

地盤中の水の流れの影響を考慮した熱伝導解析

Thermal analysis of soil considering influence of water migration

北海道大学工学部
北海道大学大学院工学院
北海道大学大学院工学院
北海道大学大学院工学研究院

○ 学生員 安井丈造 (Takezo Yasui)
学生員 高橋佳佑 (Keisuke Takahashi)
学生員 白石瑛人 (Akito Shiraishi)
正会員 鄭好 (Hao Zheng)

1. はじめに

近年、地盤の凍上を伴う土木技術の利用が更なる広がりを見せている。例えば、埋設型 LNG タンクなど低温構造物の地下埋設化や地盤を人工的に凍結させる地盤凍結工法などが挙げられる。加えて、人口の増加やそれに伴うエネルギー需要の増加から、凍土地帯を含む寒冷地域の開発も活気を帯びてきた。このため、凍結凍上現象に関する予測技術の重要性も一層増していると考えられる。

凍上現象における体積膨張の大きな要因には、未凍土側の水が凍結面に移動してきてアイスレンズリと呼ばれる層状の水ができることが挙げられる。このように凍上現象では水の移動が起こるため、凍結凍上解析を行うにあたりその影響は無視できない。しかし既存の研究では水の移動に関する考察が少ないため、その影響について考慮することでより実現象に則した解析が行えるのではないかと考えた。本研究ではその足がかりとして凍結凍上解析のひとつである熱伝導解析に注目した。水の移動を考慮した熱伝導方程式を導出し、FEM を用いて一次元熱伝導解析を行い、その結果を水の移動を考慮していない解析結果と比較しその有用性を検討した。

2. 式の導出

解析に用いる熱伝導方程式を導出する。下図に示されるような要素を考える。この要素における熱量収支を考慮することで熱伝導方程式が導出できる。前提条件として「水は非圧縮性であり、微小要素は水の移動によって体積変化を起こさない。また微小要素の温度と水の温度は等しい」という条件のもとで考える。

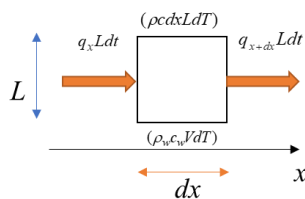


図 1: 微小要素における熱収支

$q[\text{J/s} \cdot \text{m}^2]$: 熱流束, $c_w[\text{J/kg} \cdot \text{K}]$: 水の比熱, $\rho_w[\text{kg/m}^3]$: 水の密度, $V[\text{m}^3]$: 水量, $T[^\circ\text{C}]$: 温度, $\lambda[\text{W/m} \cdot \text{K}]$: 熱伝導率 $[\text{W/m} \cdot \text{K}]$, $v[\text{m/s}]$: 流速, $k[\text{m/s}]$: 透水係数, $h[\text{m}]$: 水頭, と定義する。

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

$$v = -k \frac{dh}{dx} \quad (2)$$

式(1)はフーリエ則、式(2)はダルシー則を表している。

x 軸方向の熱収支をフーリエ則を適用して表すと

$$\begin{aligned} & q_x L dt - (q_x + \frac{dq_x}{dx} dx) L dt \\ &= -\frac{dq_x}{dx} dx L dt = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} dx L dt \end{aligned} \quad (3)$$

となる。微小要素の温度が dT 上がったとするとそれに使用された熱量 dQ は

$$dQ = (\rho c dx L + \rho_w c_w V) dT \quad (4)$$

($c[\text{J/kg} \cdot \text{K}]$: 湿潤比熱, $\rho[\text{kg/m}^3]$: 湿潤密度)

である。ここで、微小要素の温度を上げるのに使用された熱量と微小要素内に蓄えられる熱量が等しくなるので、

$$\rho c dx L dT + \rho_w c_w V dT = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} dx L dt \quad (5)$$

と表せる。式(5)に $V = v L dt$ を代入して左辺第 2 項を整理すると

$$\rho c \frac{dT}{dt} + \rho_w c_w v \left(v \frac{dT}{dx} + T \frac{dv}{dx} \right) = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (6)$$

となる。ここで水頭 h を線形に近似するとダルシー則より v は定数で表せるので式(2)より

$$\frac{dv}{dx} = 0 \quad (7)$$

となる。これを式(6)に代入すると

$$\rho c \frac{dT}{dt} + \rho_w c_w v \frac{dT}{dx} = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} \quad (8)$$

と表すことができる。

3. 解析手法

水の移動を考慮した式の FEM における熱伝導解析は、式(8)を離散化する。式(8)を離散化すると、熱伝導方程式は式のように表すことができる。

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [D] \{T\} + [E] \{T\} = 0 \quad (9)$$

$[C]$: 熱容量マトリクス, $[D]$: 熱伝導マトリクス
 $[E]$: 水の影響のマトリクス, T : 節点温度

上記の式(9)を用いて一次元熱伝導解析を行う。時間の離散化にはクラック・ニコルソン法を適用した。なお、FEM における要素代表温度は、節点の平均値から求めることとした。

4. 解析モデルと解析条件

本研究では式(9)について FEM を用いて一次元熱伝導解析を行い解析結果の比較をする。解析モデルとして、図 2 のような節点数 11 要素数 10 の一次元要素を考える。物性値は表 1 を使用する。今各要素の初期温度は 0°C とし境界条件として左端の節点 0 に 10°C 右端の節点 10 に 0°C を与える。また解析における時間幅は 50s とした。

