

降雨－流出系におけるむだ時間の必要性和その要因に関する研究

Study on necessity of dead time to introduce into rainfall-runoff process and physical occurrence factor

北海学園大学大学院 ○学生員 井上 進 (Susumu Inoue)
北海学園大学工学部 正 員 嵯峨 浩 (Hiroshi Saga)

1. まえがき

自動制御系¹⁾における遅れ現象には主要な遅れとむだ時間が存在し、これらは厳密に区別されている。著者らはこれまでに^{2),3),4)}降雨－流出系における遅れ現象にも同様に二つの遅れ要素が存在することを示した。また、むだ時間を非線形貯留関数法に導入する手法を構築し^{5),6)}、むだ時間の導入効果と、流域面積と総降雨量との相関性を明らかにした。本研究では降雨－流出系におけるむだ時間の物理的意味を分布定数型モデルの解析結果と比較して解明することを目的とする。

2. むだ時間の概念と特性

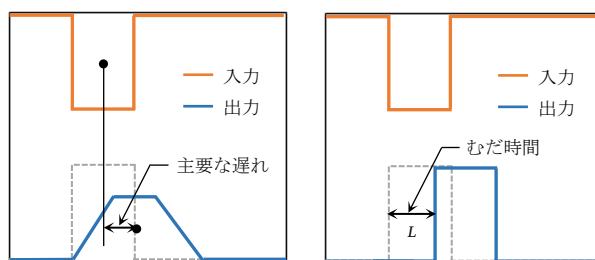
前報⁵⁾でむだ時間の概念と特性について記述したが、重要な概念であるため以下に再記する。

一般の一入力一出力の応答系には遅れ現象として「主要な遅れ」と「むだ時間」が存在している。主要な遅れは工業プロセスにおいて最も基礎的な遅れ要素であり、図-1(a)に示すように、入力波形に対して出力波形が変形して現れる応答である。即ち、出力の波形の重心がずれるように遅れるが、入力の直後からわずかでも出力が現れる現象である。一方、むだ時間は工業プロセスのうち化学プロセスなどのフィードバック・システムなどを対象とした際に発生する遅れ現象である。その応答は図-1(b)に示すように、入力に対して出力の波形そのものがずれるようにして現れる。つまり、「入力があっても全く出力のない時間」がむだ時間（ L 時間）であり、主要な遅れとは全く異なる遅れ現象である。

降雨－流出系において、実際の降雨状況を考えてみると図-2(a)のように場所によって降雨強度がかなり異なることが普通である。特に、山地河川では上流域は山岳地帯であることが多く、降雨の特性から上流域で強い雨が降ることは一般的である。一方、貯留関数法等の集中定数型モデルでは図-2(b)のようにティーセン法などにより算出された「流域平均雨量」を解析の入力値として扱う。したがって、図-2(a)のような降雨分布の場合も、流量基準点付近に全く降雨がないに関わらず、見かけ上は降雨が入力として存在しているような扱いとなっている。即ち、上流部の雨水が河道を流下して流量基準点に到達するまで流量は全く増加しないことになる。これが流量の観測値と計算値の立ち上がり点や流量のピーク時刻に相違が発生する原因であると考えられ、これを改善するためには集中定数型モデルにむだ時間を導入する必要がある。

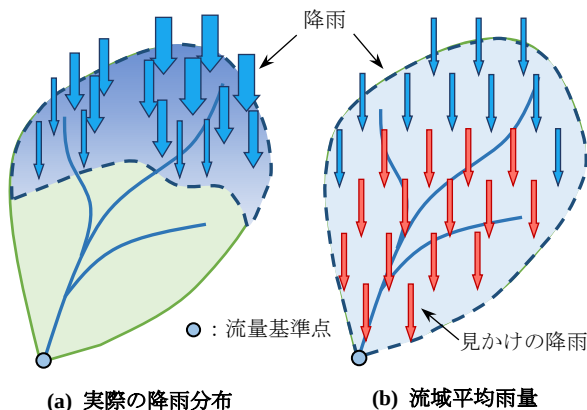
このように、降雨－流出系におけるむだ時間は降雨分布によって発生すると考えられ、上流域の雨水が下流の流量観測点に到達するまでの河道流下時間にほぼ相当す

る概念であると解釈できる。さらにその特性として降り始めの雨域が流量基準点に近いほど雨水の流下時間が短くなることからむだ時間は小さくなり、状況によってはむだ時間がゼロになることが考えられる。また、分布定数型モデルは降雨分布と雨水の河道流下の過程を考慮できるため、むだ時間は存在しないと考えられる。



