差を導出した。また、表-5 において、L4 の生起回数を考慮し、数値計算上、単独通行止め回数が0となるのを避けるために、実値の平均同時通行止め回数の10%を単独通行止め回数として割り振り計算を行った。

以上、表-1 から表-6 により得られた情報のもと、それぞれの単位期間における、リンクの通行止め期間とその確率密度を図-2 から図-4 に示す。また、単位期間における、それぞれのカットの途絶期間とその確率密度は図-5 から図-7 に示す。この時、断面における途絶期間の描写に関して、比較のため、それぞれ相関がないと仮定した場合のものも共に示す。

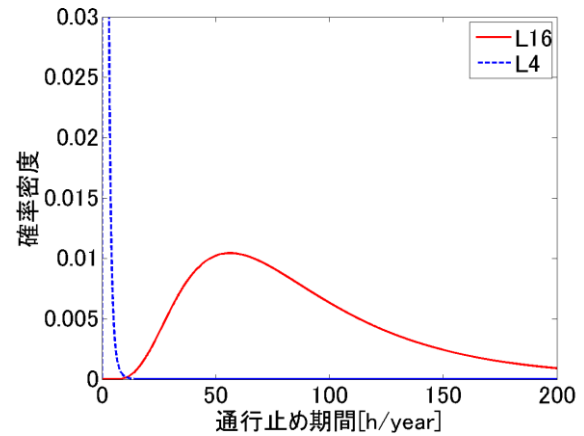


図-2 L16-L4 の通行止め期間と確率密度

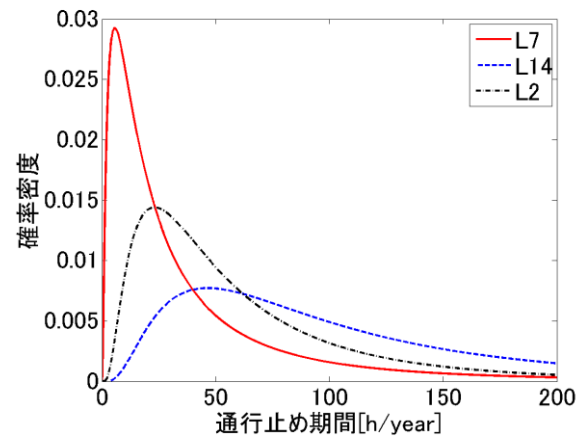


図-3 L7-L14-L2 の通行止め期間と確率密度

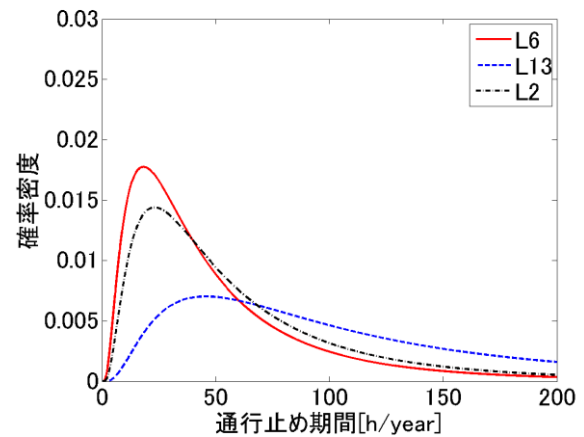


図-4 L6-L13-L2 の通行止め期間と確率密度

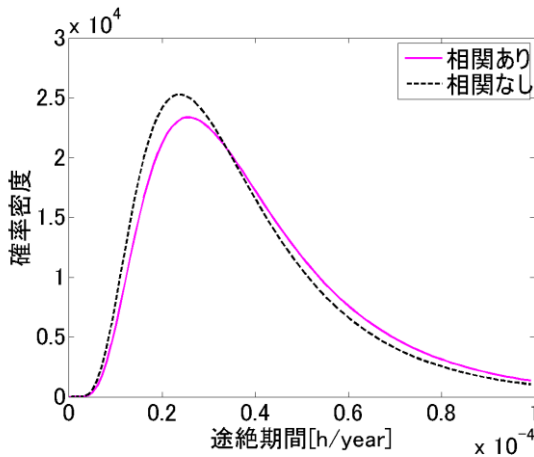


図-5 L16-L4の途絶期間と確率密度

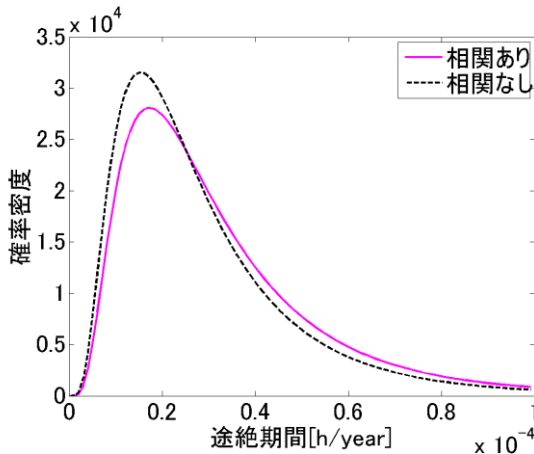


図-6 L7-L14-L2の途絶期間と確率密度

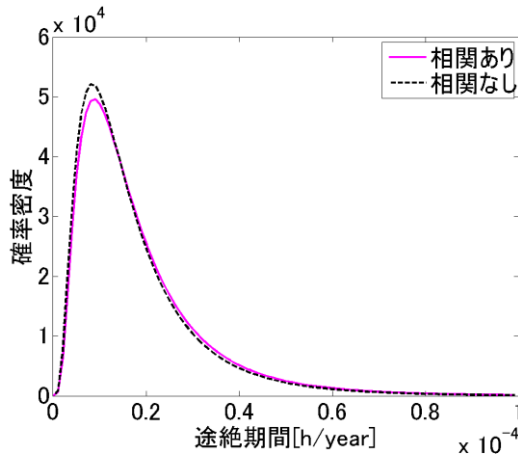


図-7 L6-L13-L2の途絶期間と確率密度

## 5. まとめ

本研究では、峪、内田<sup>1)</sup>の提案したネットワークの冗長性を、リンクの通行止め期間から推計するモデルの一般性を高め、多変量ポアソン分布を用い、ポアソン分布にしたがう通行止め回数に相関を認めることで、通行止め回数の相関を考慮した途絶期間を、確率分布として推計するモデルに発展させた。加えて、カットを構成するリンクを増加し、一般化することで、峪、内田<sup>1)</sup>で対象とされた疎なネットワークに加え、密なネットワークにおける途絶期間を求めることが可能となる。

数値計算より、リンク間の相関を考慮することで、ネットワークのカットが生じる際の通行止め期間は、無相

関と仮定した場合と比べて、一概に上昇することが確認できる。これは無相関と仮定した場合には考慮されていない、通行止めを発生させる自然災害の面的被害を与える性質等を考慮した結果であり、相関を考慮することで、モデルの信頼性が向上した。

自然災害の被害は面的なものだけではなく、時間的に相関を有する特徴が認められる。そこで、通行止め期間の確率分布に相関を認め、モデルをより一般的なものに発展することに加え、迂回交通によって生じる混雑の影響を加味したモデルの拡張を今後の課題とする。

## 謝辞

北海道開発局、東日本高速道路(株)北海道支社より通行止め履歴データを提供して頂いた。また、地域道路経済戦略研究会北海道地方研究会では、分析内容に関して有益な助言を頂いた。ここに記して、深謝の意を表する。

## 付録 A

Lien(2005)より、 $D_a, D_b, D_c (a, b, c \in A)$  が互いに独立であることに留意して、平均  $E[\min(D_a, D_b)]$  は式(A1)に示すように表すことができる。