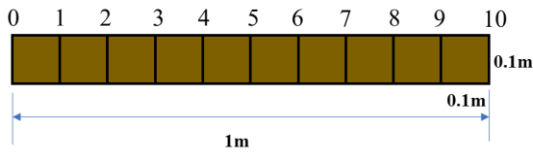


図 2：解析モデル

表 1：物性値

Name	Value	Name	Value
$\rho[\text{kg/m}^3]$	1876.5	$c_w[\text{J/kg} \cdot \text{K}]$	4200
$c[\text{J/kg} \cdot \text{K}]$	1790	$\lambda[\text{W/m} \cdot \text{K}]$	2.26
$\rho_w[\text{kg/m}^3]$	1000		

ここで v を与えるにあたり以下のような実験を行い、実現現象ではどのぐらいの v が発生するのか調べてみた。

実験は 図 3 のような実験装置を用いて行った。土のサンプルのサイズは、 $90\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ で、水平方向の膨張を防ぎ、また断熱材として、土の周囲はアクリルシリンダーとしたサンプル上面には、 62.5 kPa の拘束圧力を与えており、サンプル上面の温度は 1°C 、下面は -9°C のように制御している。サンプル全体の初期温度は 1°C である。また、使用している土の種類は土丹である。

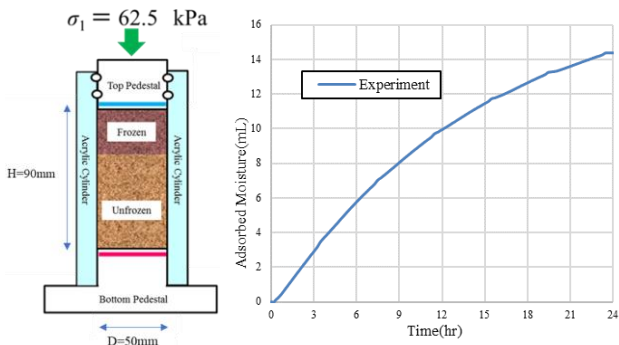


図 3：実験装置

図 4：吸水量の推移

この実験で各時間の吸水量から v を求めてみると、平均約 $10^{-7}(\text{m/s})$ であった。

また実際の地下水の速度を考える。地下水の速度は (地下水の速度)=(透水係数) $\times$ (動水勾配)/(有効間隙率)で表される。地下水面の平均的な動水勾配は 0.01、一般的な砂層・シルト層の透水係数は $10^{-7} \sim 10^{-3} \text{ m/s}^2$ 、有効間隙率は 5~20% である。これより本研究では、 $v_1=10^{-7}(\text{m/s})$ 、 $v_2=10^{-6}(\text{m/s})$ を与えて解析を行った。

5. 解析結果

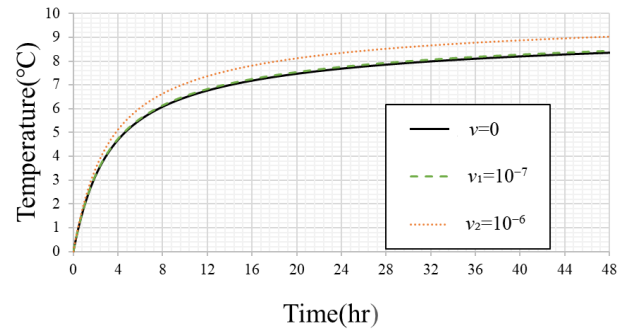


図 5：節点 1 の温度

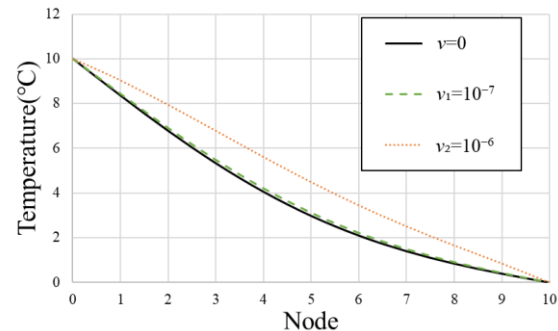


図 6：48 時間後の節点温度

解析結果をグラフに示すと上図のようになる。図 5 は節点 1 の各時間の温度、図 6 は 48 時間後の各節点の温度を示したグラフである。実線が水の移動を考慮していないもの、破線が $v_1=10^{-7}$ 、点線が $v_2=10^{-6}$ を与えたものの解析結果を示している。図 5 より、水の移動を考慮している解析結果と水の移動を考慮していない解析結果では、各時間の温度に違いがあることが分かった。また v_1 、 v_2 を与えたものを比べてみると v の値が大きい v_2 の解析結果の方が違いが大きくなった。図 6 より、どの節点においても v の値が大きくなるほど温度の上がる速度が速くなった。また今回の解析では $v_1=10^{-7}$ を与えた時の水の移動の影響は大きくないが凍結するとき潜熱を考慮すると影響が大きくなる可能性がある。

6. まとめ

以上の解析結果より水の移動は熱伝導解析に影響があるということがわかった。これより熱伝導解析を行うにあたり水の移動を考慮することでより実現に近い解析結果を得られるのではないかと考えられる。また本研究では、 v を一定値として扱って解析を行っている。しかし v の値によって解析結果に大きな変化があるので水の移動について厳密に計算する必要がある。今後の研究では水の移動についてもダルシー則を用いて定式化を行い、水の移動に関する方程式と今回解析を行った熱伝導方程式を組み合わせることで土中の水の移動が熱伝導解析に与える影響の考察を進め、さらに実現に近い解析の実現を目指す。

参考資料

- 1) 木下誠一：凍土の物理学，森北出版，1982
- 2) 三田地利之：土質力学入門，森北出版，2013