(a) 主要な遅れのみによる応答 (b) むだ時間のみによる応答

図-1 主要な遅れとむだ時間における応答の概念図



(a) 実際の降雨分布 (b) 流域平均雨量

図-2 実際の降雨分布と流域平均雨量の概念図

3. 流出解析モデルとむだ時間の導入方法

本研究においてむだ時間を導入した支配方程式は(1)式である。

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = r(t) - q(t) - z(t) + q_b(t) \\ S = K \cdot q^p(t) \\ z(t) = \alpha \cdot q(t) \\ q_b(t) = q_0 \cdot \exp(-\lambda t) \end{cases} \quad \dots\dots(1)$$

ここで、 S ：貯留高(mm)、 $r(t)$ ：観測雨量(mm/hr)、 $q(t)$ ：観測流出高(mm/hr)、 $z(t)$ ：浸透高(mm/hr)、 K ：貯留係数、 $q_b(t)$ ：強制入力項(mm/hr)、 p ：貯留指数、 α ：浸透孔係数、 q_0 ：初期貯留高(mm/hr)、 λ ：減水係数

貯留関数法は(1)式で示される連続の式と貯留方程式を連立した(2)式の微分方程式を数値積分して解くことになる。

$$K \frac{d}{dt} q^p(t) + W \cdot q(t) = R \quad \cdots \cdots (2)$$

ここで、 $W=1+a$ 、 $R=r(t)+q_b(t)$ である。

むだ時間を L とすると、むだ時間は入力に対して L 時間だけ遅れて出力される。即ち、出力の時刻 t にむだ時間 L を加え、 $q(t)$ を $q(t+L)$ と置き換えることでむだ時間を考慮した出力を表すことができる。このように、むだ時間を降雨一流出系に容易に導入することができ、むだ時間を考慮した微分方程式は(3)式となる。

$$K \frac{d}{dt} q^p(t+L) + W \cdot q(t+L) = R \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、 $q(t+L)$ を *Taylor* 級数展開し、右辺第2項(第1次微分項)までを採用すると次式のようになる。

$$K \frac{d}{dt} \left(q^p + L \frac{dq^p}{dt} \right) + W \left(q + L \frac{dq}{dt} \right) = R \quad \cdots \cdots (4)$$

(4)式を解くことでむだ時間を考慮した非線形貯留関数法の解が得られる。(4)式の未知パラメータは K と W および L であり、主要な遅れは K 、むだ時間は L で表されている。即ち、降雨一流出系において入力ー出力系の遅れ要素の全てを考慮したことになる。また、(2)式と(4)式は損失項を考慮しているので、観測データをそのまま用いることができる。(4)式の微分方程式の数値解

法や未知パラメータの数学的最適化手法、誤差評価方法は前報^{3),4),5)}と同様であり、参考文献7)には感度係数を用いた最適化手法について詳述されているので参照されたい。以降、本研究では(2)式のむだ時間を考慮しないモデルを「 L なしモデル」、(4)式のむだ時間を考慮したモデルを「 L モデル」とする。

4. むだ時間を導入した解析結果の検証

本研究では、分布型モデルとして IFAS⁸⁾を採用し、IFAS の解析結果と L モデルの解析結果を比較することで、集中型モデルにむだ時間を導入する意義とその物理的意味の検証を行った。

北海道の渚滑川水系において、降雨開始時に流域の上流部または中流部から雨が降り始め、かつ雨域が上流から下流に向かって移動する観測例を用いて流出解析を行った。そのうち2009年7月18日の降雨開始時刻の降雨分布と流域内の4観測所における解析結果を図-3に示す。 L なしモデルと L モデルの解析結果を比較すると、 L モデルはハイドログラフの立ち上がり点が改善され、さらにピーク流量生起時刻については大幅に改善されている。また、時間軸方向の改善の他にピーク流量についても改善されているのがわかる。IFAS の解析結果は観測値と同様に立ち上がり、ピーク時刻についてもほぼ一致していることから、雨水の流下時間を考慮する分布型モデルにはむだ時間が存在しないことが確認できる。

