

浅水域における Wave Focussing による碎波メカニズム

Breaking waves mechanism induced by wave focussing in shallow water

北海道大学工学部環境社会工学科

○学生員

津田洋輔

北海道大学准教授大学院工学研究院

正会員

渡部靖憲

1. はじめに

沿岸域における碎波にかかわる諸問題は、実験的に2次元造波水槽において、あるいは数値的にはこれを模擬した数値造波水槽において調査されてきた。これは、碎波直前までは波浪の進行方向と直行する波峰方向に水位が一様であり、無限に長い波峰長の波の碎波を模擬するものである。一方特に台風襲来時に観察されるような多方向から伝搬する不規則波浪は浅水域において重合し、極めて大規模な碎波を発生させ、構造物の被災、海浜の浸食、越波の促進を通して海岸災害を増幅させるものと考えられている。

浅水域における浅水変形を通した碎波(いわゆる depth-induced wave breaking)を対象とする海岸工学とは異なり、海洋物理学の分野では異なる周波数をもつ深水波の重合によって碎波を模擬するいわゆる wave focussing による研究が一般的である。これは Longuet-Higgins(1974)によって導かれた理論に基づくものであり、深水碎波を生成する造波法として適用されてきた。一方、浅水域においても周波数の異なる波浪の重合による碎波は生じるにも関わらず、浅水域における wave focussing の理論解はなく碎波限界に従わない重合碎波は単に不規則波統計量の曖昧さとして扱われてきた。

本研究の最終目標は、多方向不規則波浪場における重合碎波過程を再現し、碎波後の乱流構造の波峰長依存性を明らかにすることである。特に本稿では新たに浅水域における wave focussing 理論解を導出し、これに基づいた数値計算を行う。

2. 数値計算方法

本研究では LES(Large Eddy Simulation)を用いて数値計算を行う。まず浅水波の focussing 理論の導出し、その妥当性の検証を行う。そして focussing 理論を用いた波の造波を数値的に再現する。

2-1 支配方程式

フィルター操作を行った Navier-Stokes 方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (1)$$

ここで $\bar{u}_i$ 、 $\bar{p}$ 、 ν 、 τ_{ij} 、 g_i はそれぞれ流速ベクトル、圧力、動粘性係数、SG 応力テンソル、重力ベクトルである。

τ_{ij} は以下の SG 乱れエネルギー輸送方程式より求める。

$$\frac{\partial k_T}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial}{\partial x_j} k_T = -\tau_{ij} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - C_\varepsilon k_T^{3/2} / \Delta + C_{kk} \frac{\partial}{\partial x_j} \Delta \sqrt{k_T} \frac{\partial k_T}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 k_T}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

ここで k_T 、 Δ は SG 乱れエネルギー、フィルター長さである。 C_ε 、 C_{kk} は Yoshizawa and Horiuchi(1985)による定

数である。

式(1)、(2)を支配方程式とする。

2-2 計算方法

自由水面を持つ流れに対して渡部ら(2008)と同様のスキームを用いる。水面の移流は Level-set 法を導入し、支配方程式(1)、(2)に二段階分離解法を適用し移流相と非移流相に分け、移流相は CIP 法により、非移流相は予測子修正子法により計算する。海面の検出は Level-set 法により行う。

2-3 浅水波の wave focussing 理論解の導出

浅水波の群速度 c_g は以下の式で与えられる。

$$c_g = \frac{g}{2\sigma} \tanh kh \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \quad (3)$$

g 、 σ 、 k 、 h は重力加速度、角周波数、波数、水深である。

ここである時間 τ に送り出した波のエネルギーが距離 x に時刻 t で到達する条件を考える。 τ は時々刻々と変化する変数で、 x 、 t はあらかじめ設定する定数である。式(3)より群速度は角周波数 σ 、波数 k によって定まるので、それらを時間の変数 τ として以下の式を得る。

$$\frac{x}{t-\tau} = \frac{g}{2\sigma(\tau)} \tanh k(\tau)h \left(1 + \frac{2k(\tau)h}{\sinh 2k(\tau)h} \right) \quad (4)$$

