

折れ点選択を含む水位流量曲線の最適化

A Study on Optimization of Water-level-Discharge Curve Including Break Point Selection

北海学園大学工学部社会環境工学科 ○学生員 吉村悟史

北海学園大学工学部社会環境工学科 学生員 藤林佳汰

北海学園大学工学部社会環境工学科 フェロー 許士達広(Tatsuhiko Kyoshi)

1. はじめに

河川の水位流量観測は通常水位のみが水位計により自動観測されており、流量への換算は各観測所における水位流量曲線(H-Q曲線)により行われる。水位流量曲線は年間36回、または24回程度実施される流量観測の2ヵ年分の資料を用いて算出される。通常1)式のように2次曲線式で表され、2)式のように直線化して折れ線として検討されている。

$$Q = a(H + b)^2 \quad \dots 1)$$

$$\sqrt{Q} = \sqrt{a}H + \sqrt{ab} \quad \dots 2)$$

年間の流量観測において、測定される水位Hと流量QをHと $\sqrt{Q}$ のグラフにプロットし、それに折れ線(直線の組み合わせ)を当てはめ、各直線について最小自乗法で $\sqrt{a}, b$ を定める。流量は河川計画上非常に重要なものであり、水位からの変換は大きな意味を持つが、その作成においていくつかの問題点が生ずる。本研究は水位流量曲線作成の折れ点候補点の選定、折れ線をつなぐこと、折れ線本数の決定の各段階において、その最適化と省力化を目指すものである。

2. 水位流量曲線の問題点

1) 折れ点候補点の選出

これは折れ線における直線を折る点の候補点の選定であり、通常は観測値の配列と河道地形から人間の目で判断されるが、より数学的根拠のある方法があれば、それによるのが好ましい。

2) 区分した線分をつなぐ

もう一つは点を区分していくつかの直線とする場合、隣接する二つの線分の間に交点がないことが多く、極端な場合図-1に示すように2つの線が平行に近くなるなど、2つの線をつなぐのに工夫を要する。

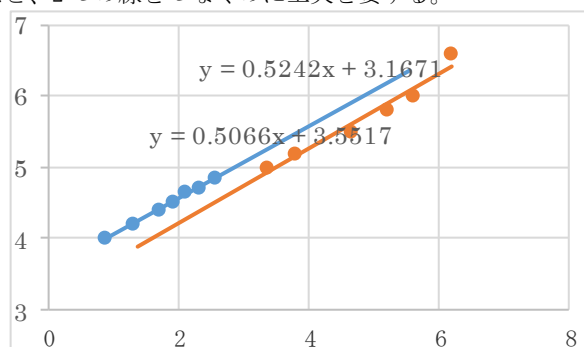


図-1 2つの線が平行な場合

このような時は図-2のように中間のデータを重複して使うなど、作業者が判断し手間をかけてつないでいるのが実態であり、作業が煩雑になるため作業を簡素化することが望まれる。

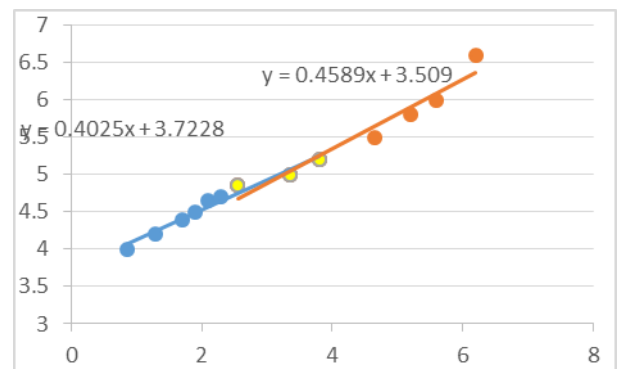


図-2 点を重複させ交点を作る

3) 折れ線本数の最適化

三つ目は折れ線の本数の最適化であり、それぞれの折れ線における直線の相関係数が0.8以上になれば良いという判断が慣例的に用いられる。しかし細かく分けたほうが当然相関係数は高くなり、細かく分けすぎて折れ線の変動が大きいものは、水位と流量を表すものとしては不適当である。現在H-Q曲線は、担当者の考え方により細かく区分されたものや1本のみでつながっているものが存在し、どのようにするのが正しいかについて決めるルールが無いのが実態である。