このように、むだ時間を集中型モデルに導入したことにより分布型モデルのような時間軸方向に関しての解析精度が向上することがわかる。

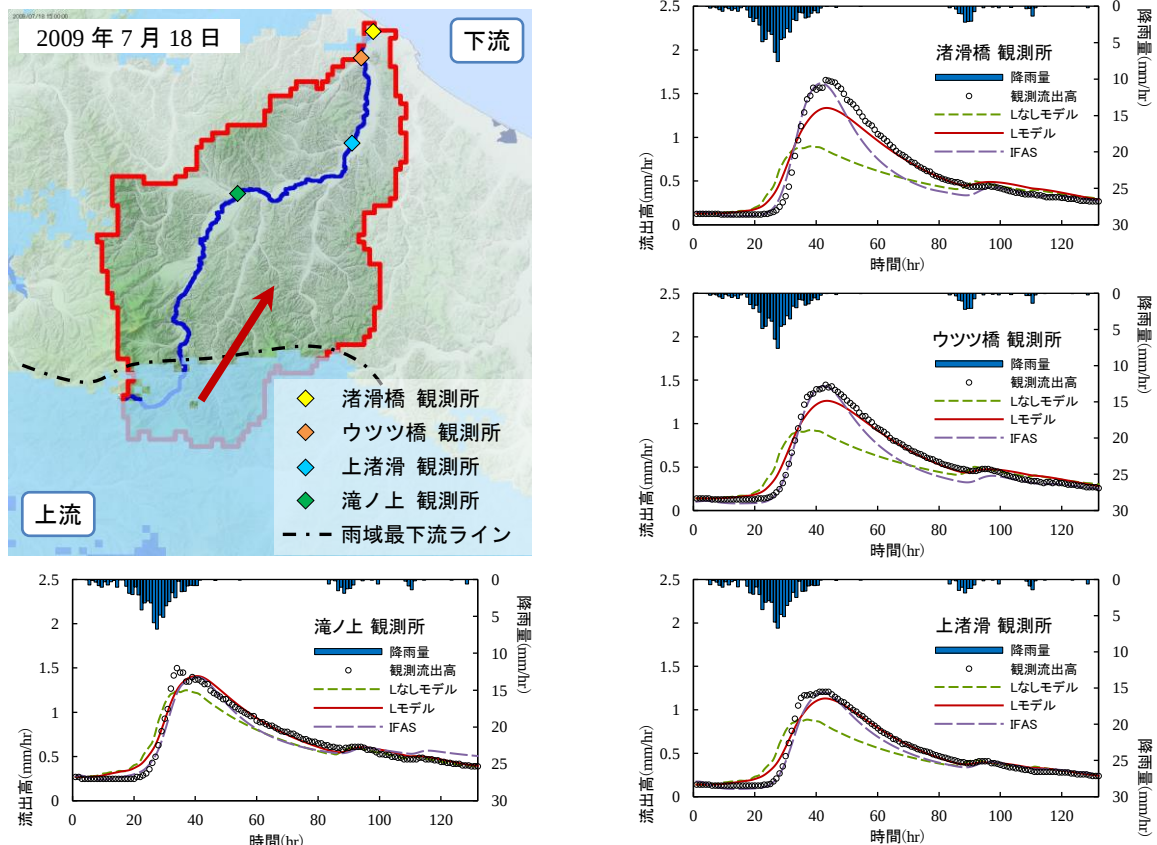


図-3 降雨開始時刻の降雨分布と解析結果

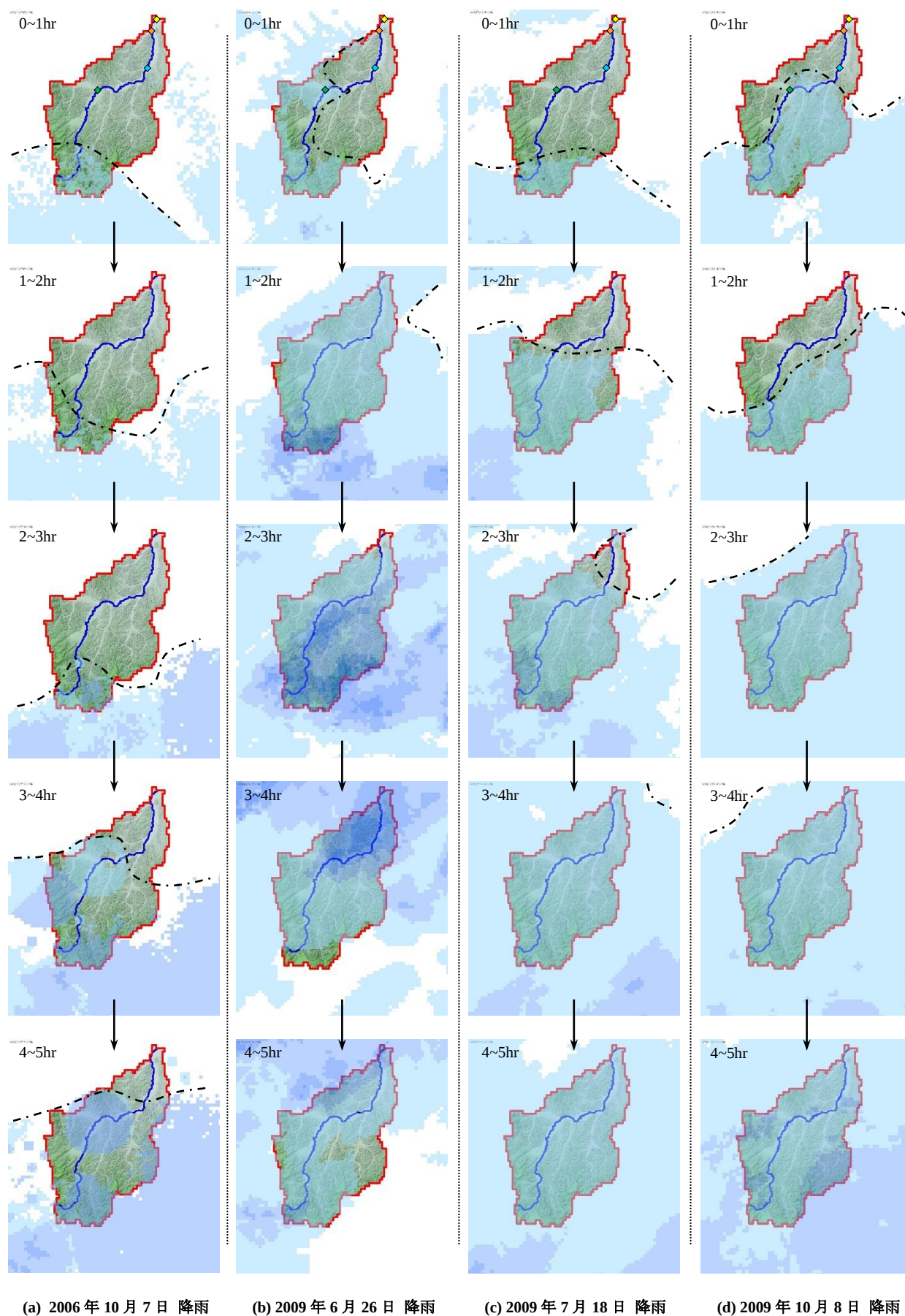


図-4 渚滑川水系における降雨開始時刻から5時間までの降雨分布

表－1 各観測所におけるむだ時間と雨域基準点間距離

2009年6月26日	河川長	雨域基準点間距離	むだ時間
渚滑橋	84.8 km	28.3 km	4.8 hr
ウツツ橋	80.1 km	26.7 km	3.9 hr
上渚滑	67.3 km	11.2 km	2.1 hr
滝ノ上	46.0 km	0.0 km	0.5 hr
2009年7月18日	河川長	雨域基準点間距離	むだ時間
渚滑橋	84.8 km	70.7 km	14.8 hr
ウツツ橋	80.1 km	66.8 km	15.1 hr
上渚滑	67.3 km	56.1 km	14.1 hr
滝ノ上	46.0 km	15.3 km	3.8 hr

5. 降雨－流出系におけるむだ時間の物理的意味の検証

図－4 は渚滑川水系において上流側から雨が振り始めた降雨分布の一例を示したものである。流域平均雨量と実際の降雨分布では降雨の状況がかなり異なることが一目瞭然である。これらの観測値を用いて、むだ時間と雨域下流端から流量観測点までの河道流下距離の比較を行った。以後、雨域の最下流点から流量観測点までの河道流下距離を雨域基準点間距離 (L_{dis}) と定義する。本来ならむだ時間と雨水の河道流下時間を比較検討すべきであるが、マニング式における粗度係数や河道断面積など不確定的要素が多いため、本研究では雨域基準点間距離を用いた。