式(4)を時間 τ で微分することで以下の式が得られる。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = -\frac{g}{2x} \tanh kh \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) + \frac{t-\tau}{2x} g \frac{\partial k}{\partial \tau} \{ h(\operatorname{sech} kh)^2 h \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) + \tanh kh \left(\frac{2h}{\sinh 2kh} - 2h \coth 2kh \operatorname{csch} 2kh \right) \} \quad (5)$$

式(5)には波数の時間に関する導関数が含まれるが、以下のように定まる。

浅水波の分散関係式は以下で与えられる。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \quad (6)$$

式(6)の両辺を時間 τ で微分することで波数の時間に関する導関数が得られる。

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} = \frac{2\sigma}{g \{ \tanh kh + kh(\operatorname{sech} kh)^2 \}} \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \quad (7)$$

式(7)を式(5)に代入することにより浅水波における wave focussing 理論解が得られる。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} = \frac{-g}{2x} \tanh kh \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \left/ \left[1 - \frac{\sigma(t-\tau)h}{x(\tanh kh + kh(\operatorname{sech} kh)^2)} \right] \right. \left\{ (\operatorname{sech} kh)^2 \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) + 2 \tanh kh \left(\frac{\sinh 2kh - \cosh 2kh}{(\sinh 2kh)^2} \right) \right\} \quad (8)$$

式(8)を満たすように角周波数を変化させることで、任意の距離または任意の時間で波を focus させる事ができる。

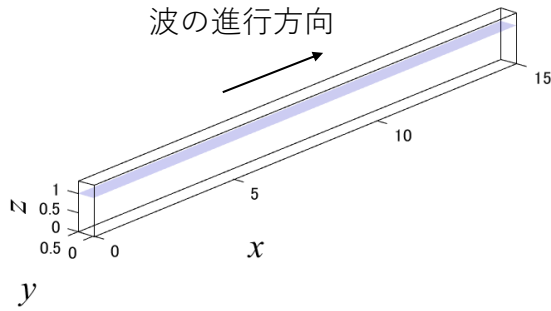
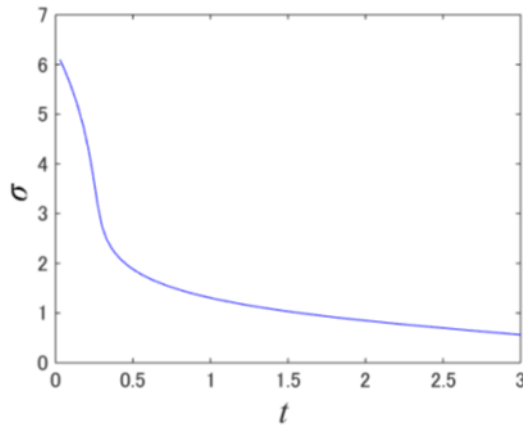
図-1 計算領域(等値面 $\phi=0$)

図-2 数値計算における角周波数の時間変化

2-4 計算条件

計算は図-1 に示すような $15 \times 0.5 \times 1.3$ の矩形水槽で行う。スパン方向(y 方向)の境界には周期境界条件を、底面には non-slip 条件を与えた。 $x=0$ の上流側には造波境界条件を、下流側には開放条件を与えた。初期状態は静水位状態とする。水深は $h=1.0$ 、初期周期は $T=1$ 、time step は $dt=T/1000=1/1000$ である。Focus させる時刻は3, focus させる地点は造波境界から14.3である。なお, focus させる地点は初めに送り出す波が focus time に到達する距離である。すべての変数は初期水深(0.12m)、初期周期(1.2566s)により無次元化している。あらかじめ角振動数の時刻に対する変化を示したものが図-2である。これは本研究の数値計算における時間に対する角振動数変化である。時刻 0.5 まで大きく減少することが分かる。

3 計算結果

3-1 理論解の妥当性の検証

式(8)の妥当性の検証を行う。

深水波の focus 理論解は以下の式で与えられることが知られている。(Longuet-Higgins1974)

