レベルⅢ信頼性設計法よる木橋の破壊確率の算定

Calculation of failure probability of timber bridges based on level III reliability design method

函館高専 正員 〇平沢 秀之(Hideyuki Hirasawa)

1. はじめに

性能照査型設計法を橋梁設計に適用する際、信頼性設計 法のレベルIに該当する限界状態設計法を用いることが最 も現実的である。レベルIの方法では、部分安全係数を用 いて簡便に設計できるが破壊確率(限界状態に達する確 率)の精度は低くなる。一方、レベルIIの方法は破壊確率 を厳密に計算する方法であるが、材料強度の分布関数や荷 重分布関数が既知でなければならず、更に積分の実行が必 要であるため、設計に取り入れることが困難である¹¹。

木橋に使用される製材や集成材は、日本農林規格で定め られた一定の品質を有する工業製品であるが、生物材料で あるため鋼材と比較して強度のばらつきが大きい。また、 橋梁に作用する活荷重もかなりのばらつきを有する。この ようなばらつきを考慮して橋梁を設計する方法として信 頼性設計法が適している。

そこで、本研究では、従来許容応力度設計法で設計され る木橋に対し、レベルⅢ信頼性設計に基づいて破壊確率の 算定を行った結果を報告するものである。破壊確率は2重 積分を実行して得られたが、結果の妥当性を数値シミュレ ーションにより確認している。

2. 計算対象とする木橋

図-1のような断面形状を有するRC床版単純非合成集成材桁橋を対象とする。主な構造諸元を表-1に示す。主桁には強度等級がE105-F300の集成材を使用し、長方形等断面桁とする。桁高hは0.25~0.50[m]の6通りを設定し、それぞれの桁高における破壊確率を算定する。



図-1 集成材桁橋断面図

3. 荷重効果(荷重による作用曲げモーメント)

3.1 死荷重曲げモーメントと活荷重曲げモーメント

G2の主桁1本に分配される死荷重を、1-0法により計算し、 $支間中央における曲げモーメント<math>M_d$ を求める。表-2の単 位体積重量²⁰と死荷重の計算により、桁高h = 0.25[m]の場 合は $M_d = 25.0234$ [kNm]となった。

活荷重はばらつきを考慮するため、実測値に基づく分布 関数を考える。ここでは参考文献3)にある小山跨道橋の軸 重の実測値を利用する。このデータにフィットさせる分布 関数として参考文献4)に基づき、グンベル関数を採用する。 **表-3**は、軸重によるデータを一旦輪重に変換し、それ を集中荷重として作用させて、支間中央における曲げモー メントを求めた結果である。

表-2 死荷重の算定

	単位体積重量[kN/m ³]	死荷重[kN/m]
アスファルト舗装	22.5	1.6875
RC 床版	24.5	5.8800
主桁	8.0	0.4400
合計(G2 に	に作用する死荷重) Wd=	8.0075

表-3 活荷重曲げモーメント

	輪重[kN] (実測データより)	活荷重曲げモーメント[kNm] (輪重による曲げモーメント)
平均值	23.917	29.896 (= <i>M</i> _l)
標準偏差	19.028	23.785

3.2 作用曲げモーメント(死+活+衝撃)

活荷重による衝撃を考慮する。衝撃係数は支間長 = 5[m] より*i* = 0.36を用いる⁴⁾。よって、衝撃による曲げモーメン トは*M_i* = *i* × *M_i* = 10.763[kNm]となる。

主桁に作用する曲げモーメントは、*M*_d、*M*_i、*M*_iの合 計(*M*_s)である。**表-4**にその結果を示す。

表-4 作用曲げモーメント

$M_S = M_d + (M_l + M_i)$	の平均値 µs [kNm]	65.682
$M_S = M_d + (M_l + M_i)$	の標準偏差 σ_s [kNm]	32.348

作用曲げモーメントをグンベル分布で近似させると、式 (1)の $f_s(x)$ で表される。パラメーターa, bは式(2)により得 られる。ここで、 $\gamma = 0.5772$ … (オイラー数)である。

$$f_{S}(x) = cae^{-a(x-b)}e^{-e^{-a(x-b)}}$$
(1)

$$a = \frac{\pi}{\sigma_S \sqrt{6}} = 0.0396$$
, $b = \mu_S - \frac{\gamma}{a} = 51.245$ (2a, b)

また、式(1)の係数cは、新たに追加したパラメータである。 $f_s(x)$ は確率密度関数であり、曲げモーメントxの定義域は- $\infty < x < \infty$ となっている。この区間で積分して得られる面積は確率密度関数の定義により1である。しかしながら、実際には輪重は正の値を取り、輪重が0であっても死荷重による曲げモーメント M_d が生じているため、xは $M_d < x < \infty$ で定義すべきである。このため、 $M_d < x < \infty$ の区間での積分が1となるよう調整するために係数cを導入した。cは式(3)より求める。

$$e = \frac{1}{\int_{M_d}^{\infty} ae^{-a(x-b)}e^{-e^{-a(x-b)}}dx}$$
(3)