$$E[\min(D_a, D_b)] = E[D_a] \cdot \Phi\left(\frac{\mu_b - \mu_a - \sigma_a^2}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}\right) + E[D_b] \cdot \Phi\left(\frac{\mu_a - \mu_b - \sigma_b^2}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}\right) \quad (A1)$$

尚、 $\Phi(\cdot)$  は標準正規分布の分布関数である。また、 $E[(\min(D_a, D_b))^2]$  は式(A2)で表せる。

$$E[(\min(D_a, D_b))^2] = E[D_a]^2 \cdot \Phi\left(\frac{\mu_b - \mu_a - 2 \cdot \sigma_a^2}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}\right) + E[D_b]^2 \cdot \Phi\left(\frac{\mu_a - \mu_b - 2 \cdot \sigma_b^2}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}\right) \quad (A2)$$

where

$$(D_a)^2 \sim \Lambda(2, \mu_a, 2 \cdot \sigma_a^2) \quad \forall a \in A \quad (A3)$$

したがって、分散  $\text{var}[\min(D_a, D_b)]$  は式(A4)で表せる。

$$\text{var}[\min(D_a, D_b)] = E[(\min(D_a, D_b))^2] - (E[\min(D_a, D_b)])^2 \quad (A4)$$

ここで、カットを構成するリンク数が3本以上の計算の場合、 $\min\{D_a, D_b, D_c\} = \min\{\min(D_a, D_b), D_c\}$  であり、 $\min(D_a, D_b)$  は平均  $E[\min(D_a, D_b)]$  分散  $\text{var}[\min(D_a, D_b)]$  の対数正規分布に従うと仮定し、これを再帰的に適用することで、カットを構成するリンク数が4本以上の場合も一般性を失うことなく計算することが可能となる。

## 参考文献

- 1) 峪龍一、内田賢悦、一般国道と高速自動車国道が並走する区間における通行止め期間に関する研究、土木計画学研究・講演集、Vol.55、CD-ROM、2017
- 2) Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N., 1997. Discrete Multivariate Distributions. John Wiley and Sons, New York.
- 3) Lien, D.: On the minimum and maximum of bivariate lognormal random variables, Extremes 8, pp.79-83, 2005.