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{g}{2x} \quad (9)$$

そこで式(8)を深水波に相当する相対水深 $kh=10.0$ で計算し、深水波の focus 理論解と比較したものが図-3 である。Focus point $x=9.0$ 、focus time $t=4.0$ である。 $t=3.0[s]$ 付近で式(8)は非線形な挙動を示すが、これは周波数の減少に伴い相対水深 kh が減少し、深水波近似で

きる範囲から外れたためと考えられる。 $t=4[s]$ のときの角周波数 $\sigma=0.7747[1/s]$ であり、相対水深 $kh=0.8719$ である。これは浅水波にあたる。図-3 の初期相対水深は $kh=1.0187$ であり浅水波である。角周波数の時間変化は水深の影響を受け、非線形な挙動を示していることが分かる。

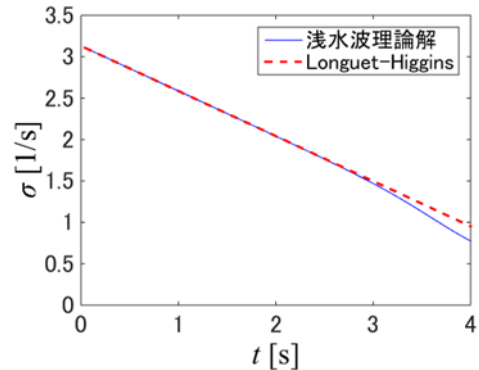


図-3 深水波条件における角周波数の時間変化

3-2 数値計算結果

式(8)に基づき角周波数を変化させて計算を行った結果を図-4に示す。角周波数の変化量の大きい時刻で連続した流速分布が得られた。

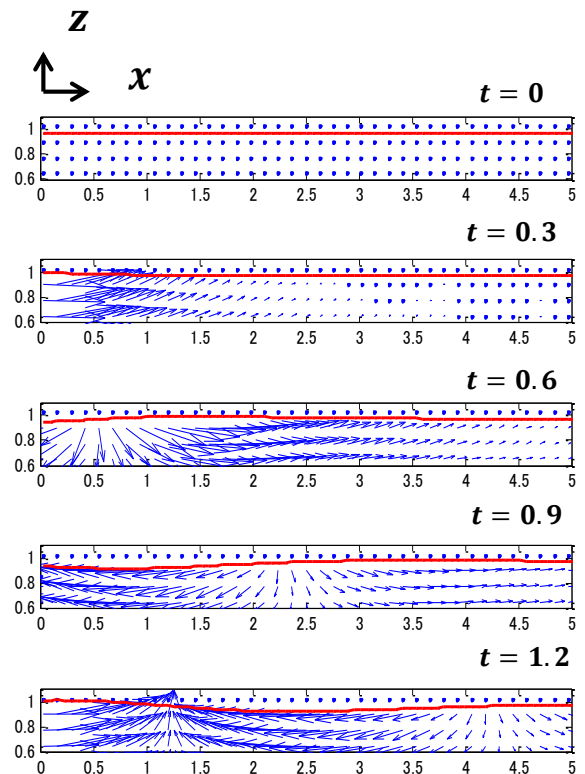


図-4 水面,流速ベクトルの時間変化

4 結論

浅水波における wave focussing 理論式の導出を行い、妥当性を得た。浅水波の wave focussing 理論解を造波境界に適用し、角振動数の変化量の大きな区間の造波の数値的再現をした。

参考文献

- 1) Longuet-Higgins, M.S. : Breaking wave-in deep or shallow water, Proc10th Symp.on Naval Hydrodynamics, Cambridge, Mass., pp597-603, (1974)
- 2) Watanabe. Y., saruwatari. A, D. M. Ingram : Free surface flows under impacting droplets, Jcomp. phys., 277, pp.2344-2365, (2008)
- 3) Yoshizawa A. and Horiuchi K. : A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows, Journal of Physical Society of Japan, Vol.54(8), pp28