式(1)を図示すると図−2の●の曲線となる。

4. 耐力(抵抗曲げモーメント)

桁幅 *b*、桁高 *h* の長方形断面に作用する曲げモーメント *M* と縁応力 の関係は次式の通りである。

$$\sigma = \frac{M}{bh^3/12} \left(\frac{h}{2}\right) \qquad \therefore M = \frac{bh^2}{6}\sigma \qquad (4)$$

ここで、のに集成材の曲げ強度⁵⁾を代入して、抵抗曲げモ ーメントを得る。計算結果を表-5に示す。この抵抗曲げ モーメントを正規分布で近似させる⁶⁾と式(5)のf_R(x)で表さ れ、これを図示すると、図-2の▲の曲線となる。

$$f_R(x) = \frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}}$$
(5)

表-5 抵抗曲げモーメント(h=0.25[m])

	集成材の曲げ強度	主桁の抵抗曲げモーメント
平均值	39.00 [N/mm ²]	$\mu_R = 89.38 [\text{kNm}]$
標準偏差	5.85 [N/mm ²]	$\sigma_R = 13.41 [\text{kNm}]$



5. 破壊確率

ここでは破壊をS > Rと定義する。ここで、S = 荷重効果(作用曲げモーメント)、R = 耐力(抵抗曲げモーメント)である。破壊確率をpとおくと、pは次式により得られる。

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} f_R(x) \left\{ \int_x^{\infty} f_S(y) dy \right\} dx$$
 (6)

上式に式(1)と式(5)を代入し、-∞を*Md* に置き換えて積分 を実行すると、次式が得られる。

$$p = \int_{M_d}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sigma_R \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_R)^2}{2\sigma_R^2}} \right\} c \left\{ 1 - e^{-e^{-a(x-b)}} \right\} dx$$
(7)

これより先は積分が困難であるため、数値積分を行うこととする。数値積分には台形公式とシンプソンの公式を使用した。h=0.25[m]の結果を表-6に示す。分割数を増加させると両公式の結果はほぼ一致し、p=0.22962を得た。

八生地	計算結果(破壊確率)	
刀刮鍬	台形公式	シンプソンの公式
256	0.22961992	0.22962003
512	0.22962001	0.22962004
1024	0.22962003	0.22962004
2048	0.22962004	0.22962004

表-6 数值積分

表-7 シミュレーション結果

荷重効果 S 発生回数	9402
耐力 R 発生回数	10000
総組み合わせ数(計算回数)	94,020,000
S > R(破壊) の回数	21,689,717
破壊確率 p	0.23069



破壊確率の別解として、乱数によるシミュレーションを 実施した。グンベル分布をなす乱数を10000個生成して、 輪荷重Pとした。このPから得られる M_i 等を用いて作用曲 げモーメント(荷重効果S)を算出した。ただし、P < 0の場 合は除外する。また正規分布をなす乱数を10000個生成し て、集成材の曲げ強度(式(4)の σ)とした。その曲げ強度か ら抵抗曲げモーメント(耐力R)を算出した。S > Rとなるケ ースをカウントし、破壊確率を求めると**表**-7の通りp =0.23069を得た。

桁高h = 0.25~0.50[m]の6通りに対して同様の計算を実施し、桁高と破壊確率の関係を図示すると図-3の通りとなる。これを用いれば、任意の破壊確率となる桁高を求めることができる。

6. おわりに

活荷重と材料強度を分布関数で与え、積分を実行して木 橋の破壊確率を求めた。得られた破壊確率はシミュレーシ ョンによる結果と良く一致した。荷重の分布関数としてグ ンベル分布を採用したが、その定義域が負の領域を含んで いるため、パラメーターcを新たに導入して補正を行った。 シミュレーション結果と良く一致したことから、この補正 法が妥当であったと考えられる。

参考文献

- 1) 星谷勝,石井清:構造物の信頼性設計法,鹿島出版会, 1986.
- 日本道路協会:道路橋示方書・同解説 I 共通編,丸善, 2012.
- 3) 玉越隆史,中洲啓太,石尾真理:道路橋の設計自動車 荷重に関する試験調査報告書-全国活荷重実態調査-, 国土技術政策総合研究所資料, No. 295, 2006.
- 土木学会鋼構造委員会木橋技術小委員会:木橋技術の 手引き2005,土木学会,2005.
- 5) 日本建築学会:木質構造限界状態設計指針(案),丸善, 2003.
- 6) 町田篤彦,他5名:土木材料学,オーム社,2011.