2. 本研究の手法

1) 折れ点候補の選出

水位流量観測データを区分し、それぞれに直線を当てはめたときのデータとの残差平方和 Se^2 が最小となる組み合わせを選定する。標高方向に区分する場合、区分の最小幅(区分の最小データ点数、この検討では3としている)を設定して、区分する直線本数2~5本について点の組み合わせを一つずつ変えながら、残差平方和を算出して最小となる区分点を算出する。例えば直線本数2ならば1点、5ならば4点の候補点が算出されるが、それぞれの本数の折れ点のうち重複するものを優先して折れ点候補点を4点程度選定する。さらに通常行われているように横断面図から断面変化点を見て候補点と離れていれば、2か所程度まで追加する。このようにして候補点を最大6点選定する。

図-3、図-4は残差平方和最小として5本に区分した場合である。図-3は候補点として妥当なように区分さ

れているが、図-4 の場合は勾配が逆(標高が低いほうが流量が大きい)の部分がある。このような場合でも線をつなげば解消される場合があるが、つないでも解消されない場合は、区間幅を変更して再計算する。

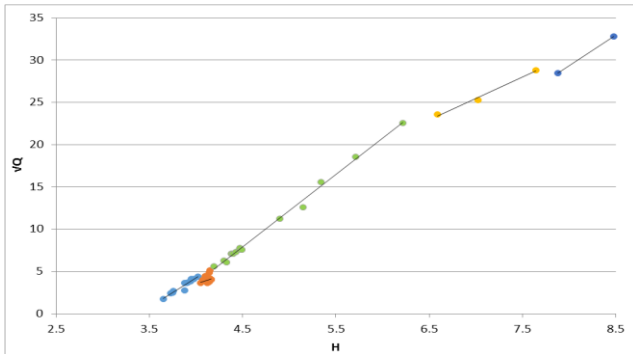


図-3 区分した線分が全て右肩上りの場合

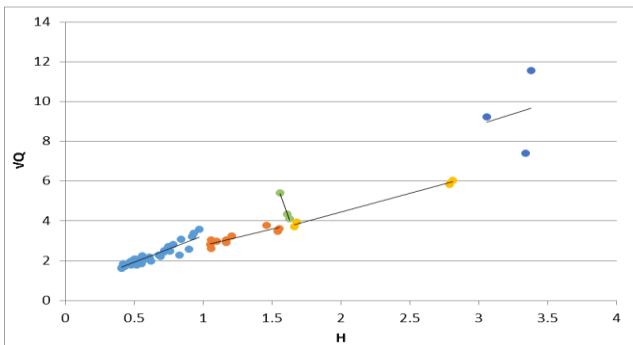


図-4 区分した線分に右下がりがある場合

2) 線をつなぐ

候補点が決まれば候補点間の線分をつなぐ作業を自動化して行う。まず図-5に示すようにに区分データの回帰線を描き2つの線分間の幅が狭い側の端部で二つの線分間の中点を出す。