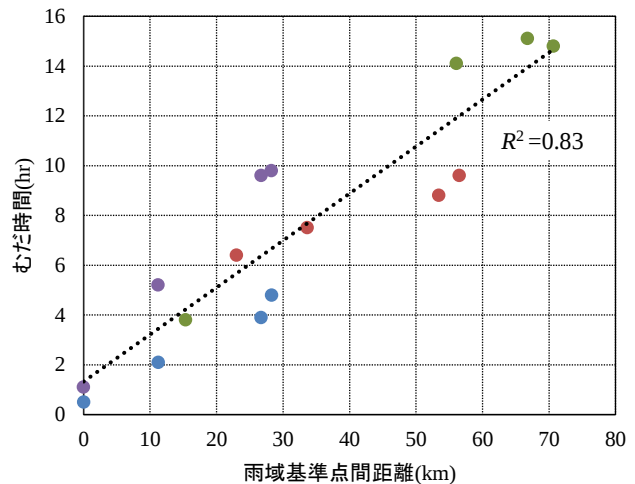
表－1 に 2009 年 6 月 26 日と 2009 年 7 月 18 日の降雨における出水のむだ時間と雨域基準点間距離を観測所ごとに示す。なお、河川長は流量基準点から源流までの距離を意味している。 L_{dis} が長くなるほど L 時間は大きくなり、正の相関があることがわかる。また、図－4(b)の滝ノ上観測所では流量基準点付近から雨が降り始めているが、そのむだ時間はほぼゼロになっている。これらの相関性は前述したむだ時間の特性と一致したものである。

図－5 に 16 例を用いてむだ時間と L_{dis} の関係を示しているが、16 例においても同様に正の相関があることが確認できる。重回帰分析を行った結果、決定係数 R^2 は 0.83 であり、むだ時間と L_{dis} には強い相関性があることがわかる。また、大規模降雨により河川の水深が増加すると、流下速度が速くなることから、図－5 のばらつきは降雨強度や総降雨量によると思われる。

以上の結果より、降雨－流出系におけるむだ時間は河道流下時間に相当する概念であり、その大小を決定する主な要素は降雨開始時の雨域の位置によるということが明らかとなった。

6. 最後に

従来の貯留関数法を用いて流出解析を行った場合、ハイドログラフ立ち上がり点のずれを解消しようと、未知パラメータを色々調節した経験を持つ技術者や研究者が多数いるであろう。もし、うまく合わせることができたとしても、今度はピーク流量が減少し、解析ハイドログ



図－5 むだ時間と雨域基準点間距離の相関関係

ラフ全体が平坦な波形になってしまうのが落ちである。これはもともと存在しない入力を与えて観測流量を再現しようとする意味のない解析を行っているのに過ぎない。即ち、集中定数型モデルを用いて流出解析を行う場合、むだ時間を考慮しなければハイドログラフ立ち上がり点などの観測流量を再現することは不可能である。

本研究はむだ時間と主要な遅れを厳密に区別し、貯留関数法にむだ時間を導入したモデルを構築した。その結果、ハイドログラフ立ち上がり点とピーク流量時刻を再現しつつピーク流量も改善され、ハイドログラフ全体の解析精度が向上した。また、分布型モデルによる解析結果と比較したところ、むだ時間は雨域の最下流点からの河道流下時間であることが明らかとなり、その大小は主に降雨開始時の降雨分布によって決定されることがわかった。このように、集中型モデルにおいて観測流量を再現するにはむだ時間の概念を考慮することが必須である。

参考文献

- 1) 斉藤制海、徐粒：制御工学、森北出版株式会社
- 2) 嵯峨浩：周波数応答法による流出解析、土木学会論文集、No.393/II-9、pp.77-86、1988-5.
- 3) 中村、阿部、柳屋、嵯峨：むだ時間の概念を導入した流出解析手法に関する研究、北海道支部論文報告集第 70 号、B-51、2014-2
- 4) 森、白岩、柳屋、嵯峨：むだ時間の概念を流出解析に導入した場合の効果に関する研究、北海道支部論文報告集第 71 号、B-16、2015-2
- 5) 井上、嵯峨：むだ時間の非線形貯留関数法への適用に関する研究、北海道支部論文報告集第 72 号、B-5、2017-2
- 6) 井上、嵯峨：遅れ現象へのむだ時間の導入効果に関する研究、第 72 回年次学術講演会講演概要集、II-029、2017-9
- 7) 北海道開発局開発土木研究所、若手水文学研究会：現場のための水文学、1994
- 8) 杉浦、深見、他：衛星雨量情報を利用した洪水予測システム(IFAS)の開発、河川技術論文集、pp.53-58、2008-6