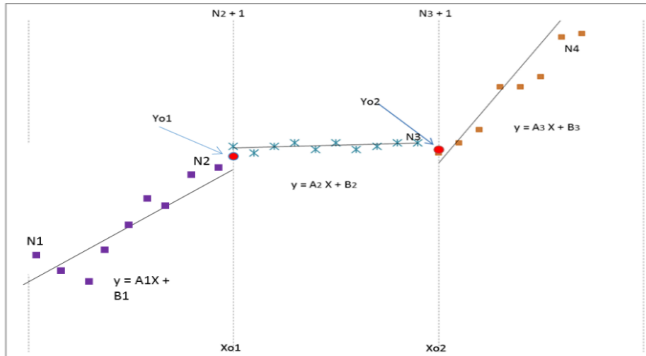


図-5 線分をつなぐ手順1

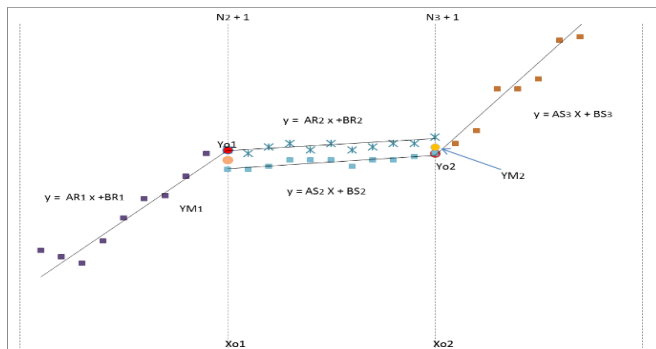


図-6 線分をつなぐ手順2

次に図-6に示すように中点を通る直線をデータとの回帰で定め、重複する端部の中点を求める。最後に図-7に示すようにもう一度中点を取って線を決めなおす。

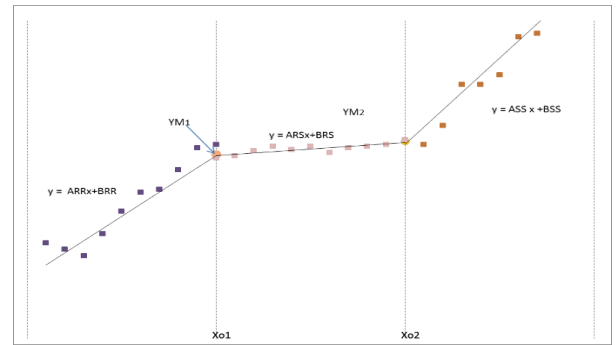


図-7 線分をつなぐ手順3

3) 本数最適化

本数最適化は3)式の AIC(赤池情報量基準)を適用する。AIC を最小にするモデルが最適である。

$$AIC = n \log \sigma^2 + 2k \quad \dots 3)$$

σ^2 : 誤差分散

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

n : データ数

Y_i : データ値、

$\hat{Y}_i$: 回帰直線または曲線による推定値

2k をバイアス補正項と呼びkは式に含まれるパラメータ数で、折れ線の場合直線2本では4, 3本では6となる。またAICはデータ数が少ないときには誤差が生ずるため、今回は4)の修正AICの式を用いる。図-8図-9は図-3図-4の例について線分をつなげて最適化したものである。図4は区間幅を変えて再検討する。

$$AIC = n \log \sigma^2 + \frac{2nk}{n-k} \quad \dots 4)$$

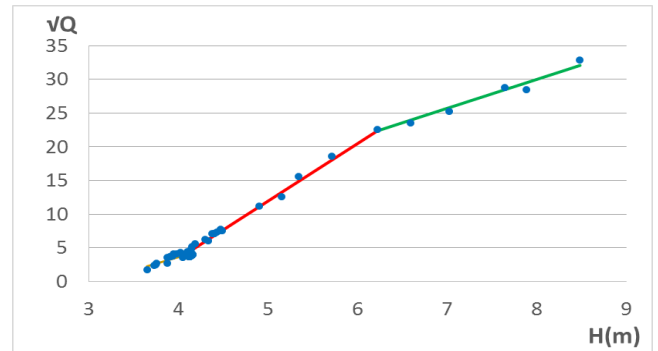


図-7 本数最適化折れ線1

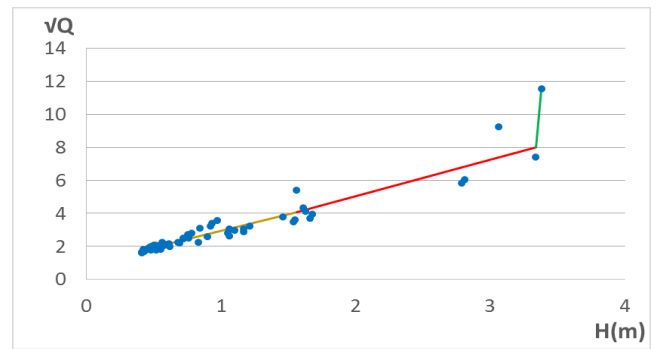


図-8 本数最適化折れ線2